गोलप्रकाशाभिधोऽयं ग्रन्थः

श्रीनीलाम्बरशर्मणा

विरचितः

श्रीकाशिकराजकीयपाठशालायां ज्योतिःशास्त्राध्यापकेन

श्रीबापूदेवशास्त्रिणा सम्यक् परिशोध्य

काश्यां मेडिकल्‌यन्त्रालये मुद्रापितः ।

संवत् १९२८ शाके १७९४

सन् १८७२

GOLA-PRAKÁSA

OR

A WORK ON SPHERIC,

BY

PANDIT NÍLÁMBARA JHÁ,

CORRECTED AND EDITED

BY

PANDIT BÁPÚ DEVA SÁSTRÍ,

PROFESSOR OF MATHEMATICS AND ASTRONOMY, BENARES SANSKRIT COLLEGE.
HONORARY MEMBER OF THE ROYAL ASIATIC SOCIETY LONDON AND
THE ASIATIC SOCIETY BENGAL. FELLOW OF
THE CALCUTTA UNIVERSITY.

BENARES:

PRINTED AT THE MEDICAL HALL PRESS.

1872.

गोलप्रकाशाभिधोऽयं ग्रन्थः

श्रीनीलाम्बरशर्मणा

विरचितः

श्रीकाशिकराजकीयपाठशालायां ज्योतिःशास्त्राध्यापकेन

श्रीबापूदेवशास्त्रिणा सम्यक् परिशोध्य

काश्यां मेडिकलयन्त्रालये मुद्रापितः ।

संवत् १९२९ शके १७९४

सन् १८७२

GOLA-PRAKÁSA

OR

A WORK ON SPHERIC,

BY

PANDIT NÍLÁMBARA JHÁ,

CORRECTED AND EDITED

BY

PANDIT BÁPÚ DEVA SÁSTRÍ,

PROFESSOR OF MATHEMATICS AND ASTRONOMY, BENARES SANSKRIT COLLEGE.
HONORARY MEMBER OF THE ROYAL ASIATIC SOCIETY LONDON AND
THE ASIATIC SOCIETY BENGAL. FELLOW OF
THE CALCUTTA UNIVERSITY.

BENARES:

PRINTED AT THE MEDICAL HALL PRESS.

1872.

6073

Price Rs. 10-0-0-

BENARES: PRINTED BY E. J. LAZARUS & CO.

PREFACE.

There are five chapters in this Golaprakáśa, in the first there is the Canon of sines, in the second Plane Trignometry, in the third Spherical Geometry, in the fourth Spherical Trigonometry, and in the fifth there are some questions on Plane and Spherical Trignometry.

In this work there are many demonstrations taken from English books; in some places they are my own, in others they are according to the ancient Siddhanta theories. The signs of demonstration used in this book, are generally English, and some of them are Sanskrit so that the reader of both the Sanskrit and English may easily understand them. I have treated this work in such a way that it produces more curiosity in the minds of readers than even ancient Theories of "Siddhánta-Śiromaṇi." 'Siddhánta-sárva-bhauma,' Siddhánta-tattva-viveka,' and 'Siddhánta-samrát &c.'

Thus the questions which cannot be solved by the theories of the ancients, can easily be solved by means of those in this work. Therefore for the satisfaction of the learned, this book, entitled 'The Golaprakásí' has been laboriously compiled by me a Maithila Brahmin named Nílámbara Śarmá, and inhabitant of Patna, according to my own original theories, different from the ancients, after consulting many works on this subject.

I have prepared it under the patronage of His Highness the Maharajah of Alwar during the time of Captain Thomas Cadell, V. C. Political agent of Alwar.

I hope that the learned will kindly correct the mistakes which they find in this work.

भूमिका।

अत्र गोलप्रकाशाभिधग्रन्थे पञ्चाध्यायाः सन्ति। तत्र प्रथमेऽध्याये ज्योत्पत्तिगणितम्। द्वितीये त्रिकोणमितिगणितम्। तृतीये गोलरेखागणितम्। चतुर्थे चापीयत्रिकोणमितिगणितम्। पञ्चमे त्रिकोणमितिप्रश्नाः सिद्धान्तोपयोगिनः कतिचित् प्रदर्शितास्तथा चापीयत्रिकोणमितिगणितसंबन्धिप्रश्नाश्च कतिचिद्दर्शिताः। अत्र सर्वत्र सूत्रोपपत्तयस्ता बहुशो हि इंग्रेजीयग्रन्थस्था एव लिखिताः। स्थलविशेषेषु स्वधिया च लिखिताः। कुत्रचिच्च प्राचीनसिद्धान्तरीत्यापि दर्शिताः। अत्र बहुषु स्थलेषु इंग्रेजीग्रन्थसङ्केतेनोपपत्तयो लिखितास्तथा स्वसिद्धान्तसङ्केतेनापि लिखिताः सन्ति। यदोभयत्र पठतां सम्यक् परिचयो भवति। अथ प्राचीनसिद्धान्तेषु सिद्धान्तशिरोमणि, सिद्धान्तसार्वभौम, सिद्धान्ततत्त्वविवेक, सिद्धान्तसम्राडादिषु बहुधा सूत्रोपपत्तिविचारे मदुक्तग्रन्थेन विशेषचमत्कृतिर्बालानां यथा भवति तथा मया यतितम्। एवं यानि प्रश्नोत्तराणि प्राचीनसिद्धान्तरीत्या न सिद्ध्यन्ति तान्यनेन समीचीनतया ज्ञायन्ते। अतः प्राचीनग्रन्थयुक्तिभिश्चया नवीनरीत्या सुधियां विनोदाय बहुपरिश्रमतोऽनेकग्रन्थान् स्वधिया परिभाव्य नीलाम्बरशर्मणा मैथिलब्राह्मणेन पाटलिपुत्रनगरवासिना गोलप्रकाशकोऽयं ग्रन्थो रचितः। अत्र कुत्रचिच्चेदशुद्धता तदा सद्भिः कृपया संशोध्येति मदीया विज्ञप्तिः।

॥ श्रीगणेशाय नमः ॥

नित्यं गोनवनीतनीतरभसं श्रीरङ्गराकाधवं
सुन्नालंकृतलाङ्गलाङ्गरतिदं श्रीकृष्णमीशं कविम् ।
नन्दप्रश्रितबन्धुबन्धुरमजं कान्तं कलाङ्कं परं
रन्तारं निजगं सुदर्शनधरं वन्देऽरविन्दाधरम् ॥ १ ॥

चक्रबन्धोऽयम् । अत्र दशसु वृत्तेषु तृतीयचतुर्थवृत्तयोरन्तरे गोलप्रकाश-कमितियन्थनाम्नोऽवगमः षष्ठसप्तमयोरन्तरे नीलाम्बरकृतमिति ज्ञेयम् ॥

श्रीलश्रीरामपादामलकमलरजोराजिपूजाभिमानी
गर्जद्वारीन्द्रदन्तावलबलदमनप्राप्तमुक्ताफलानाम् ।
हर्ता दीनैकभर्ता विविधमखसुखानन्दसन्दोहधर्ता
जातश्चण्डांशुवंशे निजकुलतिलकः श्रीप्रतापादिसिंहः ॥ २ ॥

तत्पुत्रः प्रथितः प्रतापतपनः सौजन्यजन्यप्रभो
दृप्यद्वैरिसमस्तमस्तकनुतः क्रुध्यन्मृगेन्द्रोपमः ।
नानादानपयोधिसंभवयशश्चन्द्रप्रकाशोऽभवत्
ख्यातः श्रीवखतेशसिंहनृपतिर्मानोन्नतः सन्नतः ॥ ३ ॥

नृपाणां मूर्धन्यः सकलजनधन्यः सरभसः
कृपापारावारः कुलकमलभानुर्गुणगणः ।
जगद्विख्यातोऽभूदलवरमुखे राज्यमकरो-
द्विदां पाता दाता विनयमुखसिंहो नरपतिः ॥ ४ ॥

सुतस्तस्य प्राद्युत्सकलकलयालंकृतमतिः
कृती चित्रस्फूर्त्तिः कृतसुकृतमूर्त्तिः सुरुचिरः ।
वलद्वीरो धीरो नरपतिगभीरोऽतिचतुरः
प्रतापश्चस्तारिर्धरणिकमलोल्लासतरणिः ॥ ५ ॥

यतो दाने सिंहः शिव इव जनेषु क्षितिपति-
स्ततः ख्यातः सिंहो जगति शिवदानादिरधुना ।

चकास्ति श्रीयुक्तो नृपमुकुटनीराजितपदः
शरच्चन्द्राभा यद्वितरणजकीर्त्तिः शिखरिणी ॥ ६ ॥
श्रीलश्चण्डारिकरो विभूतिधारी नृपाभिमानहरः ।
नानाकलाविनोदी विनायकप्रीतिकृत् सचन्द्रकलः ॥ ७ ॥
अलवरनगरनिवासी वशी प्रकाशी जयी जयति ।
ईशो गोपविलासी श्रीशिवदानादिसिंहनृपः ॥ ८ ॥

एतत् पद्यद्वयं पक्षत्रये घटते शिवे विष्णौ राजनि चेति ॥

श्रीपञ्चाननसेवया नरवरः पृथ्वीशपञ्चाननः
शिक्षाकृज्जगतां मुदा हरति योऽरातीन्द्रवृन्दाद्वसुम् ।
वल्गन्मल्लगणैः समन्दरहरः सुप्रीतसर्वंसहो
दाता कल्पतरुप्रभः सरभसः ख्यातः स जीयादयम् ॥ ६ ॥

कमलबन्धोयम् । अत्राष्टपत्रेषु श्रीशिवदानसिंहोऽयमिति राज्ञो नाम ज्ञेयम् ।

श्रीराधाराध्यराज्यो लसति सति सदा कौतुके तु प्रतुष्टो
नानामानार्थिनाथो हरचरणरतो मापरूपप्रपन्नः ।
दाता चाता प्रतापी परपुरहरणाच्चापसंपत्प्रपञ्च-
श्चञ्चत्सिञ्चत्सुचन्द्रो भवतु वरबली द्योतितातिप्रतिष्ठः ॥ १० ॥

हारबन्धः ।

प्रोद्यत्कीर्त्तिसुधांशुदीधितिचयैरानन्दिताखण्डल-
श्रीलश्रीशिवदानसिंहनृपतौ राज्यं प्रकुर्वत्यदः ।
सद्युक्तिग्रथितं स्वबुद्धिमथितं गोलप्रकाशाभिधं
श्रीनीलाम्बरभूसुरः प्रकुरुते सन्देहसन्दोहहृत् ॥ ११ ॥

इह ग्रन्थे रेखागणितभणितं क्षेत्रगणितं
तथा मौर्वीजातं समकुतलगत्र्यस्रगणितम् ।
तथा चापक्षेत्रे विविधविधिचित्रे निगदनं
बटूनां पाण्डित्यं कलयति पटूनामपि पुरः ॥ १२ ॥

॥ श्रीगणेशाय नमः ॥

॥ अथ गोलप्रकाशः ॥

कंजिनीरमणमानतोऽस्म्यहं
शिञ्जिनीगणितवासनोत्सुकः ।
वच्मि तां चतुरचित्तरञ्जनीं
मन्दहृत्तिमिरपुञ्जभञ्जनीम् ॥ १ ॥

आचार्यताप्रापकसद्विचारे
खेलन्तु नीलाम्बरनिर्मिते ते ।
ये सन्ति रेखागणिते प्रवीणा
बीजे कवीना गणका नवीनाः ॥ २ ॥

केन्द्रादिष्टव्यासखण्डेन वृत्ते
केन्द्रस्पृष्टा पालिगा व्यासरेखा ।
रेखा चापप्रान्तयुग्मस्थिता या
पूर्णज्या सा पूर्णकोदण्डजाता ॥ ३ ॥

पूर्णज्यार्धं चार्धचापस्य जीवा
सैवार्धज्या ज्याभिधानोदिताऽतः ।
एकप्रान्तव्यासरेखासुलम्ब-
श्चापस्यान्यप्रान्ततो ज्याभिधानः ॥ ४ ॥

अस्मिन् व्यासे मध्यसूत्राभिधेऽन्यो
लम्बो व्यासो याम्यसौम्याभिधोऽस्मिन् ।
ज्याग्राल्लम्बः कोटिजीवाथ याव-
ज्जीवामूलादुत्क्रमज्या पदादिम् ॥ ५ ॥

चापैकाग्रात् प्राक्पदादेः पदानि
चत्वार्यत्रायुग्मयुग्माभिधानि ।
दोर्ज्या बाहुः कोटिजीवा च कोटिः
कर्णस्त्रिज्या ज्याग्रकेन्द्रान्तराले ॥ ६ ॥

त्रिज्यारेखा ज्याग्रतो वर्धिता या
तत्पर्यन्तं प्राक्पदादेश्च लम्बः ।
दोरूपोऽयं मध्यसूत्रोपरि स्या-
च्चापच्छाया स्पर्शिनी वा तदग्रात् ॥ ७ ॥

केन्द्रं यावत् खण्डिनीसंज्ञकर्ण-
स्त्रिज्या कोटिः केन्द्रभामूलमध्ये ।
एवं लम्बो याम्यसौम्योपरि स्यात्
कोटिच्छाया प्राक्पदान्तप्रदेशात् ॥ ८ ॥

ऋणं बाहुजीवा तृतीये चतुर्थे
पदे कोटिजीवा द्वितीये तृतीये ।
तथा स्पर्शिनी कोटिजा स्पर्शिनी च
द्वितीये चतुर्थे पदे स्यादृणं सा ॥ ९ ॥

ऋणं खण्डिनी स्याद्द्वितीये तृतीये
तथा खण्डिनी कोटिजान्त्ये तृतीये ।
अतो याश्च शिष्टा धनं ता निरुक्ताः
शरः कोटिबाणो धनं सर्वदैव ॥ १० ॥

भुजकोटिगुणौ तु मिथो विहृतौ
त्रिगुणेन गुणौ भुजकोटिजभे ।
भवतः क्रमतश्च तयोर्निहति-
स्त्रिगुणद्वयघातसमा भवति ॥ ११ ॥

शरगुणा शरवर्जितविस्तृतिः
पदमिहोदितबाहुगुणोऽथवा ।

त्रिगुणकोटिगुणान्तरयोगयो-
र्हतिसमात् कृतिभेदमितात् पदम् ॥ १२ ॥

दोःकोटिजीवारहिते त्रिभज्ये
ते कोटिदोरुत्क्रममौर्विके स्तः ।
चापं च खाङ्कादधिकं तदूनं
तज्ज्या त्रिभज्यायुतिरुत्क्रमज्या ॥ १३ ॥

समधरातले स्वेष्टबिन्दुं केन्द्रं प्रकल्प्य तत इष्टव्यासार्धेन वृत्तं कृत्वा तच्चक्रांशाङ्कितं प्रत्यंशं षष्टिकलाङ्कितं च कार्यम् । अत्र वृत्तपरिधौ कुत्राप्यभीष्टचापं दत्वा तत्प्रान्तावेकान्यसंज्ञौ तत्रैकप्रान्तात् केन्द्रगता वर्धमाना परिध्यवधि कृता रेखा पूर्वापरव्यासाभिधा मध्यसूत्राख्या वा । एतद्व्यासरेखोपरि केन्द्रात् कृतो लम्बः परिध्यवधि वर्धितो याम्यसौम्यव्यासस्ताभ्यां वृत्तचतुःखण्डान्येव पदानि तेषु प्रत्येकं नवतिर्भागाः स्युः । अथ चापान्यप्रान्ततो व्यासद्वयोपरि कृतौ लम्बौ क्रमेण तच्चापभुजकोटिज्ये भवतस्तया मध्यसूत्रादेव भुजज्यायाः प्रवृत्तेस्तत्रैव ज्यामूलं ततश्चापान्यप्रान्ते ज्याग्रमेवं याम्योत्तरव्यासे कोटिज्यामूलं भुजज्याग्रे च तदग्रं ज्ञेयम् । अत्र कोटिज्यामूलाद्वृत्तकेन्द्रावधि पूर्वकृतभुजज्यातुल्यो भुजः कोटिज्या कोटिः ज्याग्रकेन्द्रान्तरे व्यासार्धतुल्या त्रिज्या कर्ण इति समकोणत्रिभुजं वा पूर्वकृतभुजज्या भुजः ज्यामूलकेन्द्रान्तरे कोटिज्यातुल्या कोटिः ज्याग्रकेन्द्रान्तरे त्रिज्या कर्ण इति क्षेत्रं जात्यं संभवति । अत्र चापैकप्रान्तस्यादिकचिह्ने स्वसंमुखे कृते ज्याग्राद्दक्षिणदिशि ज्यामूलं प्रथमपदे भवति कोटिज्या च स्वाग्रादधोमुखी । तेन द्वे धनाख्ये कल्पिते । द्वितीयपदे तु ज्याग्राद्दक्षिण एव ज्यामूलमतो भुजज्या धनाख्या । ज्याग्रादूर्ध्वमुखी कोटिज्या ऋणाख्या । एवं तृतीयपदे ज्याग्राद्वामदिशि ज्यामूलं ज्याग्रात् कोटिज्या चोर्ध्वमुखी तेन भुजकोटिज्ये ऋणाख्ये दिग्वैपरीत्यात् । एवं चतुर्थपदे ज्याग्राद्वामदिश्येव ज्यामूलं तेन ज्या ऋणाख्या कोटिज्या तु स्वाग्रादधोमुखी धनाख्या । एवं भुजज्यायाः कोटिज्यायाश्च दिगानुलोम्येन धनत्वं प्रातिलोम्येन ऋणत्वं कल्पितम् । अतएव पदचतुष्टयेऽप्युत्क्रमज्यायाः कोट्युत्क्रमज्यायाश्च धनत्वमेव । तथाहि । प्राक्पदादिप्रदेशाच्चापैकप्रान्तरूपाज्ज्यामूलपर्यन्तं पूर्वापरव्यासखण्डं चापोत्क्रमज्या शरसंज्ञा । सा च प्रथमपदे कोटिज्यात्रिज्यान्तररूपा चापैकप्रान्तादधोमुखी धनाख्या । द्वितीयतृतीयपदे तु कोटिज्यात्रिज्यायोगरूपा पूर्वपदादेरधोमुखी धनाख्या ।

तथा चतुर्थपदे कोटिज्यात्रिज्यान्तररूपा पूर्वपदादेरधोमुखी धनाख्या सिद्धा । द्वितीयतृतीयपदे तु कोटिज्याया ऋणत्वात् तस्यास्त्रिज्यायाः शोध्यत्वात् संशोध्यमानं स्वमृणत्वमेतीत्यादिबीजक्रियया कोटिज्यात्रिज्यान्तरस्यैवकोटिज्यात्रिज्यायोगरूपत्वेनपर्यवसानात् सर्वत्र कोटिज्योनत्रिज्यारूपमुत्क्रमज्याकथनं युक्तमेव । एवं प्राक्पदान्तात् कोटिज्यामूलावधि याम्यसौम्यव्यासखण्डं कोट्युत्क्रमज्या । सा च प्रथमद्वितीयपदे भुजज्योनत्रिज्यारूपा तथा तृतीयचतुर्थपदे भुजज्याया ऋणत्वेन त्रिज्यायाः शोध्यत्वाद्भुजज्यात्रिज्यायोगरूपत्वेन फलिता । प्राक्पदान्तात् कोटिज्यामूलावधि कोट्युत्क्रमज्या धनाख्यैव । सर्वत्र दिगानुलोम्यात् । अथकेन्द्रात् त्रिज्यासूत्रं चापान्यप्रान्तगतं वर्धितं वृत्ताद्बहिरपि नेयं ततः पूर्वापरव्यासोपरि तत्प्रान्तात् प्राक्पदादिरूपात् कृतो लम्बो वर्धितत्रिज्यासूत्रावधि छायासंज्ञो स्पर्शिनीसंज्ञो वा । सच । भुजः । प्राक्पदादिकेन्द्रान्तरे त्रिज्यामिता कोटिः । केन्द्राच्छायाग्रावधि कर्णः । स च खण्डिनीसंज्ञः । इदं जात्यं पूर्वजात्यसजातीयमतः कोटिज्याकोटी भुजज्यात्रिज्ये भुजकर्णौ तदा त्रिज्यामितकोटौ कावित्यनुपातेन भुजज्यात्रिज्याघाते कोटिज्याभक्ते तच्चापच्छायालभ्यते । एवं त्रिज्यावर्गे कोटिज्याभक्ते तच्चापस्य खण्डिनी लभ्यते । एवं याम्योत्तरव्यासोपरि तत्प्रान्तरूपात् प्राक्पदान्ताद्यो लम्बो वर्धितज्याग्रगतत्रिज्यासूत्रावधिः सा च कोटिच्छाया कोटिः । प्राक्पदान्तात् केन्द्रावधि त्रिज्या भुजः । कोटिच्छायाग्रकेन्द्रान्तरे कोटिखण्डिनी कर्णः । इदमपि पूर्वजात्यसजातीयं तत्र भुजज्याभुजे कोटिज्यात्रिज्ये कोटिकर्णौ तदा त्रिज्याभुजे कावित्यनुपातेन कोटिज्यात्रिज्याघाते भुजज्याभक्ते तच्चापकोटिच्छाया लभ्यते । एवं त्रिज्यावर्गे भुजज्याभक्ते तच्चापकोटिखण्डिनी लभ्यते । भुजज्यात्रिज्याघाते कोटिज्याभक्ते जाता चापच्छाया $\frac{\text{भु.त्रि १}}{\text{को १}}$ ॥ एवं कोटिज्यात्रिज्याघाते भुजज्याभक्ते जाता कोटिच्छाया $\frac{\text{को.त्रि १}}{\text{भु १}}$ अनयोर्घाते कृते भुजज्यातुल्ययोःकोटिज्यातुल्ययोर्गुणहरयोर्नाशे त्रिज्यावर्गश्छायाकोटिच्छायाघाततुल्यः सिद्ध्यति ।

अथवा चापच्छाया भुजः त्रिज्या कोटिः चापखण्डिनी कर्ण इत्येकं तथा त्रिज्या भुजः चापकोटिच्छाया कोटिः चापकोटिखण्डिनी कर्ण इत्यपरमेते सजातीये । तद्यथा । व्यासरेखाद्वयान्तरे समकोणः केन्द्रगतकोणस्तस्मात् प्रथमकोटिकर्णसंपातजकोणः शोधितो द्वितीये भुजकर्णसंपातजकोणस्तत्तुल्य एव प्रथमे भुजकर्णसंपातजकोणः । जात्ये कर्णाश्रितकोणयोर्योगस्य नवत्यंशमितत्वादुक्तक्षेत्रयोः कोणत्रयसाम्यात् सजातीयत्वं स्पष्टमेव । ततश्चापच्छायाभुजे त्रिज्या कोटिस्तदा त्रिज्याभुजे का कोटिरिति लभ्यते चापकोटिच्छाया । तत्र

त्रिज्यावर्गे चापच्छायाभक्ते चापकोटिच्छाया लभ्यते। एवं त्रिज्यावर्गे चापकोटिच्छायाभक्ते चापच्छाया लभ्यत इति।

अथ ज्यादीनामक्षरचिह्नैरुदाहरणं प्रदर्श्यते। तत्र रेखागणितप्रथमाध्यायस्य द्वादशक्षेत्रेण ज्याकोटिज्याकरणं तथैकादशक्षेत्रेण छायाकोटिच्छायाकरणम्।

कक्षेन्द्रात् पूउपदं वृत्तं (१ क्षेत्रं द्रष्टव्यम्।) तत्र प्रथमपदे पूरचापज्या रमरेखा धनं तत्कोटिज्या रभरेखा धनं पूमरेखा तच्चापस्योत्क्रमज्या धनं तच्चापच्छाया पूनरेखा धनं तच्चापखण्डिनी नकरेखा धनं तच्चापकोटिच्छाया फउरेखा धनं तच्चापकोटिखण्डिनी फकरेखा धनं स्यात्।

एवं द्वितीयपदे पूउटचापं तस्य ज्या टहरेखा धनं तत्कोटिज्या टभरेखा ऋणं तदुत्क्रमज्या पूहरेखा धनम्। अथ ज्याग्रे टबिन्दौ गतं त्रिज्यासूत्रं लचिह्नावधि वर्धितं तत्र पूबिन्दोर्लम्बो लचिह्नावधि कृतस्तेन तच्चापच्छाया लपूरेखा ऋणं छायाग्रात् लचिह्नाच्छायामूलस्य पूचिह्नस्य वामं गतत्वात्। अत्र लकरेखा तच्चापखण्डिनी ऋणाख्या केन्द्राद्यद्दिशि ज्याग्रं तद्भिन्नदिशि छायाग्रमतो दिग्वैपरीत्यात्। अथ ज्याग्रे त्रिज्यासूत्रं वर्धितं कसरेखा तत्र उचिह्नात् सचिह्नावधि लम्बः पूउटचापकोटिच्छाया सा च ऋणम्। अग्रान्मूलस्योर्ध्वमुखत्वात्। सउरेखायास्त्रिज्याभुजे कर्णः सकरेखा सा च तच्चापकोटिखण्डिनी धनं केन्द्रादेकदिशि ज्याग्रकोटिच्छायाग्रयोः स्थितत्वात्।

अथ तृतीयपदे पूपजचापं तस्य ज्या जहरेखा ऋणं तत्कोटिज्या जवरेखा ऋणं तदुत्क्रमज्या पूहरेखा धनं तत्र जबिन्दोस्त्रिज्यासूत्रं वर्धितं जनरेखा तदवधि पूचिह्नाल्लम्बः नपूरेखा पूपजचापच्छाया सा धनाख्या। अग्रान्मूलस्य दक्षिणे गतत्वात्। तस्याः खण्डिनी नकरेखा ऋणं केन्द्राज्ज्याग्रं जचिह्नं यद्दिशि तद्भिन्नदिशि केन्द्राच्छायाग्रगनचिह्नस्य स्थितत्वात्। एवं जनरेखागतफचिह्नावधि उचिह्नाल्लम्बः फउरेखा तच्चापकोटिच्छाया धनाख्या। अग्रान्मूलस्याधोमुखत्वात् तच्चापकोटिखण्डिनी फकरेखा ऋणाख्या। केन्द्रात् तदग्रस्य फचिह्नस्य ज्याग्रापेक्षया भिन्नदिग्गतत्वात्।

अथ चतुर्थपदे पूपतचापं तस्य ज्या तमरेखा ऋणं तत्कोटिज्या तवरेखा धनं तदुत्क्रमज्या पूमरेखा धनम्। अत्र ज्याग्रगततचिह्नाद्वर्धितं त्रिज्यासूत्रं कलरेखा तत्र लपूरेखा तच्चापच्छाया ऋणम्। अग्रान्मूलस्य वामं गतत्वात्। तच्चापखण्डिनी लकरेखा धनं केन्द्रादेकदिशि ज्याच्छायाग्रयोर्गतत्वात्। एवं ज्याग्राद्वर्धितं त्रिज्यासूत्रं तसरेखा ततः सउरेखा तच्चापकोटिच्छाया ऋणम्। अग्रान्मूलस्योर्ध्वमुखत्वात् सकरेखा तच्चापकोटिखण्डिनी ऋणाख्या। यतः केन्द्रा-

ज्यायं तच्चिह्नमाग्नेयदिशि कोटिच्छायायं सचिह्नं केन्द्राद्वायुदिश्यतो दिग्वैपरीत्यात् । एवं दिगानुलोम्याज्ज्यादीनां धनत्वं दिक्प्रातिलोम्यादृणत्वं स्पष्टम् ।

अथवा गणितेनोच्यते । द्वितीयपदे भुजज्यात्रिज्याघाते ऋणकोटिज्याभक्ते छाया ऋणं तृतीयपदे ऋणभुजज्या त्रिज्यागुणा ऋणकोटिज्याभक्ता फलं धनं चतुर्थपदे ऋणभुजज्या त्रिज्यागुणा धनकोटिज्याभक्ता फलमृणं छाया स्यात् । एवं त्रिज्यावर्गे ऋणकोटिज्याभक्ते फलमृणमतो द्वितीयतृतीयपदयोश्चापखण्डिनी ऋणाख्या । अथ द्वितीयपदे ऋणकोटिज्या त्रिज्यागुणा धनभुजज्याभक्ता फलमृणं कोटिच्छाया । तृतीयपदे तु ज्याकोटिज्ययोर्ऋणत्वात् फलं धनं कोटिच्छाया । चतुर्थपदे धनकोटिज्या त्रिज्यागुणा ऋणकोटिज्याभक्ता फलमृणं कोटिच्छाया । एवं त्रिज्यावर्गे ऋणभुजज्याभक्ते फलमृणं कोटिखण्डिनी तृतीयचतुर्थपदयोः स्यात् । ऋणज्याकोटिज्यादीनां प्रयोजनमग्रेभविष्यतीति प्रकृते तन्निरूपणं कृतमिति ।

अथ समकोणत्रिभुजस्य कर्णवर्गो भुजद्वयवर्गयोगेन समानो भवतीति रेखागणिते प्रथमाध्याये सप्तचत्वारिंशत्क्षेत्रे निरूपितं तत्रोपपत्तिः । पञ्चदशप्रकारैरुक्ता सा च विस्तरभयान्नेह लिख्यते तथापि प्रथमः प्रकारस्तावत् प्रदर्श्यते ।

यथा अकगत्रिभुजे कः समकोणस्तदा अगकर्णवर्गः अक, कग भुजयोर्वर्गयोगेन समानो भवति । (२ क्षेत्रं द्रष्टव्यम् ।)

अत्रोपपत्तिः । अग, अक, कग, रेखाणामुपरि अच, अफ, गड, वर्गत्रयं (क्षे ४६) कार्यम् । कतरेखा (३१) अछरेखाया गच रेखाया वा समानान्तरा कार्या तथा कछ, कच, जग, अटरेखाः क्रमेण संयोजनीयाः । अकरेखायाः फक, कग रेखाभ्यां संलग्नतया समकोणत्वेनार्थात् अकगकोण, अकफकोणौ तुल्यौ जातौ । तदा फकगरेखैका सरला जाता (१४ क्षे॰) । एवं जअककोण, छअगकोणौ समकोणत्वेन तुल्यौ तयोः क्रमेण गअककोणयोजनेन सिद्धौ जअगकोणछअककोणौ समानौ जातौ । तदा जअग, छअकत्रिभुजयोरुक्तकोणतुल्यत्वेन क्रमेण जअभुजस्य अकभुजतुल्यत्वात् तथा अगभुजस्य अछभुजतुल्यत्वात् द्वयोस्त्रिभुजयोस्तुल्यत्वं (४ क्षे॰) सिद्धम् । अथ जकचतुर्भुजं जअगत्रिभुजाद्द्विगुणम् । जअभूमौ द्वयोर्विद्यमानत्वात् तथा जअ, फग, समानान्तररेखयोर्मध्यवर्त्तित्वात् (४१ क्षे॰) एवं अत चतुर्भुजं छअकत्रिभुजाद्द्विगुणं अछभूमौ चतुर्भुजं त्रिभुजं चास्ति तथा द्वयोः अछ, कतरेखयोः समानान्तरयोर्मध्यवर्त्तित्वात् (४१ क्षे॰) अतः जकचतुर्भुजतुल्यं अतचतुर्भुजंजातम् । अथ फकअ, फकडंकोणयोः

समकोणत्वेन तुल्यत्वात् अकडरेखैका सरला जाता (१४) अगटत्रिभुजे कगच त्रिभुजे क्रमेण अगभुजः गचभुजेन समानः गटभुजः कगभुजतुल्यः स्वस्वभुजद्वयान्तर्गतौ अगट, कगचकोणौ तुल्यौ। कगटकोणे समकोणे अगककोणयोजनात् तथा अगच समकोणे अगककोणयोजनात् सिद्धत्वात् तदा द्वे त्रिभुजे समाने जाते (४ क्ष०) अथ गटभूमौ अगटत्रिभुजं कटचतुर्भुजं तथा उअ, टगरेखयोः समानान्तरयोर्मध्यवर्त्तित्वात् त्रिभुजद्विगुणं चतुर्भुजं सिद्धम्। (४१ क्षे०) एवं चगभूमौ कगचत्रिभुजस्य गतचतुर्भुजस्य गतत्वेन गच, कतरेखयोः समानान्तरयोर्मध्यवर्त्तित्वात् त्रिभुजद्विगुणं चतुर्भुजं जातम् (४१ क्षे०) तदा अगट, कगचत्रिभुजयोः साम्येन तद्द्विगुणयोः कट, गतचतुर्भुजयोः साम्यं जातम्। अत्र पूर्वं अकभुजवर्गेण जकक्षेत्रेण अतक्षेत्रं तुल्यमिदानीं कगभुजवर्गेण कटक्षेत्रेण गतक्षेत्रं तुल्यम्। अत,गतक्षेत्रयोर्योगेन भुजवर्गयोगरूपेण अचचतुर्भुजं अगकर्णवर्गरूपं क्षेत्रं तुल्यमितिसिद्धम्। अत्र चतुर्भुजं कोणचतुरक्षरैर्बोधितं यद्यपि स्यात् तथापि लाघवेन संमुखकोणगाभ्यांवर्णाभ्यामेव द्योतितं स्यात्। यथा। अगचछक्षेत्रं अचक्षेत्रं गछक्षेत्रं वा कथ्यत इति। अथ जअग,छअकत्रिभुजयोः साम्यं स्पष्ट मेव। जअभुजः अकभुजतुल्यः। अछरेखा अगतुल्या। जअगकोणः स्वभुजद्वयान्तर्गतः। छअककोणेन स्वभुजद्वयान्तर्गतेन समानोऽस्त्येव तदा जअगक्षेत्रोपरि छअकक्षेत्रं स्थापितं सर्वतोभावेन संलग्नं स्याद्यतः जचिह्ने कचिह्नं अचिह्ने अचिह्नं गचिह्ने छचिह्नं लग्नं तदा जगतुल्या कछरेखा स्यात्। यतो बिन्दुद्वयगा सरला रेखा एकैव स्यात् तदा द्वे त्रिभुजक्षेत्रे तुल्ये। एवं अगटत्रिभुजं कचगत्रिभुजेन तुल्यं भवति। अथैकभूमौ द्वयोः क्षेत्रयोः समानान्तररेखान्तर्गतयोस्त्रिभुजद्विगुणं चतुर्भुजं कथमिति चेदुच्यते। यथा जकचतुर्भुजे जअभूमिः जफरेखागुणा क्षेत्रफलमेवं जअगत्रिभुजे जअभूमौ गचिह्नाल्लम्बः जफतुल्य एव बहिर्लम्बः तदर्धेन जअभूमिर्गुणिता त्रिभुजे फलं तत्र लम्बार्धभूमिघाताद्द्विगुणं लम्बभूमिघातमितमतस्त्रिभुजाद्द्विगुणं चतुर्भुजं स्पष्टम्। जअ,फगरेखयोः समान्तरत्वेन फजतुल्यैव गचिह्नाल्लम्बरेखा वर्धितजअरेखावधि स्यात्। एवं स्वबुद्ध्यैव बहुधोपपत्तिः कर्त्तव्येति।

अथान्यथा भुजकोटिवर्गयोगस्य कर्णवर्गत्वे युक्तिरुच्यते। (३क्षेत्रं द्रष्टव्यम्।)

अकगत्रिभुजे अगकर्णवर्गः अचक्षेत्रम्। अकभुजवर्गः अजक्षेत्रम्। जवरेखा छचिह्नावधि कार्या। तत्र अवरेखा लम्बोभयतः समकोणौ अवछ त्रिभुजं जात्यं जातम्। अवरेखोपरि गचिह्नाल्लम्बो गपरेखा तदुपरि चचिह्नाल्लम्बः सचिह्नावधि वर्धितः कार्यः। सजरेखा च कार्या। अत्र कर्णवर्गे अचक्षेत्रे चत्वारि त्रि

भुजानि अवछं १ छलचं २ चरगं ३ गयअं ४ एतानि अकगत्रिभुजतुल्यानि तथा अक, कग भुजान्तरवर्गरूपं वरचतुर्भुजं चास्ति । एवं अजक्षेत्रे अकभुजवर्गे क्षेत्रत्रयं अगं, यलं, रजं, तत्र अगक्षेत्रे जात्यद्वयम् । अकगं, अपगं, तुल्यम् । अतो जात्यद्वये भुजान्तरवर्गस्य रजक्षेत्रस्य च योजनेन अकवर्गक्षेत्रं सिद्धम् । तत्र रजचतुर्भुजं तावन्न योजितम् । अथ सकज, सजल, जात्ययोर्योगेन सजक्षेत्रं कगभुजवर्गरूपसगक्षेत्रेण रजक्षेत्रयुतेन तुल्यम् । अतो भुजद्वयवर्गयोगक्षेत्रे-ऽपि अकगं, अपगं, सकजं, सजलं, एतानि तुल्यानि समकोणत्रिभुजानि भुजान्तरवर्गरूपं यलक्षेत्रं चास्ति । तेन भुजद्वयवर्गयोगस्य कर्णवर्गसमत्वं सिद्धम् । अत्र त्रिभुजे जात्ये भुजघाताधं फलं तच्चतुर्गुणं तु भुजघातद्विगुणं तच्च भुजान्तरवर्गयुतं भुजवर्गयोगः स्यादिति सिद्धम् । भुजौ तु राश्युपलक्षकौ तेन राश्योरन्तरवर्गेण द्विघ्ने घाते युते तयोः वर्गयोगो भवेदिति पाट्युक्तमुपपन्नम् । एवं अकभुजस्य खण्डद्वयं भुजान्तरतुल्यमेकं कगभुजतुल्यं द्वितीयम् । अनयोर्घा-ततुल्ये अर, रजक्षेत्रे तथा खण्डवर्गौ यल, करक्षेत्रे । एषां चतुर्णां योगे अकवर्गः अजक्षेत्रम् । अतः खण्डद्वयस्याभिहतिर्द्विनिघ्नी तत्खण्डवर्गैक्ययुता कृतिर्वेति पा-ट्युक्तं चोपपन्नम् ।

अथान्यथोपपत्तिः । (४ क्षेत्रं द्रष्टव्यम् ।) अत्र त्रयाणां भुजानां वर्गा बहिः पातनीयाः । पुनः मत, हपरेखे वर्धनीये यथा तयोः संपातः सचिह्ने स्यात् । पुनः मअरेखा हगरेखा च वर्धनीया यथा तयोः संपातो रचिह्ने स्यात् तदा महक्षेत्रं अक, कगभुजयोर्योगवर्गतुल्यं जातं पुनः अकरेखा कगरेखा च वर्धनीया तयोरुपरि क्रमेण छ,चचिह्नाभ्यां छप, चवलम्बौ कार्यौ तौ च वर्ध-नीयौ यथा तयोः संपातः फचिह्ने स्यात् तदा पवचतुर्भुजमपि भुजयोगवर्गक्षेत्रं जातम् । अतो महक्षेत्रं पवक्षेत्रं च तुल्यम् । अथ तसषं, तकषं, अकगं, अरगं, एतानि चत्वारि तुल्यानि त्रिभुजानि महक्षेत्रे निष्काशितानि तदा मक, कह,क्षेत्रे भुजद्वयवर्गयोगरूपः शिष्टः । एवं पवक्षेत्रात् चतुःकोणेषु तान्येव तुल्यानि त्रिभुजानि अपछ, छफच, चवग, गअकसंज्ञानि शोधितानि तदा छगक्षेत्ररूपः कर्णवर्गः शिष्टः । एवं तुल्ययोः समशोधितयोरपि न तुल्यत्वहानिरितिप्रसिद्धेः प्रकृते भुजद्वयवर्गयोगः कर्णवर्गतुल्य इति सिद्धम् ।

अथ तुल्यानि चत्वारि त्रिभुजानि यदि योजितानि तदा भुजद्वयघातो द्विगुणः स्यात् तस्य भुजयुतिवर्गे महक्षेत्ररूपे शोधितत्वाद्भुजवर्गयोः शेषाद्वी-जोक्तं वर्गयोगस्य यद्राश्योर्युतिवर्गस्य चान्तरम् । द्विघ्नघातसमानं स्यादित्यु-पपन्नम् ।

एवं च युतिवर्गाद्द्विघ्नघातशोधनेन वर्गयोगस्तस्माद्द्विघ्नघातशोधनेन प्रागुक्तरीत्यान्तरवर्गस्तदा लाघवाद्युतिवर्गाच्चतुर्गुणघातशोधनेनान्तरवर्गः शेषः स्यादतः । चतुर्गुणस्य घातस्य युतिवर्गस्य चान्तरम् । राश्यन्तरकृतेस्तुल्यमिति बीजोक्तं चोपपन्नम् ।

अथ चतुर्थप्रकारेणोच्यते । तच्च (५ क्षेत्रं द्रष्टव्यम् ।) अकगत्रिभुजे अगरेखोपरि कचिह्नात् कचलम्बः कृतस्तदा चचिह्नगतकोणयोः समकोणत्वेन तदन्यज्जात्यद्वयमुत्पन्नम् । तत्र अकगत्रिभुजे अचकत्रिभुजे च अकोणो द्वयोरेक एव समकोणश्च क्रमेण अकगकोणः अचककोणस्तदा कोणद्वयसाम्येन शेषकोणयोश्च साम्यम् । अर्थात् अगककोणतुल्यः अकचकोणतुल्यो जातस्तदैते सजातीये जाते । एवं अकगत्रिभुजे कचगत्रिभुजे च गकोण एक एव अकग,कचगकोणौ समकोणौ तदा अकोणेन चकगकोणस्तुल्यो जातस्तदैते सजातीये । अतस्त्रिभुजत्रयं मिथः सजातीयं जातम् । अकच,कचगजात्ययोः प्रत्येकं अकगजात्यसजातीयत्वात् । अतः अगरेखया अकभुजस्य या निष्पत्तिः सैव अकभुजेन अचभुजस्य निष्पत्तिः । एवं अगरेखया कगभुजस्य या निष्पत्तिः सैव कगभुजेन चगभुजस्य निष्पत्तिः । न्यासः $\left\{ \begin{array}{l} \text{अग : अक = अक : अच} \\ \text{अग : कग = कग : चग} \end{array} \right\}$ अत्र प्रथमचतुर्थघातो द्वितीयतृतीयघातसम इत्यतः अगगुणा अचरेखा अकवर्गसमा । पुनः अगगुणा चगरेखा कगवर्गसमा द्वयोर्योगे अकवर्गकगवर्गयुतिः अच,चगयोगरूपया अगरेखया अगगुणितया अर्थात् अगवर्गरूपया तुल्येति सिद्धम् । एवं भुजद्वयवर्गयोगे कर्णवर्गं एकभुजवर्गोने शेषमन्यभुजवर्गो भवति ।

अथान्यथोच्यते । (६ क्षेत्रं द्रष्टव्यम् ।) अकगवृत्ते कचगजात्यं अचछजात्यसजातीयं क्रमेण गकोण,छकोणयोः कअचापोपरि संमुखगतत्वात् । एवं ककोणअकोणौ छगचापसंमुखौ तुल्यौ । अतः चगरेखया कचभुजस्य या निष्पत्तिः सैव कचतुल्यचछभुजेन अचभुजस्य निष्पत्तिः । चग : कच = कच : अच ।

अथवा चतुर्थप्रकारेण । कचग, कचअ, जात्ये सजातीये तत्रापि चगेन कचस्य या निष्पत्तिः सैव कचेन अचस्य निष्पत्तिः । अत्र अचरेखाचगरेखाघातः कचवर्गतुल्यः सिद्धस्तत्र वृत्ते भुजज्यारूपा कचरेखा भुजः । कोटिज्या सचरेखा कोटिः कसरेखा त्रिज्यामिता कर्णः । अत्र चगरेखा कोटिकर्णयोगरूपा कोटिकर्णान्तररूपया अचरेखया गुणिता तदा कोटिकर्णवर्गान्तरं सिद्धं तस्य योगान्तरघातसमत्वात् तन्मूलं भुजज्या स्यादतः शरगुणा शरवर्जितविस्तृतिरिति पद्योक्तमानयनमुपपन्नम् ।

अथ वर्गान्तरस्य योगान्तरघातसमत्वे युक्तिरुच्यते ।

अकरेखावर्गक्षेत्रं अदचतुर्भुजं तस्मात् अवरेखावर्गरूपे अहचतुर्भुजे शोधिते शेषं सम चतुर्भुजं वद क्षेत्रं च। अथ वद क्षेत्रे सम क्षेत्रं तथा योजितं यथा सजरेखा मदरेखायां लग्ना स्यात् तथा कृते दर्शनम् ।

अत्रायते अकरेखाअवरेखायोगः वहरेखा । अन्तरं वकरेखा । तयोर्घातः फलमिति रेखयोर्वर्गान्तरं योगान्तरघातसममिति स्पष्टम् ।

अथान्यथोच्यते । यथा सप्तानां वर्गात् पञ्चानां वर्गः शोध्य इति तत्र पञ्चसु स्थानेषु पञ्च स्थापिताः ५।५।५।५।५। एषां योगः पञ्चवर्गः । एवं सप्तसु स्थानेषु सप्त स्थापिताः ।७।७।७।७।७।७।७। एषां योगः सप्तवर्गस्तत्र पञ्चवर्गशोधनार्थं न्यासः $\begin{matrix} ७ । ७ । ७ । ७ । ७ । ७ । ७ । \\ ५ । ५ । ५ । ५ । ५ । \end{matrix}$ शोधिते शेषम् ।२।२।२।२।२।७।७। एषां योग एव वर्गान्तरम् । अत्र पञ्चसप्तान्तरं २ पञ्चसु स्थानेषु । तद्योगोऽन्तरगुणितलघुराशिः । एवं स्थानद्वये सप्त तद्योगोऽन्तरगुणितबृहद्राशिः । तत्र लाघवाल्लघुबृहद्राशियोग एवान्तरगुणितः कृतस्तदा पञ्चसप्तवर्गान्तरं तद्योगान्तरघातसममित्युपपन्नं यथोक्तम् ।

अथ समानकोणत्रिभुजयोः प्रतिद्विभुजानां मिथः समाना निष्पत्तिर्भवतीति रेखागणितषष्ठाध्यायचतुर्थक्षेत्रेण सिद्ध्यति ।

तत्र तावत् तदुपयोगार्थं तद्द्वितीयक्षेत्रविचारः ।

त्रिभुजे एकभुजसमानान्तरा अन्या रेखा कार्या तद्रेखाविभक्तभुजखण्डयोर्निष्पत्तिः समाना भवति । यथा । (७ क्षेत्रं द्रष्टव्यम् ।) अइउ त्रिभुजे इउरेखासमानान्तरा कग रेखा कृता तदा इक,कअ रेखयोर्या निष्पत्तिः सैव उग,गअ रेखयोर्निष्पत्तिः । तद्यथा । इगरेखा उकरेखा च कार्या । अत्र इकगत्रिभुजं उकगत्रिभुजसमानमस्ति । द्वयोः क्षेत्रयोः कगरेखारूपैकाधारगतत्वेन इउरेखाकगरेखयोः समानान्तरयोर्मध्यवर्त्तित्वेन च प्रथमाध्यायस्य सप्तत्रिंशक्षेत्रेण सिद्धत्वात् । अथवा लम्बगुणं भूम्यर्धं त्रिभुजे फलं भवतीति नियमादत्र स्वमार्गवर्धितायां कगरेखायां उचिह्नाद्यो लम्बस्तत्तुल्य एव इचिह्नाद् वर्धितकगरेखोपरि लम्बः स्यात् । उचिन्हइचिह्नाश्रितउइरेखायाः कगरेखया समानान्तरत्वात् । एवं लम्बसाम्येन कगभूमिसाम्येन च फलसाम्याद्द्वयोस्त्रिभुजयोः समानता सिद्धा । अथ इकगत्रिभुजअकगत्रिभुजयोर्या निष्पत्तिः सैव इकरेखा-

...रेखयोर्निष्पत्तिः । लम्बार्धगुणभूमिस्त्रिभुजे फलमिति नियमात् प्रकृते अइ-रेखायां गचिह्नाद्यो लम्बः स एव अकग,इकगत्रिभुजयोरेको लम्बो भविष्यति । तदर्धेन अकरेखा,इकरेखारूपभूम्योर्गुणितयोः फलत्वात् फलयोर्या निष्पत्तिः सैव भूम्योर्निष्पत्तिर्जाता । अतएव इकग,अकगत्रिभुजयोर्निष्पत्तिः इक,कअरेखयो-र्निष्पत्तिसमाना जाता । एवं उकगत्रिभुज,अकगत्रिभुजयोर्निष्पत्तिः उगरेखा,-गअरेखयोर्निष्पत्तितुल्यास्ति । अगभूमौ उगभूमौ वा कचिह्नात् पतितलम्बस्यै-कत्वात् । वा, अउरेखायां कचिह्नात् स एव लम्बः स्यात् । एवं समानलम्ब-त्रिभुजयोर्या निष्पत्तिः सैव तदाधारयोर्निष्पत्तिरिति प्रसिद्धत्वात् प्रकृते इक-गत्रिभुजउकगत्रिभुजयोस्तुल्यत्वात् इकगत्रिभुजेन अकगत्रिभुजस्य या निष्पत्तिः सैव उकगत्रिभुजेन अकगत्रिभुजस्य निष्पत्तिः । अतएव इक,कअरेखयोर्या नि-ष्पत्तिः सैव उग,गअरेखयोर्निष्पत्तिरिति सिद्धम् ।

अथ सजातीयक्षेत्रयोर्भुजनिष्पत्तितुल्यत्वविचारः । यथा (८ क्षेत्रं द्रष्टव्यम् ।) अइउ बृहत् त्रिभुजं कउगलघुत्रिभुजम् । अत्र अइउकोणः कउगकोणेन तुल्यः । अउइकोणः कगउकोणसमानः इअउकोणः उकगकोणेन समानः । अथ तुल्यको-णकारकभुजयोर्निष्पत्तिस्तुल्या भवति । तद्यथा । द्वे त्रिभुजक्षेत्रे तथा स्थाप्ये यथा एकभुजप्रान्तादन्यभुजो वर्धनेनोत्पन्नः स्यात् । इउभुजः उगभुजः इगरेखायां गतः स्यादित्यर्थः । अइउकोणअउइकोणयोगः समकोणद्वयाल्पः । अउइकोणः कगउको-णेन समानः । अतएव अइउकोणकगउकोणयोगः समकोणद्वयाल्पः । तत एव इअ,गकरेखयोः स्वमार्गेवर्धितयोर्योगः चचिह्ने भवितुमर्हति । प्रथमा-ध्यायैकोनत्रिंशत्क्षेत्रे प्रतिपादनात् । अइउकोणकउगकोणयोस्तुल्यत्वेन इचरेखा उकरेखासमानान्तरा जाता । प्रथमाध्यायस्याष्टाविंशत्क्षेत्रेण सिद्धत्वात् । एवं अउइकोण,कगउकोणयोस्तुल्यत्वेन अउरेखा चगरेखासमानान्तरा जाता । अत-एव; चअउकक्षेत्रं समानान्तरचतुर्भुजं जातम् । तत्र संमुखभुजयोस्तुल्यत्वनिय-मात् अचरेखाउकरेखे तुल्ये । अउरेखाचकरेखे च तुल्ये जाते । चइगत्रिभुजे चगरेखासमानान्तरा अउरेखा । अतः इअ,अचरेखयोर्या निष्पत्तिः सैव इउ,उग-रेखयोर्निष्पत्तिः । परन्तु अचरेखातुल्या उकरेखा तेन इअ,उकरेखयोर्या निष्पत्तिः सैव इउ,उगरेखयोर्निष्पत्तिः । इअ : उक :: इउ : उग एकान्तरनिष्पत्तिस्वरूपेऽत्र इअरेखाइउरेखयोर्निष्पत्तिः उकरेखाउगरेखयोर्निष्पत्तितुल्या । अइ : इउ :: उक : उग । एतेन अइउकोणाश्रितभुजयोः अइ,इउरेखयोर्निष्पत्तिः कउगकोणाश्रित-भुजयोः उक,उगरेखयोर्निष्पत्तिस्तुल्या सिद्धा । उभयोस्तुल्यकोणत्वात् । अथैवं उकरेखा इचरेखायाः समानान्तरास्ति । अतः इउ,उगरेखयोर्निष्पत्तिः चक,क-गरेखयोर्निष्पत्तितुल्या । परन्तु चकरेखातुल्या अउरेखा । अतः इउ,उगरेखयो-

निष्पत्तिः अउ,कगरेखयोर्निष्पत्तितुल्या जाता । इउ : उग :: अउ : कग एकान्तर-निष्पत्तिस्वरूपे कृते इउ : अउ :: उग : कग । अइउकोणाश्रितयोः इउरेखाअउ-रेखयोर्निष्पत्तिस्तत्कोणतुल्य उकग कोणाश्रितयोः उग,कगरेखयोर्निष्पत्तिः सिद्धा ।

अथ शेषकोणलग्नभुजयोर्निष्पत्तिविचारः । अइउक्षेत्रस्य भुजाः अइ । इउ । अउ । द्वितीयक्षेत्रस्यभुजाः उक । उग । कग । एत एव राशयः कल्पिताः । तत्रैकस्य प्रथमद्वितीयभुजयोर्निष्पत्तिः परस्य प्रथमद्वितीययोर्निष्पत्तितुल्या । अइ : इउ :: उक : उग । एवमेकस्य द्वितीयतृतीययोर्निष्पत्तिः परस्य द्वितीयतृतीययोर्निष्पत्ति-तुल्या । इउ : अउ :: उग : कग । अत्र लिखितयोरेकान्तरनिष्पत्तिस्वरूपे कृते

न्यासः $\left\{\begin{array}{l}\text{अइ : उक :: इउ : उग}\\ \text{इउ : उग :: अउ : कग}\end{array}\right\}$ अत्र तिर्यक्स्थितयोस्तुल्ययोरपगमेऽव-

शिष्टयोर्न्यासः $\left\{\begin{array}{ll}\text{अइ : उक ।} & 0\\ 0 & \text{। अउ : कग}\end{array}\right\}$ एते एकपङ्क्तिगते जाते । अइ : उक :: अउ : कग । तत एकान्तरनिष्पत्तिस्वरूपे कृते न्यासः । अइ : अउ :: उक : कग । अनेन इअउकोणउकगकोणयोस्तुल्ययोस्तदाश्रितभुजयोः अइ,अउरेखयोस्तथा उक,कगरेखयोर्निष्पत्तिस्तुल्या सिद्धा । अत्र निष्पत्तिस्वरूपे लिखिते खण्डचतुष्टयम् । तत्र प्रथमचतुर्थयोर्घातो द्वितीयतृतीयघातसमः । यतः प्रथमखण्डं येन गुणकेन गुणितं तृतीयखण्डं तेन गुणकेन गुणितं द्वितीयमेव चतुर्थं । प्र । द्वि । प्र · गु । द्वि · गु । अत्र प्रथमचतुर्थघातो द्वितीयतृतीयखण्डघाततुल्यः । प्र · द्वि · गु । एवं दृश्यते अतएव निष्पत्तिस्वरूपयोः पङ्क्तिद्वयगतयोस्तुल्ययोस्तिर्यक्स्थितयोर्नाशो लाघवात् क्रियते । तद्यथा । पूर्वलिखितयोर्न्यासः $\left\{\begin{array}{l}\text{अइ : उक :: इउ : उग}\\ \text{इउ : उग :: अउ : कग}\end{array}\right.$

अइ, उगघातः उक, इउघातसमः अइ $\times$ उग $=$ उक $\times$ इउ एवं इउ,कगघातः अउ, उगघाततुल्यः । अउ $\times$ उग $=$ कग $\times$ इउ । अनयोर्न्यासः $\left\{\begin{array}{l}\text{अइ} \times \text{उग} = \text{उक} \times \text{इउ}\\ \text{अउ} \times \text{उग} = \text{कग} \times \text{इउ}\end{array}\right.$

अत्र राश्योर्निष्पत्तिर्वा गुणगुणितराश्योर्निष्पत्तिस्तुल्यैव । तेन उगगुणितअइ-भुजेन उगगुणितअउभुजस्य निष्पत्तिर्वा अइभुजेन अउभुजस्य निष्पत्तिस्तुल्या । उभयनिष्ठउगगुणयोर्नाशात् । एवं इउतुल्ययोर्गुणयोर्नाशे शिष्टाउक,कगयोर्निष्पत्तिः । अतः अइभुजेन अउभुजस्य निष्पत्तिः । उकभुजेन कगभुजस्य निष्पत्तिस्तुल्या सिद्धा । अइ : अउ=उक : कग । एतस्यैकान्तरनिष्पत्तिस्वरूपे न्यासः । अइ: उक=अउ : कग । अतस्तुल्ययोस्तिर्यगतयोर्नाशे लाघवादेवं संपद्यते । एवं खण्डचतुष्टयं त्रैराशिकेऽपि निष्पत्तिस्वरूपस्यमेवोन्नेयम् । यथा अइभुजेनउक-भुजो लभ्यते तदा अउभुजेन क इति लब्धः कगभुजस्तत्रापि प्रमाणगुणितमि-

च्छाफलं प्रमाणफलगुणितेच्छासममिति ज्ञेयम् ।

अथ त्रिभुजे कोणत्रययोगस्य समकोणद्वयतुल्यत्वे युक्तिः । (९ क्षेत्रं द्रव्यम् ।) अइउत्रिभुजे इउभुजो वर्धितस्तथा इअरेखासमानान्तरा उकरेखा कार्या । इअ, उकरेखे अउरेखया छिन्ने तेन इअउकोणतुल्यः अउककोणो जातः । एवं समान्तररेखे इगरेखया छिन्ने तेन अइउकोणतुल्यः कउगकोणो जातः अउककोणकउगकोणयोगः अउगकोणस्तत्र इउअकोणयोजनेन समकोणद्वयं जातम् । इगरेखायां उचिह्नाल्लम्बकरणेन तदुभयदिशि समकोणत्वात् । अतस्त्रिभुजे कोणत्रययोगो भार्धांशमितो १८० नियतस्तेन त्रिभुजयोः कोणद्वयसाम्ये शेषकोणयोस्तुल्यत्वं स्यादेव । एवं जात्ये त्रिभुजे कोणैकसाम्येन समकोणरूपकोणस्योभयत्र तुल्यत्वेन तृतीयकोणयोस्तुल्यत्वं कथमन्यथा कोणत्रययोगस्य समकोणद्वयतुल्यत्वं संपद्यते । अतः समकोणस्य नवत्यंशमितत्वात् कर्णावलग्नकोणद्वययोगोऽपि नवत्यंशमितः स्यात् । एवं कोटिकर्णयोगकोणभुजकर्णयोगकोणयोगस्य नवत्यंशमितत्वे एककोणहीननवत्यंशा एवापरकोणः स्यात् । एवं सर्वत्र जात्ययोः कर्णावलग्नैककोणसाम्येन तथा विषमत्रिभुजयोः कोणद्वयसाम्येन सजातीयत्वं बोध्यम् ।

अथ चापयोर्ज्याकोटिज्याज्ञाने तच्चापान्तरयोगज्याकोटिज्याप्रकारमाह ।

चापयोरिष्टयोर्बाहुजीवे मिथः-
कोटिजीवागुणे त्रिज्यकाभाजिते ।
लब्धयोः संयुतिश्चापयोगज्यका
लब्धयोरन्तरं चापभेदज्यका ॥ १ ॥

बाहुमौर्व्योर्हतिः कोटिमौर्व्योस्तथा
त्रिज्यकाभाजिता लब्धयोः संयुतिः ।
चापभेदस्य कोटिज्यका संमता
चान्तरं चापसंयोगकोटिज्यका ॥ २ ॥

बाहुमौर्व्योस्तथा कोटिमौर्व्योः समा
वर्गविश्लेषसंख्या द्विधा सा स्थिता ।
चापभेदैक्यजीवाविभक्ता फले
चापसंयोगविश्लेषजीवे क्रमात् ॥ ३ ॥

एकजीवाऽन्यकोटिज्यकावर्गयो-
रन्तरे चापसंयोगकोटिज्यया ।
भाजिते चापविश्लेषकोटिज्यका
तद्धृते चापसंयोगकोटिज्यका ॥ ४ ॥

[illegible]न्तरयोगज्यासाधने नित्यानन्दकृतसिद्धान्तराजोक्तवासना यथा ।

कखागघं भूमितलेषु मण्डलं
ङकेन्द्रकं कर्कटकेन साधयेत् ।
कचं चछं चापयुगं कङं चङं
छङं क्रमाद्व्यासदलत्रयं लिखेत् ॥

चजं छझं चापयुगस्य दोर्ज्यके
कङे चङे लम्बवदेव पातिते ।
कछस्य चापद्वययोगसंमिते-
र्ज्यका कङे लम्बवदेव पातिता ॥

छटाद्व्ययात् तच्चङयोगचिह्ने
लिखेड्ढकारं गणकप्रवीणः ।
सूत्रं झटाख्यं विलिखेच्चजेन
तुल्यप्रमाणं खलु शिल्पसिद्धम् ॥

छटं धरा झटझछे भुजौ द्वौ
महात्रिकोणे झतसंज्ञलम्बः ।
त्र्यस्रत्रयं तत्र समीक्ष्यमाणं
वर्णाङ्कितं तच्छ्रवणादि चिन्त्यम् ॥

त्र्यस्रं झटातं छङझस्वरूपं
छझातमन्यत् ङचजोपमानम् ।
तृतीयमन्यत् झटतं तथैव
ततोऽनुपातः परिकल्पनीयः ॥

कर्णे छङे चेत् झङतुल्यकोटि-
र्झटश्रुतौ कास्ति तटं तदानीम् ।

चङस्रुतौ चेज्जङतुल्यकोटिः
कर्णे छभे कास्ति तदा छतं सा ॥

या कोटियुग्मस्य युतिस्तु सैव
ज्याचापयोगस्य छटाभिधा ज्या ।
बृहद्धनुः कच्छमितं छचं लघु
छटं महाचापगुणं चभं लघोः ॥

प्रकल्प्य तद्वन्मतिमांश्च जं लिखेद्
धनुर्द्वयान्तर्गतचापशिञ्जिनीम् ।
छटं सदा जाभमितं विचिन्तयेज्
भयं परं लम्बकमानयेत् कङे ॥

जयाभसंज्ञं त्रिभुजं यथा तथा
भचाङसंज्ञं परिचिन्तयेद्बुधः ।
कर्णे चङे यदि भङप्रमितास्ति कोटि-
र्भाजस्रुतौ भवति कोटिरियं तदा किम् ॥

एवं भवेज् भयमितं किल सूचकं हि
त्रैराशिकेन च वदामि भतप्रमाणम् ।
त्र्यस्रं भचातच्छटङोपमानं
किंवा भयाङप्रतिमं विचिन्त्यम् ॥

छङस्रुतौ चेत् टङकोटिमानं
चभस्रुतौ कास्ति भतं तदानीम् ।
भतोनितं चेत् भयसंज्ञसूचं
तदा भवेच्चाजसमं सदैव ॥

एषैव चापान्तरमानजीवा
पूर्वैर्निरुक्ता गणकप्रवीणैः ।

चापैक्यज्यासाधने (१० क्षेत्रं द्रष्टव्यम् ।) ङकेन्द्राद्वृत्तं कखगघसंज्ञं कार्यं तत्र वृत्तचतुर्थांशे कखचापं । अथ कचचापं बृहत् चछचापं लघु परिधावङ्क्यम् । कङरेखाचङरेखाछङरेखात्रयं त्रिज्यासूत्रत्रयं कार्यं कङरेखोपरि चवि-

ह्याल्लम्बः । बृहद्भुजज्या चजरेखा तथा चङरेखोपरि छचिह्नाल्लम्बः छझरेखा लघुचापज्या । अथ कङरेखोपरि छचिह्नाल्लम्बः छटरेखा सा कच,चछचापद्वययोगस्य कछचापस्य ज्यारूपा । अथ झटरेखा कार्या सा तु बृहद्भुजज्यातुल्या प्रत्यक्षप्रमाणावगता । टछरेखोपरि झचिह्नाल्लम्बः झतरेखा तत्र झटछं बृहत् त्रिभुजं तत्र झतलम्बेन त्रिभुजे तदन्तर्गते चोपपद्येते । एकं झटतं त्रिभुजं छङझत्रिभुजसजातीयं द्वितीयं छझतत्रिभुजं ङचजत्रिभुजसजातीयम् । अतोऽनुपातः । छङरेखातुल्ये त्रिज्याकर्णे झङतुल्या लघुचापकोटिज्या कोटिस्तदा झटतुल्ये बृहद्भुजज्याकर्णे केति तटरेखा बृहदाबाधा जाता । एवं चङरेखारूपत्रिज्याकर्णे जङरेखातुल्या बृहच्चापकोटिज्या कोटिस्तदा छझरूपे लघुज्याकर्णे केति छतरेखा लघ्वाबाधा तयोराबाधयोर्योगरूपा छटरेखा चापयोगज्या स्यात् । एतेन पूर्वोक्तमानयनमुपपन्नं भवतीति दूषितं सिद्धान्तशिरोमणिमरीचौ मुनीश्वरेण चापयोरिष्टयोर्दोर्ज्येमिथः कोटिज्यकाहते इति पद्योपपत्तौ ।

तथाहि । झटरेखाया जचरेखारूपबृहद्भुजज्यातुल्यत्वे युक्त्यनुपपादनात् तथा सा जात्यरीत्यनुक्तेरनुपाते संबन्धाभावाच्च सिद्धान्तराजोक्तमसंगतमित्यतो रेखागणितेन तत्संगतिरस्माभिः प्रदर्श्यते ।

अत्र (११ क्षेत्रं द्रष्टव्यम् ।) पूर्वोक्ते क्षेत्रे झतरेखायाः समानान्तरा चसरेखा तथा जचरेखायाः समानान्तरा मवरेखा झचिह्नलग्ना कार्या चछरेखापि कार्या । अथ समकोणत्रिभुजं वृत्तार्धे भवतीति रेखागणिते तृतीयाध्याये प्रतिपादितम् । ततो ङझछत्रिभुजे जात्ये ङछकर्णार्धे केन्द्रकल्पनाद्वृत्तं ङ,झ,छबिन्दुषु लग्नं स्यात् । एवं ङटछत्रिभुजे जात्येऽपि ङछएव कर्णस्तदर्धे केन्द्रे वृत्तं ङ,ट,छबिन्दुषु लग्नं तेन वृत्तान्तर्गतं ङ,ट,झ,छबिन्दुचतुष्टयं जातम् । अतो वृत्तान्तर्गतं चतुर्भुजम् । तत्र ङट,टझ,झछ,छङरेखा एव भुजाः सिद्धाः । अत्र झटछकोणझङछकोणौ तुल्यौ जातौ तयोः झछचापसंमुखत्वात् । अतो झटत,छङझजात्ययोः साजात्यं सिद्धम् । एवं समकोणात् ङझछकोणात् ङझतकोणः शोधितः छझतकोणः शिष्टस्तथा तझमकोणात् समकोणात् ङझतकोणः शोधितः शिष्टः ङझमकोणः समाभ्यां समहीनाभ्यां शेषयोः समत्वं स्यादेवेति छझतकोणङझमकोणौ तुल्यौ जातौ जच,मझरेखे समानान्तरे ङचरेखया छिन्ने तेन ङझमकोणतुल्यः ङचजकोणः सोऽपि छझतकोणतुल्यः सिद्धः । अतः छझतजात्यं ङचजजात्यसजातीयं जातं कोणैक्यसाम्येन कोणत्रयसाम्यात् । अथ जच,झटरेखयोस्तुल्यत्वे युक्तिः । झङछकोणः केन्द्रगतकोणो लघुचापेन चछसंज्ञेन तुल्यः ङच,ङछरेखे तुल्ये तेन ङचछकोणङछचकोणौ तुल्यौ ।१ क्षे ५ । अथ

त्रिभुजे कोणत्रययोगस्य भार्धांश १८० मितत्वात् प्रकृते ङचछत्रिभुजे लघु-चापमितेन चङछकोणेन हीनानां भार्धांशानां दलेन तुल्यावर्यांल्लघुचापार्ध-कोटिमितौ ङचछ,ङछचकोणौ सिद्धौ । द्वयोस्तुल्यत्वात् । अथ चझछजात्ये झचछकोणः ङचछकोणेन लघुचापार्धकोटिमितेन तुल्यस्तत्कोटितुल्योऽर्यां-ल्लघुचापार्धमितो झछचकोणः स्यात् । अथ चझछजात्यं चसछजात्यं चछ-कर्णविशिष्टं तदर्धकेन्द्रकं वृत्तं च,झ,स,छबिन्दुषु लग्नं प्राग्वद्वृत्तान्तर्गतं चतुर्भुजं जातं तत्र चझ,झस,सछ,छचरेखा एव भुजाः सिद्धाः । एवं झछचकोणेन लघुचापार्धेन तुल्यः झसचकोणो जातः द्वयोरपि झचचापसंमुखत्वात् । अथ झत,चसरेखे समानान्तरे झसरेखया छिन्ने तेनैकान्तरकोणावर्यात् झसच,त-झसकोणौ लघुचापार्धतुल्यौ सिद्धौ । लघुचापार्धकोटिस्तु झसतकोणः । स-मकोणतुल्यात् चसतकोणाल्लघुचापार्धतुल्यस्य शोधनात् । अथ पूर्वं झङछको-णेन लघुचापेन तुल्यः झटतकोणः सिद्धस्तस्य कोटिः तझटकोणः । ९० — लचा ।

अयं तझसकोणेन लघुचापार्धेन $\frac{\text{लचा}}{२}$ युक्तः $\frac{१८० - २\,\text{लचा} + \text{लचा}}{२} = \frac{१८० - \text{लचा}}{२}$

तदा लघुचापार्धकोटिमितः टझसकोणो जातः । अथ टझस,टसझकोणौ लघुचापार्धकोटितुल्यत्वेन तुल्यावतः प्रथमाध्यायषष्ठक्षेत्रेण झट,टसरेखे तुल्ये जाते तत्र टसरेखा बृहद्भुजज्यामिता तेन चजरेखातुल्या झटरेखेति सिद्धम् ।

अथान्यथोच्यते । ङ,ट,झ,छबिन्दुलग्नं लघुवृत्तं त्रिज्याव्यासकं पूर्वं कृतम् । तत्र द्विगुणितेष्टांशानां या पूर्णज्या सैव त्रिज्यावृत्ते इष्टांशानामर्धज्यास्वरू-पेति दर्शनात् छङटकोणस्य चापयोगरूपस्य संमुखी टछरेखा द्विगुणचापयो-गांशपूर्णज्या तथा छङझकोणस्य लघुचापमितस्य संमुखी झछरेखा द्विगुण-लघुचापपूर्णज्या । एवं तत्कोणान्तररूपस्य झङटकोणस्य बृहच्चापमितस्य संमु-खी झटरेखा द्विगुणबृहच्चापपूर्णज्या भवितुमर्हति । सैव बृहद्वृत्तीयबृहच्चाप-स्यार्धज्यातुल्या जाता । केन्द्रगतकोणार्धेन परिधिगतकोणस्य समत्वात् ।

अथ झङछ,झटछकोणयोस्तुल्यत्वमन्यथा प्रतिपाद्यते । टहङजात्यं झह-छजात्यसजातीयम् । द्वयोः हकोणयोः संमुखगयोस्तुल्यत्वात् । अतः टह,ह-ङरेखयोर्या निष्पत्तिः सैव हझ,हछरेखयोर्निष्पत्तिः । टह : हङ :: हझ : हछ । अत्रैकान्तरनिष्पत्तिस्वरूपे कृते टह,हझरेखयोर्या निष्पत्तिः सैव हङ,हछरे-खयोर्निष्पत्तिः । टह : हझ :: हङ : हछ । अथ टहझ, छहङकोणौ मिथः संमुखौ तुल्यौ । अतो झहट,छहङ, त्रिभुजयोर्हकोणतुल्यत्वेन तल्लग्नभुजयोश्च तुल्य-निष्पत्त्या शेषकोणौ मिथस्तुल्यौ ततस्ते सजातीये षष्ठाध्यायेन सिद्धे । त-

थाहि । हङरेखाखण्डं टहतुल्यं हयसंज्ञं तथा हछरेखाखण्डं हभतुल्यं हरसं-कार्यं यररेखा कार्या हयरत्रिभुजं हटभत्रिभुजसमानं जातं द्वयोर्भुजयोस्तद-न्तर्गतकोणस्य च तुल्यत्वेन प्रथमाध्यायचतुर्थक्षेत्रात् । तदा यररेखा टभरेखा-तुल्या जाता । अथ हय,हङ,रेखयोर्निष्पत्तिः हर,हछरेखयोर्निष्पत्त्या तुल्यास्ति ततः षष्ठाध्यायद्वितीयक्षेत्रात् ङछरेखायाः समानान्तरा यररेखा जाता समा-नान्तररेखे ङचरेखया छिन्ने तेन भङछ,हयरकोणौ तुल्यौ हयरकोणस्तु हटभ-कोणतुल्यस्तेन भङछ,भटतकोणौ तुल्यावित्यस्मच्छिष्यवर्येण मनीषानाथश-र्मणा निरूपितमनयैव युक्त्या भछच,भसचकोणयोश्च तुल्यत्वं संपद्यत इति ।

अथ भटछत्रिभुजे भट,भछभुजयोर्वर्गान्तरमर्थाद्बृहद्भुजज्यालघुभुजज्यावर्गा-न्तरं टत,तछरेखयोराबाधयोर्वर्गान्तरेण समानं वर्गान्तरं च योगान्तरघातसमानं तत्राबाधयोर्योगश्चापयोगज्या अंतरं वक्ष्यमाणरीत्या चापान्तरज्या तयोर्घातो भुजज्यावर्गान्तरसम इति भुजज्ययोर्वर्गान्तरं च स्वकोटिज्ययोर्वर्गान्तरेण तुल्य-मतो बाहुमौर्व्योस्तथाकोटिमौर्व्योः समेति पद्यस्यमानयनमुपपन्नम् ।

अथ त्रिज्याकर्णे चजरेखारूपा बृहच्चापज्या भुजस्तदा भछरेखारूपे लघु-ज्याकर्णे क इति लब्धा भतरेखा । एवं त्रिज्याकर्णे बृहच्चापकोटिज्या जङ-रेखा कोटिस्तदा लघुचापकोटिज्याकर्णे भङरेखातुल्ये केति जाता मङरेखा । अस्याः भतरेखातुल्या मटरेखा शोधिता शेषं टङरेखा चापयोगकोटिज्या सिद्धा। अथ भटङत्रिभुजे बृहद्भुजज्यालघुकोटिज्ये भट,भङरेखे भुजौ टङरेखा भूमिः भमरेखा बहिर्लम्बः मङ,मटरेखे आबाधे तयोरन्तरं चापयोगकोटिज्या यो-गस्तु वक्ष्यमाणरीत्या चापान्तरकोटिज्या । तत्र बृहद्भुजज्यालघुचापकोटिज्या-वर्गान्तरं चापान्तरयोगकोटिज्याघातसमं वर्गान्तरं च योगान्तरघातसमं तथा बृहज्ज्यालघुकोटिज्यावर्गान्तरं बृहच्चापकोटिज्यालघुचापज्यावर्गान्तरतुल्य-मिति एकजीवान्यकोटिज्यकावर्गयोरिति पद्यस्यमानयनं चोपपन्नम् ।

अथ चापान्तरज्यासाधनेऽपि (१२ क्षेत्रं द्रष्टव्यम् ।) वृत्तपादरूपं कखचापं तत्र कछतुल्यं बृहच्चापं छचतुल्यं लघुचापं कचतुल्यं चापान्तरचापम् । अत्र छटरेखा बृहच्चापज्या चभरेखा लघुचापज्या चजरेखा चापान्तरज्या जभरेखा छटरेखातुल्यास्ति अत्र जचङत्रिभुजं जात्यं तथा चङभक्षेत्रं जात्यम् । अन-योस्त्रिज्यारूपचङकर्णत्वात् तदर्धं केन्द्रं प्रकल्प्य यद्वृत्तं तत् ज,च,भ,ङबिन्दुषु लग्नमर्थाद्वृत्तान्तर्गतचतुर्भुजम् । तत्र जच, चभ, भङ, ङज, रेखा एव भुजाः स्युः । अथ भजङकोणङचभकोणौ तुल्यौ तयोः भङचापसंमुखत्वात् । भजङकोणतुल्यः भजयकोणस्तेन भजयजात्यं भचङजात्यसजातीयम् ।

...थ्यथा जयरेखा भुजः झयरेखा कोटिः जझरेखा कर्णइत्येकं तथा झरेखा भुजः झङरेखा कोटिः चङरेखा कर्ण इति द्वितीयमनयोर्भुजकर्णसंपातजकोणसाम्येन समकोणसाम्येन च कोटिकर्णसंपातजकोणसाम्यं जातम् । ततोऽनुपातः । त्रिज्याकर्णे लघुचापकोटिज्या कोटिस्तदा बृहद्भुजज्यातुल्यजझकर्णे केति सिद्धा झयरेखा । अथ चझङकोणात् समकोणतुल्यात् ङझयकोणः शोधितः शेषं तझचकोणः । तत्कोटिः झचतकोणः ङझयकोणतुल्योजातः । अतः ङझयजात्यं झचतजात्यसजातीयं ङझयजात्यं ङछटजात्यसजातीयं तेन झचतजात्यं ङछटजात्यसजातीयं जातम् । टछरेखा भुजः टङरेखा कोटिः त्रिज्या कर्ण इत्येकं तथा चतरेखा भुजः तझकोटिः चझकर्ण इति द्वितीयमनयोर्भुजकर्णसंयोगकोणतुल्यत्वादन्यकोणयोश्च साम्यम् । अत्र त्रिज्याकर्णे बृहच्चापकोटिज्या कोटिस्तदा लघुचापज्याकर्णे केति फलं झतरेखा । झयरेखा झतरेखोना चापान्तरज्या तयरेखातुल्या चजरेखा स्यात् । एतेन चापान्तरज्यानयनमुपपन्नम् ।

अथोक्तक्षेत्रेभ्य एव चापान्तरकोटिज्योपपत्तिः । यदि त्रिज्याकर्णे लघुचापज्या भुजस्तदा बृहद्भुजज्यातुल्ये जझकर्णे क इति जयरेखा । एवं त्रिज्याकर्णे बृहच्चापकोटिज्या कोटिस्तदा लघुचापकोटिज्याकर्णे झङरेखारूपे केति यङरेखा द्वयोर्योगे जङरेखा चापान्तरकोटिज्या सिद्धा । एतेनचापान्तरकोटिज्यानयनमुपपन्नम् ।

अथात्रापि छटरेखाया जझरेखातुल्यत्वे युक्तिः । (१३ क्षेत्रं द्रष्टव्यम् ।। जचरेखा वर्धनीया रचिह्नपर्यन्तं तथा चतरेखासमानान्तरा झसरेखा छररेखा च कार्या। झररेखा कार्या। अथ पूर्वप्रकारेण झचछकोणो लघुचापार्धमितःसिद्धः) चझछ,चरछजात्ये चछकर्णविशिष्टे तदर्धे केन्द्राद्वृत्तं झ,छ,र,च,बिन्दुषु लग्नं तेन झचछकोणछरझकोणौ तुल्यौ द्वयोः झछचापसंमुखत्वात् । अथ रछ,सझरेखे समान्तरे झररेखया छिन्ने तेनैकान्तरौ छरझ,रझसकोणौ तुल्यौ लघुचापार्धमितौ जातौ । अथ झङचकोणो लघुचापमितस्तत्तुल्यः झजसकोणः झजयकोणकोटिरूपः। झजसकोणकोटिः जझसकोणः लघुचापकोटिरूपः। अयं सझरकोणेन लघुचापार्धमितेन युक्तस्तदा लघुचापार्धकोटिमितो जझरकोणस्तत्तुल्य एव जरझकोणः छरझकोणकोटिरूपः । एवं कोणयोःसाम्ये तत्संलग्नभुजरूपे जर,जझरेखे तुल्ये जाते जरतुल्या टछरेखा तेन टछतुल्या जझरेखा सिद्धा ।

अथान्ययोच्यते। ज,च,झ,ङबिन्दुलग्नं त्रिज्यार्धेन कृतं लघुवृत्तं तथा क,च,छ,खबिन्दुलग्नं त्रिज्यया कृतं बृहद्वृत्तं बृहद्वृत्ते इष्टांशानां यार्धज्यारूपा सैव

लघुवृत्ते द्विगुणेष्टांशानां पूर्णज्यारूपा तथा केन्द्रगतकोणार्धेन परिधिगतकोणस्य तुल्यत्वाद्यथा लघुवृत्ते चझचापपूर्णज्या चझरेखा बृहद्वृत्ते चछचापस्य ज्या तथा लघुवृत्ते जचचापपूर्णज्या जचरेखा बृहद्वृत्तेऽन्तरचापस्य कचसंज्ञस्य ज्या। एवं लघुवृत्ते जझचापपूर्णज्या जझरेखा या सैव बृहद्वृत्ते बृहच्चापज्यातुल्या कङछकोणस्य बृहच्चापस्य जझरेखायाः संमुखत्वात् लघुवृत्तेऽन्तरचापद्विगुणं जचचापं तथा लघुचापद्विगुणं चझचापं तयोर्योगमितं जझचापं बृहच्चापद्विगुणं तत्पूर्णज्या जझरेखा लघुवृत्ते या सैव बृहद्वृत्ते बृहच्चापस्यार्धज्यारूपा सिद्धा। अथात्रापि बृहल्लघुज्ये जझ,चझरेखे भुजौ चापान्तरज्या जचभूमिः झसरेखा बहिर्लम्बः जस,चसरेखे आबाधे तयोर्वर्गान्तरं भुजयोर्वर्गान्तरेण तुल्यमित्युपपन्नं यथोक्तम्। एवं बृहद्भुजज्यालघुचापकोटिज्ये झज, झङरेखे भुजौ चापान्तरकोटिज्या जङरेखा भूमिः झयरेखा लम्बः जय,यङरेखे आबाधे तयोर्योगश्चापान्तरकोटिज्येति भुजयोर्वर्गान्तरमाबाधावर्गान्तरतुल्यमतश्चापान्तरयोगकोटिज्याघातसममित्युपपन्नं यथोक्तम्। एवं सिद्धान्तराजोक्तोपपत्तेः संगतिर्दर्शिता।

अधुनासूर्यसिद्धान्तकिरणावलीकारकृतोपपत्तिः प्रदर्श्यते। (१४ क्षेत्रं द्रष्टव्यम्।) कखगघसंज्ञे वृत्ते कचचापं बृहत् तज्ज्या चमरेखा बृहच्चापकोटिज्या चसरेखा। अथ चचिह्नाद्व्यासरेखा तदुपरि छचिह्नाल्लम्बः लघुचापज्या छररेखा तथा चफरेखायाः समानान्तरा छपरेखा लघुचापकोटिज्या कार्या छटरेखा तु चापयोगज्या तथा पचिह्नात् पहरेखा कगरेखायाः समानान्तरा कार्या। अथ फचमजात्यं पछभजात्यसजातीयं यतः चम,छटरेखे समानान्तरे चजफरेखया छिन्ने तेनैकान्तरौ मचफ,चजछकोणौ तुल्यौ। एवं चफ,छपरेखे समान्तरे छजरेखया छिन्ने तेनैकान्तरौ चजछ,भछपकोणौ तुल्यौ। अतः मचफ,भछपकोणयोस्तुल्यत्वेनोभयत्र समकोणत्वेन साजात्यं स्पष्टम्। बृहच्चापज्या भुजः बृहच्चापकोटिज्या कोटिः त्रिज्या कर्णः। अथ छभरेखा भुजः पभरेखा कोटिः छपरेखा कर्णः। अतोऽनुपातः। त्रिज्याकर्णे बृहच्चापज्या भुजस्तदा लघुचापकोटिज्याकर्णे क इति लब्धा छभरेखा। अथ फचमजात्यं पफबजात्यसजातीयं चफमकोणपफबकोणयोस्तुल्यत्वात्। तथाहि। टफबकोणान्नवत्यंशमितात् चफमकोणः शोधितः शेषं चफसकोणः। स चफपकोणान्नवत्यंशमिताच्छोधितः शेषः पफबकोणः चफमकोणतुल्यो जातः। अतः पबरेखा भुजः बफरेखा कोटिः पफरेखा लघुज्यामिता कर्णः। चमरेखा भुजः मफकोटिः चफकर्णः। त्रिज्याकर्णे बृहच्चापकोटिज्या कोटिस्तदा पफतुल्ये लघुज्याकर्णे केति बफरेखा तत्समा भटरेखा।

अथ पूर्वागता छभरेखा भटरेखायुता जाता छटरेखा चापयोगज्या । एवं त्रिज्याकर्णे बृहच्चापकोटिज्या कोटिस्तदा छपतुल्ये लघुचापकोटिज्याकर्णे केति पभरेखा । अथ त्रिज्याकर्णे बृहज्ज्या भुजस्तदा पफतुल्ये लघुज्याकर्णे क इति पबरेखा द्वयोरन्तरं भबरेखा टफरेखातुल्या चापैक्यकोटिज्येत्युपपन्नं यथोक्तम् ।

अथ चापान्तरज्यायै (१५ क्षेत्रं द्रष्टव्यम् ।) वृत्ते कगव्यासरेखा कबिन्दोः कछचापं लघु दत्वा तदग्रे छफत्रिज्यारेखा तदुपरि कचिह्नाल्लम्बः लघुचापज्या कसरेखा स्यात् । कचचापं बृहत् तज्ज्या चम रेखा तयान्तरचापस्य चछसंज्ञस्य ज्या चभरेखा तत्समानान्तरा पबरेखा मचिह्नलग्ना कार्या । करेखा लघुचापकोटिज्या तथा तत्समानान्तरा महरेखा कार्या । अथ लघुचापज्या कसरेखा भुजः तत्कोटिज्यातुल्या सफरेखा कोटिः कफरेखा त्रिज्या कर्ण इति बृहज्जात्यं तदन्तर्गतं तत्सजातीयं लघु जात्यं जमरेखा भुजः जफरेखा कोटिः मफरेखातुल्यबृहच्चापकोटिज्या कर्ण इति । सक,जमरेखे समानान्तरे कफरेखया युक्ते तेन फमजकोणतुल्यः फकसकोण इति स्पष्टम् । अथ चमफकोणाच्चवत्यंशमितात् फमजकोणः शोधितः शेषः पमचकोणस्तत्तुल्य एव जफमकोणः फमजकोणकोटिरूपस्तेन जफम,पमचकोणौ तुल्यौ तदा चपरेखा भुजः पमरेखा कोटिः चमरेखा बृहज्ज्यारूपा कर्ण इति जात्यत्रयं मिथः सजातीयं जातम् । अतस्त्रिज्याकर्णे लघुचापकोटिज्या कोटिस्तदा बृहज्ज्याकर्णे चमतुल्ये केति लब्धा पमरेखा । एवं त्रिज्याकर्णे लघुचापज्या भुजस्तदा बृहच्चापकोटिज्याकर्णे मफतुल्ये केति जमरेखा । लब्धयोरन्तरं पजरेखा तत्तुल्यैव चभरेखा चापान्तरज्या सिद्धा । अथ त्रिज्याकर्णे लघुज्या भुज स्तदा बृहज्ज्याकर्णे क इति चपरेखा । एवं त्रिज्याकर्णे लघुचापकोटिज्या कोटिस्तदा बृहच्चापकोटिज्याकर्णे केति फजरेखा तत्समैव पभरेखा चपरेखायुता जाता चभरेखा चापान्तरकोटिज्यास्वरूपेत्युपपन्नं यथोक्तम् ।

अथ सम्राट्सिद्धान्तीया वासना यथा । (१६ क्षेत्रं द्रष्टव्यम् ।) पूर्वोक्तवत् कवजदे वृत्तपादे कवं बृहच्चापं तज्ज्या धवरेखा तथा जवं लघु चापं तज्ज्या जतरेखा कजं चापैक्यं तज्ज्या जभरेखा जाता । अथ हवधजात्यं हतयजात्यं मिथः सजातीयं यदि त्रिज्याकर्णे बृहच्चापज्या धवरेखा भुजस्तदा लघुचापकोटिज्याकर्णे तद्दमिते क इति लब्धा तयरेखा तत्समा अभरेखास्ति । अयोक्तं जात्यं जतअ,जात्यसजातीयं तद्यथा जतहकोणान्नवत्यंशमितात् जतअ,कोणः शोधितः शेषः लतअकोणः सतु अतयकोणान्नवत्यंशमिताद्धीनः हतयकोणो जातः ।

अयं जतअकोणतुल्यः। जतअकोणकोटिः अजतकोणः। एवं हतयकोणकोटिः यहतकोणस्तेन अजत,यहतकोणौ तुल्यौ यहतकोणतुल्यः धहवकोणस्तेन धहव,तजअ,कोणौ तुल्यावतः हधव,तजअ,जात्ये सजातीये सिद्धे। अत्र जअरेखा कोटिः तअरेखा भुजः जतं लघुज्या कर्णः। अतस्त्रिज्याकर्णे बृहच्चापज्या कोटिः धहरेखा लभ्यते तदा जतरेखारूपे लघुज्याकर्णे केति लब्धा जअरेखा। इयं प्रागानीतया अभरेखया युता जभरेखा जाता चापयोगज्या। एवं त्रिज्याकर्णे बृहच्चापकोटिज्या कोटिस्तदा लघुचापकोटिज्याकर्णे केति यहरेखा। अथ त्रिज्याकर्णे बृहज्ज्या भुजस्तदा लघुज्याकर्णे क इति तअरेखा तत्समा यभरेखा। अस्या हयरेखाया अन्तरं भहरेखा चापयोगकोटिज्या सिद्धा।

अथ चापान्तरज्यार्थं (१७ क्षेत्रं द्रष्टव्यम्।) कवजदे वृत्तपादे कजं बृहच्चापं तज्ज्या जभरेखा कवं लघु चापं तज्ज्या वधरेखा। अथ चापान्तरस्य वजचापस्य ज्या वतरेखा तया जहरेखायाः समानान्तरा वचिह्नात् वअरेखा तथा वतरेखासमान्तरा धयरेखा च कार्या। अत्र हजभ,हयधजात्ययोः जहभ,धहयकोणयोस्तुल्यत्वेन सजातीयत्वं स्पष्टं यदि त्रिज्याकर्णे बृहच्चापज्या भुजस्तदा धहतुल्ये लघुचापकोटिज्याकर्णे क इति धयरेखा लब्धा। एवं वधअ,जात्यं जहभजात्यसजातीयम्। वधअ,जात्यस्यहयधजात्यसजातीयत्वात्। तथाहि वधहकोणान्नवत्यंशमितात् हधयकोणशोधनेन वधअ,कोणः धहयकोणतुल्यो जातः। अतः धअरेखा कोटिः वअरेखा भुजः वधं कर्णः। अतस्त्रिज्याकर्णे बृहच्चापकोटिज्या भहरेखा कोटिस्तदा वधतुल्ये लघुज्याकर्णे केति धअरेखा। अस्या धयरेखाया अन्तरं अयरेखा तत्तुल्या वतरेखा चापान्तरज्या सिद्धा। एवं त्रिज्याकर्णे बृहच्चापकोटिज्या कोटिस्तदा लघुचापकोटिज्याकर्णे केति लब्धा हयरेखा। अथ त्रिज्याकर्णे बृहज्ज्या भुजस्तदा लघुज्याकर्णे क इति वअरेखा तत्तुल्या तयरेखा हयरेखायुता हतरेखा चापान्तरकोटिज्येत्युपपन्नं यथोक्तम्।

अथ श्रीबापूदेवलिखितवासनोच्यते। (१८ क्षेत्रं द्रष्टव्यम्।) गकेन्द्रात् चलं वृत्तपादमितं चापम्। तत्र चअमितं बृहच्चापं तज्ज्या अकरेखा तत्कोटिज्या अवरेखा तया लघुचापद्विगुणं छजमितं चापं तदर्धं छअमितं अजमितं वा लघु चापं तज्ज्या छसरेखा वा सजरेखा। अथ छजरेखा द्विगुणलघुचापपूर्णज्या तन्मध्यगतात् सचिह्नात् सफ,समरेखे क्रमेण अक,अवरेखयोः समान्तरे विधेये। अथ बृहच्चापे चअमिते अजमितं लघुचापं योजितं तदा चजं चापैक्यं तज्ज्या जररेखा तत्कोटिज्या जपरेखा तया चअतुल्याद् बृहच्चापात् छअचापं लघु शोधितं तदान्तरचापं छचमितं जातं तज्ज्या छदरेखा तत्कोटिज्या छभरेखा

6073

व कार्या। अथ गअकजात्यं गसफजात्यं च मिथः सजातीयं गकोणस्य द्वयोस्तुल्यत्वात्। अथ गअमिते त्रिज्याकर्णे अकमिता बृहच्चापज्या भुजस्तदा सगमिते लघुचापकोटिज्याकर्णे क इति लब्धा सफरेखा। अत्र असरेखाया लघुचापोत्क्रमज्यामितत्वेन तदूनत्रिज्यायाः सगरेखाया लघुचापकोटिज्यातुल्यत्वं स्पष्टम्। अथ गसफजात्यसजातीयं सछभजात्यं तद्यथा। छसगकोणान्नवत्यंशमिताद् गसफकोणः शोधितस्तदा शेषं भसछकोणस्तत्तुल्य एव सगफकोणोऽस्ति तस्य गसफकोणेननवत्यंशमितत्वात्। अत्रकोटिकर्णसंपातजौ कोणौ तुल्यौ छतौ तत्र गसफत्रिभुजे फगकोटिः गसकर्णः। एतत्कोणेन सगफमितेन तुल्यः भसछकोणस्तत्र सभमिता कोटिः सछमितः कर्णः। अर्थात् छभमितो भुजो जातः। अतः गसफजात्यसजातीयं छसभजात्यं गअकजात्यसजातीयं च। अतस्त्रिज्याकर्णे बृहच्चापकोटिज्या कगरेखामिता कोटिस्तदा लघुचापज्याकर्णे छसमिते केति लब्धा सभरेखा। इयं पूर्वागतसफरेखाया हीना शेषं भफरेखा छदरेखामिता चापान्तरज्या सिद्धा। एवं सफतुल्ये टरूपे सभतुल्या जटरेखा युता जररेखा चापैक्यज्या सिद्धा। अथ त्रिज्याकर्णे बृहच्चापकोटिज्या अवमिता कोटिस्तदा लघुचापकोटिज्याकर्णे केति समरेखा। एवं त्रिज्याकर्णे बृहज्ज्या भुजस्तदा लघुज्याकर्णे क इति छभरेखा। इयं समतुल्यया भभरेखया युता छभरेखा जाता चापान्तरकोटिज्या तथा समरेखायाः छभतुल्यसटरेखाशोधनाच्छिष्टा टमरेखामिता जपरेखा चापैक्यकोटिज्या सिद्धा। एतेन पूर्वोक्तमानयनमुपपन्नम्। अथ छसभ,सजटजात्ये तुल्ये द्वयोः कर्णसाम्यात् तथा कोणत्रयसाम्यात् छभ,समरेखे समानान्तरे छजरेखया छिन्ने तेन भछस,टसजकोणौ तुल्यौ ततोऽन्येऽपि कोणास्तुल्या एव तत उक्तं युक्तम्।

अथवा चापान्तरैक्यज्ययोरन्तरं जनकोटिः तत्कोटिज्ययोरन्तरं छनभुजः छजकर्ण इति जात्त्यं तत्र समकोणत्रिभुजं वृत्तार्धे भवतीति छजकर्णमध्यात् सचिह्नाद्वृत्तं छ,ज,नबिन्दुषु लग्नं भवत्येव ततः सछ,सज,सनरेखास्तुल्यास्तद्वृत्तत्रिज्यारूपाः। अथ जनरेखोपरि सटलम्बः सट,सनरेखयोर्वर्गान्तरमूलं टनरेखा। एवं तत्समयोः सट,सजयोर्वर्गान्तरमूलं जटरेखा तेन टन,जटरेखे तुल्ये जाते। एवं छनरेखोपरि सभलम्बः सछ,सन,कर्णयोस्तुल्यत्वे द्वयोः सभरूपलम्बसाम्ये छभ,भनरेखे तुल्ये सिद्धे लम्बकर्णयोर्वर्गान्तरमूलमिते। अतः सर्वं निरवद्यम्।

अथान्यथा चापैक्यान्तरज्योपपत्तिः। (१९ क्षेत्रं द्रष्टव्यम्।) त्रिज्यावृत्ते इष्टांशानां ज्या या तदर्धमिता त्रिज्यार्धवृत्ते इष्टांशानां ज्या भवति सा द्विगुणा द्विगुणेष्टांशानां पूर्णज्यारूपा त्रिज्यावृत्तीयेष्टांशज्यातुल्या स्यादत-

स्त्रिज्यार्धेन छभझटङसंज्ञे वृत्ते कृते त्रिज्यावृत्तीयाः सर्वा ज्याः पूर्णज्यारूपा जाताः। तत्र छभं लघुज्या झटं बृहज्ज्या भङ,टसरेखे तत्कोटिज्ये। एवं छटरेखा चापयोगज्या तत्कोटिज्या टङरेखा। छङरेखा व्यासस्त्रिज्यातुल्यः झसरेखा च। अथ

वृत्तान्तःस्थचतुर्बाहुक्षेत्रे भूमिमुखाहतिः।
भुजद्वयाहतियुता कर्णघातसमा भवेत्॥

इत्यस्य रेखागणितषष्ठाध्यायसिद्धत्वात् प्रकृते छभरेखा लघुज्या मुखं टसरेखा बृहच्चापकोटिज्या भूमिः झट,छसरेखे बृहज्ज्यालघुकोटिज्ये भुजौ। इदं विषमचतुर्भुजम्। अत्र छट,झसरेखे चापैक्यज्यात्रिज्ये कर्णौ तत्र लघुज्याबृहच्चापकोटिज्याघातस्य बृहज्ज्यालघुकोटिज्याघातयुतस्य त्रिज्याचापयोगज्याघातसमत्वादस्मिन् त्रिज्यारूपकर्णेन भक्ते चापयोगज्यारूपः कर्णः स्यात्।

$$\frac{\text{लज्या}\cdot\text{बृको}+\text{बृज्या}\cdot\text{लको}}{\text{त्रि}}=\text{चायो}\cdot\text{ज्या}$$ । एतेन चापयोगज्यानयनमुपपन्नम्।

अथ झटङसचतुर्भुजे टङरेखा चापैक्यकोटिज्या मुखं झसरेखा त्रिज्या भूमिः झट,सङरेखे बृहल्लघुज्ये भुजौ झङ,टसरेखे लघुबृहच्चापकोटिज्ये कर्णौ तत्र कर्णयोर्घातस्य भुजघातहीनस्य मुखभूमिघातसमत्वादस्मिन् भुजद्वयघातोनकर्णद्वयघाते भूमिभक्ते मुखं लभ्यत इति लघुबृहत्कोटिज्ययोर्घातस्य तज्ज्याघातहीनस्य त्रिज्याभक्तस्य तुल्या चापैक्यकोटिज्या सिद्धा

$$\frac{\text{लको}\cdot\text{बृको}-\text{लज्या}\cdot\text{बृज्या}}{\text{त्रि}}=\text{चायोकोज्या}$$ । एतेन चापयोगकोटिज्यानयनमुपपन्नम्।

अथवा झटछत्रिभुजे टछभूमौ झतलम्बः कृतस्तदा जात्ये समुत्पन्ने तत्रैकं झटतं झसछजात्यसजातीयं टकोणसकोणयोः छभझचापसंमुखत्वेन तुल्यत्वात्। तदा समकोणस्योभयत्र निष्ठत्वेन शेषकोणयोश्च साम्यम्। अतः सछं कोटिः सझं कर्णः झछं भुज इत्येकं तथा टतं कोटिः टझं कर्णः झतं भुज इति द्वितीयम्। एवं तछझ,टसझकोणयोः झटचापसंमुखत्वेन तुल्यत्वं तेन झटं भुजः टसं कोटिः झसं कर्ण इत्येकं तथा झतं भुजः छतं कोटिः झछं कर्ण इत्यपरमेते सजातीये। अत्र सिद्धान्तराजोक्तवदनुपातेनाबाधायोगरूपा टछरेखा चापयोगज्या भवति। अथवा सटछत्रिभुजे लघुबृहच्चापकोटिज्ये भुजौ

चापयोगज्या भूमिस्तत्र सचिह्नाल्लम्बं कृत्वा जात्यद्वयमुत्पाद्य तत्सजातीयक्षेत्रानुपाताच्चापैक्यज्यानयनमुपपन्नं भवति । एवं चापैक्यकोटिज्यानयनं च ।

अथ चापान्तरज्यानयनार्थं त्रिज्यार्धेन वृत्तं कृत्वा पूर्णज्यारूपा एव त्रिज्यावृत्तीयार्धज्यातुल्या ज्ञेयाः ।

अत्र (२० क्षेत्रं द्रष्टव्यम् ।) झछं चापान्तरज्या मुखं सटं त्रिज्या भूमिः । छट,झसरेखे लघुज्याबृहच्चापकोटिज्ये भुजौ । झट,छसरेखे बृहज्यालघुचापकोटिज्ये कर्णौ । तत्र कर्णयोर्घाते लको · बृभु भुजयोर्घातेन लभु · बृको हीने शेषं मुखभूमिघातः । मुखभूमिघातभुजद्वयघातयोगस्य कर्णघातसमत्वात् । अत्र मुखभूमिघाते लको · बृभु — लभु · बृको । भूमितुल्यत्रिज्यया भक्ते मुखरूपा चापान्तरज्या लभ्यत इति यथोक्तमुपपन्नम् ।

एवं छटङसविषमचतुर्भुजे छटरेखा लघुज्या मुखं सङरेखा बृहज्ज्या भूमिः टङ,छसरेखे बृहल्लघुचापकोटिज्ये भुजौ छङ,टसरेखे चापान्तरकोटिज्यात्रिज्ये कर्णौ । तत्र मुखभूमिघाते भुजद्वयघातयुते कर्णघातः स त्रिज्यारूपकर्णभक्तश्चापान्तरकोटिज्या स्यादित्युपपंचं चापान्तरकोटिज्यानयनं यथोक्तम् ।

अथात्राप्यैकचापसंमुखकोणयोस्तुल्यत्वं प्रकल्प्य त्रिभुजे लम्बनिपाताज्जात्यद्वयं विज्ञाय तत्सजातीयक्षेत्रेणानुपाताच्चापान्तरज्याकोटिज्ये वा भवतः ।

एवं रेखागणितज्ञानामनेकधा क्षेत्रविचारेण मनोरञ्जनं जायते परं तदनभिज्ञानां संशयग्रस्तता भवतीति तत्त्वविवेककारेण गणितमार्गोपपत्तिः प्रकृते लिखिता साचेहोच्यते ।

अत्र त्रिज्यार्धवृत्तीयकृतानन्तरोक्तक्षेत्रे एव पुनर्लिखिते तत्र चापैक्यज्यार्थं (२१ क्षेत्रं द्रष्टव्यम् ।) छट,टङरेखे बृहज्ज्यातत्कोटिज्ये भुजौ छङरेखा त्रिज्या भूमिः टवरेखा लम्ब इत्येकं त्रिभुजं तथा छझ,झङरेखे लघुचापज्याकोटिज्ये भुजौ छङरेखा त्रिज्या भूमिः झह रेखा लम्ब इति द्वितीयं त्रिभुजमनयोरेकदिक्काबाधयोः छव,छहरेखयोरन्तरं हवं तत्तुल्या झसरेखा भुजः टवरेखा झहतुल्यया सवरेखया युता तदा लम्बद्वययोगरूपा कोटिः झटरेखा कर्णस्तत्र दृष्टोऽत्रकर्णः प्रथमं प्रकल्प इति पाद्युक्तरीतिरपि छटङझविषमचतुर्भुजे छङकर्णे ज्ञाते झटरूपद्वितीयकर्णज्ञाने उपपन्ना स्यात् ।

एवं चापान्तरज्यार्थं (२२ क्षेत्रं द्रष्टव्यम् ।) छट,टङरेखे लघुचापज्याकोटिज्ये भुजौ त्रिज्या भूमिः टतं लम्ब इत्येकं तथा छझ,झङरेखे बृहच्चापज्याकोटिज्ये भुजौ त्रिज्या भूमिः झसं लम्ब इत्यपरं त्रिभुजमनयोरेकदिक्काबाधयोः छत,छसरेखयोरन्तरं तसं तत्तुल्या टवरेखा भुजः टत,झस, लम्बयो-

रन्तरं भुवं कोटिः भुटरेखा चापान्तरज्यारूपा कर्ण इत्यत्रापि कर्णज्ञानं जायत
एव। तथाहि त्रिभुजे भुजवर्गान्तरमाबाधावर्गान्तरसमं वर्गान्तरं च योगान्तर-
घातसममित्यतो भुजवर्गान्तरे भूमिभक्ते आबाधयोरन्तरं भूमिस्त्वाबाधयोर्यो-
गस्ताभ्यां संक्रमणसूत्रेणाबाधाज्ञानं प्रकृते लघुचापभुजज्याकोटिज्यावर्गान्तरं
लभुव १ लकोव १ त्रिज्याभक्तमनेन हीना त्रिज्या दलिता जाता लघ्वाबाधा
लभुव १ लकोव १ त्रिव १। अत्र लघुकोटिज्यावर्गोनत्रिज्यावर्गस्य लघुभुजज्या-
त्रि २
वर्गत्वात् तस्य प्रथमखण्डयोगे जातमेवं स्वरूपम्। लभुव २। द्वाभ्यामपवर्त्तितं
त्रि २
लभुव १ इयं लघ्वाबाधा। एवं बृहदाबाधा लकोव १ लघ्वाबाधावर्ग लभुवव १
त्रि १ त्रि १ त्रिव १
हीनलघुभुजज्यावर्गो जातो लम्बवर्गः। लभुवव १ त्रिव · लभुव १। अत्र प्रथम·
त्रिव १
खण्डे लघुकोटिज्योनत्रिज्यावर्गं लघुभुजज्यावर्गस्वरूपं कृत्वा। लकोव १ त्रिव १।
तस्य लघुभुजज्यावर्गगुणनेन जातं प्रथमखण्डस्वरूपं। लभुव · लकोव १ लभुव ·
त्रिव १ ऋणत्वाद्धनर्णव्यत्यासे कृते जातो लम्बवर्गः। लभुव · लकोव १ लभुव-
त्रिव १ लभुव · त्रिव १। अत्र तुल्ययोर्धनर्णयोर्नाशादवशिष्ट एव लम्बवर्गः।
लभुव · लकोव १। अस्य मूलं लम्बः। लभु · लको १ अथवा लघुभुजज्या भुजः
त्रिव १ त्रि १
तत्कोटिज्या कोटिः त्रिज्या कर्ण इति जात्यम्। अर्धवृत्तोत्पन्नत्वात्। अस्य
समकोणमूलाल्लम्बनिपातात् तत् सजातीयं जात्यद्वयम्। लम्बः कोटिः लघ्वा-
बाधा भुजः लघुज्या कर्ण इत्येकं लम्बो भुजः बृहदाबाधा कोटिः लघुचाप-
कोटिज्या कर्ण इति द्वितीयम्। अत्र त्रिज्याकर्णे लघुज्या भुजस्तदा लघुज्या-
कर्णे क इति लघ्वाबाधा। एवं त्रिज्याकर्णे कोटिज्या कोटिस्तदा कोटिज्या-
कर्णे केति बृहदाबाधा लकोव १। अथ त्रिज्याकर्णे लघुज्या भुजस्तदा कोटिज्या
त्रि १
कर्णे क इति लम्बः। लभु · लको १। अथवा त्रिज्याकर्णे कोटिज्या कोटिस्तदा
त्रि १
लघुज्याकर्णे केति स एव लम्बः। एवं बृहद्भुजज्याकोटिज्यासंबन्धित्रिभुजेऽपि
सिद्धा लघ्वाबाधा बृभुव १। बृहदाबाधा बृकोव १। लम्बश्च बृभु · बृको १।
त्रि १ त्रि १ त्रि १

अथ त्रिभुजयोर्लम्बावाधे लभुव १ । बृभुव १ । अनयोरन्तरवर्गः ।
त्रि १ त्रि १

लभुवव १ लभुव · बृभुव २̇ बृभुवव १ । लम्बयोः । लभु · लको १ । बृभु · बृको १
त्रिव १ त्रि १ त्रि १

योगवर्गेण । लभुव · लकोव १ लभु · लको · बृभु · बृको २ बृभुव · बृकोव १ । युतो जात-
त्रिव १

श्चापयोगज्यारूपकर्णवर्गः ।

लभुवव १ लभुव · बृभुव २̇ बृभुवव १ लभुव · लकोव १ लभु · लको · बृभु · बृको २ बृभुव · बृकोव १ ।
त्रिव १

एवमाबाधयोरन्तरवर्गो लम्बान्तरवर्गेण युतो जातश्चापान्तरज्यारूपकर्णवर्गः

लभुवव १ लभुव · बृभुव २̇ बृभुवव १ लभुव · लकोव १ लभु · लको · बृभु · बृको २̇ बृभुव · बृकोव १ ।
त्रिव १

अत्र चापयोगान्तरज्यावर्गे प्रथमचतुर्थखण्डयोर्लघुभुजज्यावर्गगुणितौ लघुभुजज्यावर्गलघुकोटिज्यावर्गौ वर्त्तेते तयोर्योग एव त्रिज्यावर्गो लघुभुजज्यावर्गगुणित इति स्वरूपं सिद्धम् । लभुव · त्रिव १ । एवं तृतीयषष्ठखण्डे बृहद्भुजज्यावर्गगुणिते बृहद्भुजज्यावर्गबृहत्कोटिज्यावर्गौ तयोर्योगस्त्रिज्यावर्गो बृहद्भुजज्यावर्गगुणित इति स्वरूपं सिद्धम् । बृभुव · त्रिव १ । अथ द्वितीयखण्डे लघुभुजज्यावर्गगुणितबृहद्भुजज्यावर्गो द्विगुणोऽस्ति तत्र लघुकोटिज्यावर्गोनत्रिज्यावर्गः बृहद्भुजज्यावर्गगुणितस्तथा बृहत्कोटिज्यावर्गोनत्रिज्यावर्गो लघुभुजज्यावर्गगुण इति स्वरूपम् । बृभुव · लकोव १̇ बृभुव · त्रिव १ । लभुव · बृकोव १̇ लभुव · त्रिव १ । अत्र पूर्वं द्वितीयखण्डमृणं तेन सिद्धखण्डानां धनर्णव्यत्यासे सिद्धं द्वितीयखण्डस्वरूपम् । बृभुव · लकोव १ बृभुव · त्रिव १̇ । लभुव · बृकोव १ लभुव · त्रिव १̇ । अथ प्रथमचतुर्थखण्डाभ्यां तृतीयषष्ठाभ्यां सिद्धे स्वरूपे । लभुव · त्रिव १ । बृभुव · त्रिव १ । एषां मध्ये तुल्ययोर्धनर्णयोर्नाशे शेषम् । बृभुव · लकोव १ लभुव · बृकोव १ । अथानयोर्मध्ये क्रमेण योगान्तरज्यावर्गस्थं पञ्चमखण्डं लिखितं । बृभुव · लकोव १ लभु · लको · बृभु · बृको २ लभुव · बृकोव १ तथेदं बृभुव · लकोव १ लभु · लको · बृभु · बृको २̇ लभुव · बृकोव १ । द्वयोः क्रमेण मूले । बृभु · लको १ लभु · बृको १ । बृभु · लको १̇ लभु · बृको १ । जाते चापयोगा-
त्रि १ त्रि १

न्तरज्यास्वरूपे । अत्र चापान्तरज्यार्थं सिद्धयोः खण्डयोरेकस्यर्णत्वं स्वेच्छया

तुल्यं यथा प्रथमं धनं द्वितीयमृणं वृभु · लको १ लभु · वृको १ तेन परस्परं
त्रि १
कोटिज्यागुणितभुजज्ये त्रिज्याभक्ते फलयोर्योगश्चापयोगज्या तथा फलान्तरं चापान्तरज्या भवति । एवं चापान्तरयोगकोटिज्यानयनमपि ज्ञेयम् ।

अथ चापयोगान्तरार्धज्याकोटिज्यानयनम् ।

दोर्ज्यैक्यवर्गादथ कोटिजीवा-
विश्लेषवर्गेण युताच्च मूलम् ।
दलीकृतं तद्भुजयोः समास-
खण्डस्य जीवा भवतीति चिन्त्यम् ॥

भुजज्ययोरन्तरवर्गयुक्तात्
कोटिज्ययोः संयुतिजातवर्गात् ।
मूलार्धमेतद्भुजयोः समास-
दलांशजः कोटिगुणो निरुक्तः ॥

भुजज्ययोरन्तरवर्गयुक्तात्
कोटिज्ययोरन्तरजातवर्गात् ।
मूलस्यखण्डं भुजयोर्वियोग-
दलांशसंबन्धिगुणाभिधानम् ॥

दोर्ज्यैक्यवर्गादथ कोटिजीवा-
संयोगवर्गेणयुताच्च मूलम् ।
दलीकृतं तद्भुजयोर्वियोग-
दलांशजाता किल कोटिजीवा ॥

चापयोर्गुणसमासवियोगौ
त्रिज्यकादलगुणौ ज्यकयाप्तौ ।
चापभेदयुतिखण्डजकोटे-
श्चापयोगविवरार्धजजीवे ॥

चापयोः कोटिजीवैक्यभेदौ हतौ
त्रिज्यकार्धेन चापान्तरार्धस्य तौ ।
कोटिजीवाज्यकाभ्यां विभक्तौ फले
चापयोगार्धकोटिज्यकाज्ये मते ॥

अथ (२३ क्षेत्रं द्रष्टव्यम् ।) भुजज्ययोर्योगो दभरेखा भुजः । कोटिज्ययोरन्तरं अद रेखा कोटिः । तद्वर्गयोगमूलं अभरेखा कर्णः । सा च चापयोगपूर्णज्या तदर्धं चापयोगार्धज्येति । एवं भुजज्ययोरन्तरं फभरेखा भुजः । कोटिज्ययोर्योगः फजरेखा कोटिः । तद्वर्गयुतिमूलं कर्णः भजरेखा सा च चापयोगोनभार्धांशमितस्य चापो १ रू १८० । भजचापस्य पूर्णज्या तदर्धं चापयोगार्धकोटिज्येति । अथ भुजज्ययोरन्तरं फभरेखा कोटिः । कोटिज्ययोरन्तरं खफभुजः । तद्वर्गयोगमूलं खभरेखा चापान्तरपूर्णज्या । तदर्धं चापान्तरार्धस्य ज्येति । एवं भुजज्ययोर्योगः गफरेखा भुजः । कोटिज्ययोर्योगः फजरेखा कोटिः । तद्वर्गयोगमूलं कर्णः गजरेखा सा च चापान्तरूपअगचापहीनभार्धांशमितस्य गजचापस्य पूर्णज्या तदर्धं चापान्तरार्धकोटिज्येति सिद्धम् । अथ भुजज्ययोरन्तरं फभरेखा कोटिः । कोटिज्ययोरन्तरं खफरेखा भुजः । चापान्तरार्धज्या द्विगुणा खभरेखा कर्ण इत्येकं क्षेत्रं तथा चापयोगार्धज्या अमरेखा भुजः । चापयोगार्धकोटिज्या मलरेखा कोटिः । अलरेखा त्रिज्या कर्ण इति द्वितीयम् । अथ भुजज्ययोर्योगः गफरेखा भुजः । कोटिज्ययोर्योगः जफरेखा कोटिः । चापान्तरार्धकोटिज्या द्विगुणा गजरेखा कर्ण इति तृतीयम् । अत्रैषां जात्यानां भुजकर्णसंपातजकोणस्य भजचापार्धमितस्य तुल्यत्वात् सर्वेषां मिथः साजात्यं तथाहि खफभत्रिभुजे खकोणो भजचापार्धमितः अमलत्रिभुजे अकोणो भजचापार्धमितः गफजत्रिभुजे गकोणो भजचापार्धमितः । अतस्त्रयाणामेककोणसाम्येन समकोणसाम्येन च शेषकोणसाम्यं ततो मिथः साजात्यं स्पष्टमेव । अत एककोटिर्द्वितीयकर्णगुणा वा द्वितीयकोटिरेककर्णगुणा तुल्यैव । एवमेकभुजो द्वितीयकर्णगुणो वा द्वितीयभुज एककर्णगुणस्तुल्य एव । अतः प्रकृते तावत् प्रथमद्वितीययोर्जात्ययोर्मिथो भुजकर्णघातौ तुल्यौ तेन कोटिज्ययोरन्तरेण त्रिज्यागुणेन चापयोगार्धज्या चापान्तरार्धज्याघातो द्विगुणस्तुल्यः स्यात् कोटिकर्णघातौ च तुल्यौ तेन भुजज्ययोरन्तरेण त्रिज्यागुणेन चापयोगार्धकोटिज्याचापान्तरार्धज्याघातो द्विगुणस्तुल्यः । एवं द्वितीयतृतीययोर्जात्ययोरपि तेन भुजज्ययोर्योगेन त्रिज्यागुणेन चापान्तरार्धकोटिज्याचापयोगार्धज्याघातो

द्विगुणस्तुल्यस्तथा कोटिज्ययोर्योगेन त्रिज्यागुणेन चापयोगार्धकोटिज्याचापान्तरार्धकोटिज्याघातो द्विगुणः स्यादिति । सिद्धम् ।

अत्र घातयोर्द्वाभ्यामपवर्तनेन चापयोर्गुणसमासवियोगाविति सूत्रे उपपन्ने भवतः । तद्यथा भुजज्ययोर्योगेन त्रिज्यार्धगुणेन तुल्या चापान्तरार्धकोटिज्या चापयोगार्धजीवाहतिरित्यस्मिन् चापान्तरार्धकोटिज्याभक्ते चापयोगार्धज्या स्यादेवमन्यत्रापि युक्तिरूहनीयेति । एवं प्रथमतृतीययोर्जात्ययोर्भुजकोटिघातौ च तुल्यौ तेन कोटिज्ययोरन्तरयोगघातस्य भुजज्ययोरन्तरयोगघातसमत्वं योगान्तरघातस्य वर्गान्तरसमत्वाच्च कोटिज्ययोर्वर्गान्तरं भुजज्ययोर्वर्गान्तरसममिति सिद्धम् । अत्र प्रकारान्तरेणोपपत्तिरग्रे वक्ष्यत इत्यलम् ।

अथोक्तचापयोगान्तरार्धज्याप्रकारमङ्गीकृत्य तद्द्विगुणांशज्या यावत् साध्यते तावच्चापयोगान्तरज्यैव संपन्ना भवति । तथाहि । भुजज्ययोरन्तर लभु १ बृभु १ । वर्गेण लभुव १ लभु · बृभु २ बृभुव १ । कोटिज्ययोरन्तर लको १ बृको १ वर्गो । लकोव १ लको · बृको २ बृकोव १ । युक्तो जातः कर्णवर्गः लभुव १ लभु · बृभु २ बृभुव १ लकोव १ लको · बृको २ बृकोव १ । अयं चापान्तरपूर्णज्यारूपस्तया चापान्तरक्रमोत्क्रमज्ययोः खत भुतरेखयोश्च वर्गयोगतुल्यः वर्गयोगस्तु द्विगुणत्रिज्योत्क्रमज्याघाततुल्य इत्यस्मिन् वर्गयोगे द्विगुणत्रिज्याभक्ते चापान्तरांशोत्क्रमज्या लभ्यते तत्र वर्गयोगे लघुभुजज्यावर्गलघुकोटिज्यावर्गखण्डयोस्तथा बृहद्भुजज्यावर्गबृहच्चापकोटिज्यावर्गयोर्योगस्य त्रिज्यावर्गत्वात् खण्डचतुष्टययोगे त्रिज्यावर्गो द्विगुणो जात इति कर्णवर्गः लभु · बृभु २ लको · बृको २ त्रिव २ । अयं द्विगुणत्रिज्याभक्तः द्वाभ्यामपवर्त्तितस्तदा चापान्तरांशोत्क्रमज्या जाता तया हीना त्रिज्या जाता चापान्तरकोटिज्या

लभु · बृभु १ लको · बृको १ त्रिव १ त्रिव १ । अत्र त्रिज्यावर्गयोर्धनर्णयोर्नाशे सिद्धा
त्रि १

चापान्तरकोटिज्या लभु · बृभु १ लको · बृको १ । अत्र भुजज्ययोः कोटिज्ययोश्च
त्रि १

घातौ त्रिज्याभक्तौ फलयोगश्चापान्तरकोटिज्या स्यादिति सिद्धम् । अथैतद्वर्गेण हीनस्त्रिज्यावर्गो जातश्चापान्तरभुजज्यावर्गः ।

लभुव · बृभुव १ लभु · बृभु · लको · बृको २ लकोव · बृकोव १ त्रिवव १ ।
त्रिव १

अत्र चतुर्थखण्डे त्रिज्यावर्गगुणितत्रिज्यावर्ग इत्यस्ति तत्र लघुभुजज्यावर्गलघुकोटिज्यावर्गयोग एव त्रिज्यावर्गगुणित इति चतुर्थखण्डस्वरूपम् । लभुव · त्रिव १

लकोव · त्रिव १ । अत्र लभुजज्यावर्गगुणितबृहद्भुजज्यावर्गरूपः प्रथमखण्डो लघुभुजज्यावर्गगुणितत्रिज्यावर्गाच्छोध्यस्तत्र लाघवार्थं समगुणकत्वाद्बृहद्भुजज्यावर्गोनत्रिज्यावर्गो बृहत्कोटिज्यावर्गो लघुभुजज्यावर्गगुणित इति स्वरूपं सिद्धम् । लभुव · बृकोव १ । एवं लघुकोटिज्यावर्गगुणो बृहत्कोटिज्यावर्गत्रिज्यावर्गो खण्डयोस्तदन्तरं बृहद्भुजज्यावर्गरूपमेव लघुकोटिज्यावर्गगुणितमिति स्वरूपम् । लकोव · बृभुव १ । एवं सिद्धस्वरूपन्यासः

लभुव · बृकोव १ लभु · बृभु · लको · बृको २ लकोव · बृभुव १ । एतस्य मूलम् ।
त्रिव १

लभु · बृको १ लको · बृभु १ । वा । लभु · बृको १ लको · बृभु १ । अयं चापान्तरज्या-
त्रि १ त्रि १

रूपस्तेन परस्परकोटिज्यागुणितभुजज्ये त्रिज्याभक्ते फलयोरन्तरं चापान्तरज्या स्यादिति सिद्धम् । अथैवं चापैक्यज्यार्थं भुजज्ययोर्योगवर्गः । लभुव १ लभु · बृभु २ बृभुव १ । कोटिज्ययोरन्तरवर्गेण । लकोव १ लको · बृको २ बृकोव १ युक्तश्चापैक्यांशपूर्णज्यावर्गः लभुव १ लभु · बृभु २ बृभुव १ लकोव १ लको · बृको २ बृकोव १ अयमेव चापैक्यक्रमोत्क्रमज्ययोः अन,भनरेखयोश्च वर्गयोगः सच द्विगुणत्रिज्याभक्तश्चापयोगोत्क्रमज्या तत्र पूर्ववत् खण्डस्वरूपम् । लभु · बृभु २ लको · बृको २ त्रिव २ । अनया हीना त्रिज्या जाता चापयोगकोटिज्या पूर्ववदेव ।
त्रि १

लभु · बृभु १ लको · बृको २ । अस्या वर्गेण त्रिज्यावर्गो हीनो जातश्चापैक्यभुज-
त्रि १

ज्यावर्गः ।

लभुव · बृभुव १ लभु · बृभु · लको · बृको २ लकोव · बृकोव १ त्रिवव १ । अत्रापि-
त्रिव १

द्वितीयखण्डो यथास्थितः ततः शिष्टखण्डत्रयाणां पूर्ववत् सिद्धं खण्डद्वयं तेन न्यासः

लभुव · बृकोव १ लभु · बृभु · लको · बृको २ लकोव · बृभुव १ । अस्य मूलम् ।
लभु · बृको · लको · बृभु १ । चापैक्यज्या सिद्धा तेन परस्परकोटिज्यागुणितभुज-
त्रि १

ज्ययोस्त्रिज्याभक्तयोर्योगश्चापैक्यज्येति सिद्धम् ।

भुजज्ययोरन्तरवर्गयुक्तात्
कोटिज्ययोरन्तरजातवर्गात् ।

त्रिज्योद्धृतस्वार्धजवर्गहीना-
न्मूलं हि चापान्तरभागजीवा ॥
कोटिज्ययोरन्तरवर्गयुक्ता-
द्दोर्जीवयोः संयुतिजातवर्गात् ।
त्रिज्योद्धृतस्वार्धजवर्गहीना-
न्मूलं हि चापैक्यलवज्यका स्यात् ॥
वर्गसंयुतिदलं निजं निजं
त्रिज्यकाहृतमतः फलोनिता ।
त्रिज्यका भवति कोटिमौर्विका
चापयोर्विवरयोगभागजा ॥

अत्रोपपत्तिः सुगमा। वर्गयोगो द्विगुणत्रिज्योत्क्रमज्याघातस्तदा वर्गयोगार्धं त्रिज्याभक्तं चापान्तरैक्यभुजोत्क्रमज्या तद्वर्गेण क्रमज्योत्क्रमज्यावर्गयोगतुल्यो वर्गयोगो हीनः क्रमज्यावर्ग एव तन्मूलं चापान्तरयोगज्येत्येवमुत्क्रमज्यानत्रिज्या कोटिज्यैवेति यथोक्तमुपपन्नम् ।

अत्रानन्तरोक्तचापान्तरयोगज्याप्रकारे चापयोरिष्टयोर्दोर्ज्ये मिथः कोटिज्यकाहते इत्यत्र बीजगणितीयकनिष्ठज्येष्ठक्षेपभावनयैवोपपत्तिरिति मरीचिकाराः प्राहुः। तद्यथा। तत्र तावत् कनिष्ठज्येष्ठक्षेपाणां लक्षणान्युच्यन्ते। इष्टमेव कनिष्ठं तद्वर्गात् प्रकृतिगुणात् क्षेपयुतान्मूलं ज्येष्ठं क्षेपाङ्कः क्षे इति ज्यासाधने तु भुजज्यातुल्यं कनिष्ठं कल्पितं तदा कोटिज्यातुल्यं ज्येष्टं त्रिज्यावर्गक्षेपे ऋणैकप्रकृतौ सिद्ध्यति। यतः कनिष्ठरूपभुजज्यावर्गे ऋणरूपप्रकृत्या गुणिते कनिष्ठवर्गः ऋणगतः स्यात् तत्र त्रिज्यावर्गक्षेपयोजने धनर्णयोरन्तरमेव योग इति शेषस्य कोटिज्यावर्गत्वात् तन्मूलं कोटिज्यैव ज्येष्ठं फलितम् ।

अथ भावना द्विविधा समासभावना अन्तरभावना च तत्र तावत् समासभावनोच्यते। लघुचापभुजकोटिज्ये आद्यकनिष्ठज्येष्ठसंज्ञे तथा बृहच्चापभुजकोटिज्ये द्वितीयकनिष्ठज्येष्ठसंज्ञे च कृते ततोऽनयोः समासभावनार्थं

न्यासः { आभुक १ आकोज्ये १ प्र १̇ त्रिवक्षे १
द्विभुक १ द्विकोज्ये १ प्र १̇ त्रिवक्षे १ } अत्र सूत्रम् ।

वज्राभ्यासौ ज्येष्ठलघ्वोस्तदैक्यं
ह्रस्वं लघ्वोराहतिश्च प्रकृत्या ।

क्षुण्णा ज्येष्ठाभ्यासयुग् ज्येष्ठमूलं
तत्राभ्यासः क्षेपयोः क्षेपकः स्यात् ॥

तद्यथा । अत्र ज्येष्ठकनिष्ठयोर्वज्राभ्यासयोगश्चापैक्यभुजज्यासंबन्धिकनिष्ठम् । आभु · द्विको १ आको · द्विभु १ । खण्डद्वयात्मकम् । अथ लघ्वोराहतिः आभु · द्विभु १ प्रकृत्या १̇ गुणिता आभु · द्विभु १̇ ज्येष्ठाभ्यासेन आको · द्विको १ युक्ता तत्र धनर्णयोरन्तरमेव योग इति जातं चापैक्यकोटिज्यासंबन्धि ज्येष्ठम् । आभु · द्विभु १̇ आको · द्विको १ क्षेपयोर्घातः क्षेपोऽत्र जातः त्रिवव १ अत्र ज्यासाधने क्षेपस्त्रिज्यावर्गः सर्वत्रैवापेक्षितस्तत इष्टवर्गहृतः क्षेपः क्षेपः स्यादिष्टभाजिते मूले ते स्त इति रीत्या साधिते कनिष्ठज्येष्ठे त्रिज्यावर्गक्षेपे भवतः। तथाहि इष्टं त्रिज्या कल्पिता तद्वर्गेण त्रिव १ सिद्धस्त्रिज्यावर्गवर्गक्षेपो भक्तस्तदाऽभिमतक्षेपो जातः त्रिव १ तदा ते सिद्धे मूले कनिष्ठज्येष्ठे इष्टेन त्रिज्यया भक्ते जाते अभिमते कनिष्ठज्येष्ठे आभु · द्विको १ आको · द्विभु १
त्रि १
आभु · द्विभु १̇ आको · द्विको १ एते एव चापैक्यभुजकोटिज्ये जाते ।
त्रि १

अथान्तरभावनार्थं न्यासः { आभु १ आको १ त्रिव १ प्र १̇ / द्विभु १ द्विको १ त्रिव १ प्र १̇ } अत्रापि सूत्रम् ।

ह्रस्वं वज्राभ्यासयोरन्तरं वा
लघ्वोर्घातो यः प्रकृत्या विनिघ्नः ।
घातो यश्च ज्येष्ठयोस्तद्वियोगो
ज्येष्ठं क्षेपोऽत्रापि च क्षेपघातः ॥

तद्यथा । वज्राभ्यासयोरन्तरं कनिष्ठं आभु · द्विको १̇ आको · द्विभु १ अथ कनिष्ठयोर्घातः आभु · द्विभु १ प्रकृत्या १̇ गुणितः आभु · द्विभु १̇ एतस्य ज्येष्ठघातस्य आको · द्विको १ चान्तरं कर्त्तव्यं तत्र संशोध्यमानं स्वमृणत्वमेति स्वत्वं क्षयस्तद्युतिरुक्तवच्चेति जातं ज्येष्ठम् । आभु · द्विभु १ आको · द्विको १ क्षेपघातः क्षेपः त्रिवव १ अत्रापीष्टवर्गहृतः क्षेपः क्षेपः स्यादिष्टभाजिते । मूले ते स्त इति त्रिज्यामितेष्टकल्पनात् प्राग्वज्जाते त्रिज्यावर्गक्षेपे कनिष्ठ आभु · द्विको १̇ आको · द्विभु १ ज्येष्ठे आभु · द्विभु १ आको · द्विको १ एते एव
त्रि १ त्रि १

चापान्तरभुजकोटिज्ये तेन परस्परकोटिज्यागुणितभुजज्ययोस्त्रिज्याभक्तयोर्योगान्तरे एव चापयोगान्तरज्ये तथा भुजज्ययोः कोटिज्ययोर्घातात् त्रिज्याभक्तात् फलान्तरयोगौ चापैक्यान्तरकोटिज्ये इति यथोक्तमुपपन्नम् ।

अथ प्रसङ्गाद्भावनोपपत्तिरपि प्रकृते वक्तुमुचिता सा च कृष्णदैवज्ञोक्तबीजनवाङ्कुरस्योपपत्तिरस्माभिर्भास्करीयज्योत्पत्तिटीकायां स्पष्टीकृता । इह तु तावन्मुनीश्वरकृतोच्यते। आद्यकनिष्ठज्येष्ठक्षेपाणां द्वितीयकनिष्ठज्येष्ठक्षेपाणां च

पंक्त्योर्न्यासः { आक १ आज्ये १ आक्षे १
द्विक १ द्विज्ये १ द्विक्षे १ } अत्र मिथो ज्येष्ठमिष्टं प्रकल्प्य

इष्टवर्गगुणः क्षेपः क्षेपः स्यादिष्टसंगुणे मूले ते स्त इति रीत्या जाताः पंक्त्योः

कनिष्ठज्येष्ठक्षेपाः। न्यासः { आक · द्विज्ये १ आज्ये · द्विज्ये १ द्विज्येव · आक्षे १
द्विक · आज्ये १ आज्ये · द्विज्ये १ आज्येव · द्विक्षे १

अत्र पंक्त्योः कनिष्ठयोर्योगोऽन्तरं च कनिष्ठमिच्छयाकल्पितम् । इष्टं ह्रस्वमित्युक्तेः कनिष्ठम् । आक · द्विज्ये १ द्विक · आज्ये १ खण्डद्वयात्मकम् । वा आक · द्विज्ये १ द्विक · आज्ये १ अस्यवर्गः आकव · द्विज्येव १ आक · द्विज्ये · द्विक · आज्ये २ द्विकव · आज्येव १ वा आकव · द्विज्येव १ आक · द्विज्ये · द्विक · आज्ये २ द्विकव · आज्येव १ प्रकृतिगुणः आकव · द्विज्येव · प्र १ आक · द्विज्ये · द्विक · आज्ये · प्र २ द्विकव · आज्येव · प्र १ वा आकव · द्विज्येव · प्र १ आक · द्विज्ये · द्विक · आज्ये · प्र २ द्विकव · आज्येव · प्र १ अत्र प्रथमखण्डयोः प्रकृतिगुणस्याद्यकनिष्ठवर्गस्य द्वितीयज्येष्ठवर्गो गुणस्तत्स्वरूपम् । द्विकव प्र १ द्विक्षे १ इदमेव प्रकृतिगुणेनाद्यकनिष्ठवर्गेण आकव · प्र १ गुणितं जातं खण्डद्वयात्मकम् । आकव · द्विकव · प्रव १ आकव · द्विक्षे · प्र १ एवं तृतीयखण्डयोर्द्वितीयकनिष्ठवर्गस्वरूपेण द्विज्येव १ द्विक्षे १ आद्यज्येष्ठवर्गः प्रकृतिगुणः आज्येव ·

प्र १

प्र १ गुणितो जातः खण्डद्वयात्मकस्तत्र प्रकृत्योर्गुणहरयोः समत्वेन नाशात् सिद्धस्तृतीयखण्डस्वरूपः आज्येव · द्विज्येव १ आज्येव · द्विक्षे १ एवं वज्राभ्यासयोगान्तररूपकनिष्ठयोर्वर्गौ प्रकृतिगुणौ पञ्चखण्डात्मकौ जातौ । आकव · द्विकव · प्रव १ आकव · द्विक्षे · प्र १ आक · द्विज्ये · द्विक · आज्ये · प्र २ आज्येव · द्विज्येव १ आज्येव · द्विक्षे १ वा आकव · द्विकव · प्रव १ आकव · प्र · द्विक्षे १ आक · द्विज्ये · द्विक · आज्ये · प्र २ आज्येव · द्विज्येव १ आज्येव · द्विक्षे १ अत्र पञ्चमखण्डयोर्गुणकस्याद्यज्येष्ठवर्गस्य स्वरूपान्तरेण आकव · प्र १ आत्त १ द्वि-

तीयक्षेपः ऋणगतो गुणितः पञ्चमखण्डं खण्डद्वयात्मकम् सिद्धम् । आकव · प्र · द्विक्षे १ आक्षे · द्विक्षे १ एवं जातौ कल्पितकनिष्ठवर्गौ प्रकृतिगुणौ खण्डषट्कात्मकौ तत्र द्वितीयपञ्चमखण्डयोः प्रकृतिगुणाद्यकनिष्ठवर्गद्वितीयक्षेपघातरूपयोर्धनर्णयोस्तुल्यत्वान्नाशे सिद्धौ खण्डचतुष्टयात्मकौ। आकव · द्विकव · प्रव १ आक · द्विज्ये · द्विक · आज्ये · प्र २ आज्येव · द्विज्येव १ आक्षे · द्विक्षे १। वा। आकव · द्विकव · प्रव १ आक · द्विज्ये · द्विक · आज्ये · प्र २ आज्येव · द्विज्येव १ आक्षे · द्विक्षे १ अत्र चतुर्थखण्डमितधनक्षेपेण क्षेपघाततुल्येन योजनेन चतुर्थखण्डनाशात् खण्डत्रयात्मकौ ज्येष्ठवर्गौ सिद्धौ तयोर्मूले आक · द्विक · प्र १ आज्ये · द्विज्ये १। आक · द्विक · प्र १ आज्ये · द्विज्ये १ क्रमेण योगपक्षेऽन्तरपक्षे च सिद्धं ज्येष्ठम् । अत्रान्तरपक्षे ज्येष्ठमिदं वा । आक · द्विक · प्र १ आज्ये · द्विज्ये १ एतेन योगान्तरभावनासूत्रमुपपन्नमिति सिद्धान्तसार्वभौमटीकायां मरीचौ चोक्ता । एतदपेक्षया लाघवेन तत्त्वविवेके निरूपिता सा च प्रदर्श्यते ।

प्रकृतिगुणस्य कनिष्ठवर्गस्य ज्येष्ठवर्गस्यान्तरं किल क्षेप इत्याद्यद्वितीय क्षेपौ { प्र · आकव १ आज्येव १ / प्र · द्विकव १ द्विज्येव १ } अनयोर्घातः खण्डचतुष्टयात्मकः क्षेपःसिद्धः प्रव · आकव · द्विकव १ प्र · आज्येव · द्विकव १ प्र · द्विज्येव · आकव १ आज्येव · द्विज्येव १ अयं येन युतः सन्मूलदः स्यात् स च प्रकृतिगुणः कनिष्ठवर्ग एवातस्तस्य प्रकृतिभक्तस्य मूलमेव क्षेपघातक्षेपेऽभिमतकनिष्ठं योजने कृते यन्मूलं तत् तु ज्येष्ठं कनिष्ठवर्गस्य प्रकृतिगुणस्य क्षेपयुतस्य ज्येष्ठवर्गसमत्वात् । अत्र क्षेपघातक्षेपस्य चतुःखण्डात्मकस्याद्यन्तखण्डयोर्मूले । प्र · आक · द्विक १ आज्ये · द्विज्ये १ यदि गृह्येते तदैतयोर्घातो द्विगुणः प्र · आक · द्विक · आज्ये · द्विज्ये २ मध्ये क्षिप्यते तथा द्वितीयतृतीयखण्डयोस्तुल्यं धनं। प्र · आज्येव · द्विकव १ प्र · द्विज्येव · आकव १ यदि च क्षिप्यते तदा द्वितीयतृतीयखण्डयोर्नाशादवशिष्टं खण्डत्रयम्। प्रव · आकव · द्विकव १ प्र · आक · द्विक · आज्ये · द्विज्ये २ आज्येव · द्विज्येव १ अयं ज्येष्ठवर्गोऽस्य मूलं ज्येष्ठम् प्र · आक · द्विक १ आज्ये · द्विज्ये १। अथ योज्याङ्कस्य प्र · आज्येव · द्विकव १ प्र · आक · द्विक · आज्ये · द्विज्ये २ प्र · द्विज्येव · आकव १ प्रकृतिभक्तस्य आज्येव · द्विकव १ आक · द्विक · आज्ये · द्विज्ये २ द्विज्येव · आकव १ मूलं जातं कनिष्ठम् । आज्ये · द्विक १ द्विज्ये · आक १ एतेन योगभावनोपपन्ना । अथ स्वमूले धनर्णे इति बीजोक्त्या गृह्यमाणमूलयोर्घातो द्विगुणो यदि ऋणगतः प्र · आक · द्विक · आज्ये · द्विज्ये २ क्षिप्यते तदाऽन्तरभावनोक्तमपि स्पष्टमुत्पद्यते तत्र जातं ज्येष्ठम् ।

प्र · आक · द्विक १ आज्ये · द्विज्ये १ वा प्र · आक · द्विक १ आज्ये · द्विज्ये १ एवं कनिष्ठम्। आज्ये · द्विक १ द्विज्ये · आक १ वा आज्ये · द्विक १ द्विज्ये · आक १। क्षेपस्तु क्षेपघातरूपः पूर्वमेव स्वीकृत इति भावनाद्वयमुपपन्नम्।

अथ प्रसङ्गादिष्टवर्गहृतः क्षेप इत्यत्रापि युक्तिर्यथा। उक्तकनिष्ठज्येष्ठवर्गौ कव १। कव·प्र १ क्षे १। एताविष्टवर्गगुणावन्यौ जातौ कनिष्ठज्येष्ठवर्गौ इव·कव १ इव · कव · प्र १ इव · क्षे १ अत्र कनिष्ठवर्गे इव · कव १ प्रकृतिगुणे इव · कव · प्र १ ज्येष्ठ वर्गात् इव · कव · प्र १ इव · क्षे १ अपनीते शेषं क्षेपः इव · क्षे १ पूर्वक्षेप इष्टवर्गगुणित एव सिद्धः। एवं कनिष्ठज्येष्ठवर्गाविष्टवर्गगुणावपि वर्गावेव तन्मूलयोः कनिष्ठज्येष्ठयोरिष्टमेव गुणः स्यात्। एतेन क्षुण्णः क्षुण्णे तदा पदे इत्युक्तमुपपन्नम्। एवमेवेष्टवर्गेण कनिष्ठज्येष्ठवर्गयोर्हरणेऽपि न वर्गत्वहानिस्तत्र कनिष्ठज्येष्ठयोरिष्टहरणं क्षेपस्येष्टवर्गहरणं सिद्धम्। तेन इष्टवर्गहृतः क्षेप इत्युपपन्नम्।

एवं कनिष्ठज्येष्ठयोरिव भुजज्याकोटिज्ययोर्घातरूपवज्राभ्यासस्वरूपसिद्धभावनया चापान्तरैक्यज्योपपत्तिः सिद्धा तथा दोःकोट्योर्नामभेद एव न स्वरूपभेद इति दर्शनात् कोटिज्यायाः कनिष्ठत्वं भुजज्याया ज्येष्ठत्वं त्रिज्यावर्गक्षेपे ऋणैकप्रकृतौ वा प्रकल्प्य प्रोक्तवद्भावनया कथितस्वरूपसिद्धैव चाप योगान्तरज्या स्यात्। भुजचापैक्यान्तरयोः कोटिचापैक्यान्तराभ्यां तुल्यत्वात् तदा ज्याभावना बीजगणितीयभावनारूपैवेति वदन्ति परं भावनात्वाविशेषादन्यरीत्यवगतयोगान्तरभावनया तत्सिद्ध्यापत्तिरिति तत्त्वविवेककारा वदन्ति। तथाहि धनैकप्रकृतौ त्रिज्यातुल्यं कनिष्ठं। कोटिज्यातुल्यं ज्येष्ठं भुजज्यावर्गतुल्य ऋणक्षेपक इत्येकः पक्षः। अथवा भुजज्या कनिष्ठं त्रिज्या ज्येष्ठं कोटिज्यावर्गः क्षेपक इति द्वितीय इत्यादिस्थले भावनासिद्धप्रकारेण चापैक्यान्तरज्यासिद्धिर्नैव तथा पूर्वोक्तपक्षेऽपि कनिष्ठज्येष्ठाभ्यां भावनया तद्भिन्नकनिष्ठज्येष्ठयोः सिद्धयोश्चापैक्यान्तरज्यातुल्यत्वे च युक्त्यनुपपादनाद्भावनावशादुपपत्तिरयुक्ता किंतूर्ध्वाधरपंक्त्यनुरोधेन भुजज्याकोटिज्ययोस्तिर्यग्गुणनसिद्धा वज्रवदभ्यासाद्भावनात्वं स्वतः संसिद्धमेवेति लौकिककनिष्ठज्येष्ठभावनावदपूर्वा ज्याभावनेयमुक्ता चापैक्यान्तरज्यासिद्ध्यर्थमित्यलं पल्लवितेन।

अथ भुजकोटिविवरचापानां तदर्धचापानां तथा द्विगुणचापानामिष्टचापार्धस्य च ज्यानयनम्।

कोटिदोर्विवरखण्डजजीवा
कोटिदोर्गुणवियोगजवर्गात्।

अर्धितात् पदमथोभुजकोट्यो-
रन्तरं द्विगुणबाहुजकोटिः ॥
कोटिदोर्गुणहतिः करनिघ्नी
कोटिदोर्गुणजवर्गवियोगः ।
तौ हृतौ त्रिभगुणेन मते ते
द्विघ्नचापभुजकोटिजजीवे ॥
भुजज्याया वर्गस्त्रिगुणदलभक्तः सचिशिखो
द्विनिघ्नांशानां तत्त्रिगुणविवरं कोटिजगुणः ।
तथा दोर्ज्यावर्गे निगमगुणिते तत्फलकृति-
र्विहीना तन्मूलं द्विगुणलवजीवा भवति वा ॥
उत्क्रमक्रमगुणार्धकृती ये
तद्युतेः पदमिहार्धलवानाम् ।
शिञ्जिनी भवति चोत्क्रमजीवा-
त्रिज्यकाहतिदलस्य च मूलम् ॥
द्विघ्नचापजनितोत्क्रमजीवा-
भाजितो भुजगुणोद्भववर्गः ।
उत्क्रमाभिधगुणेन विनिघ्न-
स्तात्पदं तु दलभागगुणो वा ॥
त्रिज्यकार्धमथ कोटिगुणार्धं
तद्युतिस्त्रिभगुणेन विनिघ्नी ।
तत्पदं तु दलभागजकोटेः
शिञ्जिनी भवति युक्तिविभेदात् ॥
त्रिज्याघ्नदोर्ज्योनयुतत्रिभज्या-
कृतेः पदे ह्यन्तरयोगसंज्ञे ।
योगोऽन्तरेणोनयुतोऽर्धितस्तौ
दलांशदोःकोटिगुणौ क्रमात् स्तः ॥

त्रिज्याघ्नदोर्ज्योनयुतत्रिभज्या-
वर्गस्य खण्डाज्जनिते च मूले ।
भुजोनयुक्ताम्बरनन्दखण्ड-
प्रमांशजीवे भवतः क्रमेण ॥

बाहुकोटिलवयोगजजीवा
स्यात् समा युतिजभावनया सा ।
त्रिज्यया तत इह श्रुतिवर्गः
कोटिबाहुकृतियोगसमानः ॥

त्रिज्यकादलमिता गदिता सा
खाग्निभागजनिता किल जीवा ।
त्रिज्यकाकृतिदलस्य च मूलं
स्यात् कलम्बनिगमांशकजीवा ॥

अथासां क्रमेणोपपत्तयः (२४ क्षेत्रं द्रष्टव्यम् ।) प्रथमं वृत्ते भुजांशाः कोट्यंशाश्च पूर्वचिह्नादेव देयाः । यथा कगचापं भुजांशाः तदूननवतितुल्यं कचचापं तदा प्रथमभुजज्या गसरेखा प्रथमकोटिज्या गफरेखा । एवं द्वितीयभुजज्या प्रथमकोटिज्यातुल्या चहरेखा तथा द्वितीयकोटिज्या प्रथमभुजज्यातुल्या चन रेखा जाता । अत्र भुजज्ययोरन्तरं चछरेखा भुजः कोटिज्ययोरन्तरं गछमितं कोटिः । इमे भुजज्याकोटिज्यान्तरतुल्ये एव । एतदन्तरवर्गक्षेत्रं खगछच चतुर्भुजं तत्र चग,खछरेखे तुल्ये एव कर्णौ कर्णार्धं गव रेखा तद्वर्गक्षेत्रं गवखपचतुर्भुजं जातम् । अत्र वर्गक्षेत्रार्धं तत्कर्णार्धवर्गक्षेत्रं तेनान्तरवर्गार्धं तत्कर्णार्धस्य भुजकोट्यन्तरांशार्धजीवारूपस्य वर्ग इति भुजज्याकोटिज्यान्तरवर्गार्धमूलं भुजकोट्यन्तरार्धांशज्येत्युपपन्नम् । यतः खगवं, वगछं छवचं, वचखं, एतानि तुल्यानि त्रिभुजानि । एततुल्यमेव खपगं त्रिभुजम् । अत्र त्रिभुजद्वययोगो वर्गार्धक्षेत्रं तथा कर्णार्धवर्गक्षेत्र म प्रत्यक्षं यथा । चगछं वर्गार्धं चछव,वगछ,योगमितं तथा कर्णार्धवर्गक्षेत्रं गवखपचतुर्भुजं खगव, खपगत्रिभुजयोगरूपमित्येवं सर्वत्र वर्गक्षेत्रार्धं तत्कर्णार्धवर्गक्षेत्रतुल्यमथ कर्णार्धे केन्द्रकल्पनाद्वृत्तान्तर्गतं वर्गक्षेत्रं ततस्तत्कर्णौ व्यासरेखारूपौ मिथो लम्बरूपौ तेन कर्णार्धगतकोणानां समकोणत्वेन चत्वारि त्रिभुजानि जात्यान्येवमित्युक्तं युक्तमिति ।

अथ द्विगुणचापज्याकोटिज्यार्थं तथार्धांशज्याकोटिज्यार्थे च (२५ क्षेत्रं द्रष्टव्यम्।) अत्र वृत्ते द्विगुणचापपूर्णज्या खकरेखा द्विगुणयेष्टभुजज्यया समा भुजः। द्विगुणचापोनभार्धांशपूर्णज्या खचरेखा द्विगुणयेष्टकोटिज्यया तुल्या कोटिः। द्विगुणत्रिज्यामिता कचरेखा व्यासरूपा कर्ण इत्येकं जात्यम्। अथ जकरेखा इष्टभुजज्यामिता भुजः। जटरेखा इष्टकोटिज्यामिता कोटिः। कटरेखा त्रिज्यामिता कर्ण इति द्वितीयं जात्यम्। अथ प्रथमजात्ये कर्णभूमौ लम्बस्तु द्विगुणचापज्यारूपः खछरेखामितस्तद्वशाज्जात्यद्वयमन्यदुत्पन्नं तत्र द्विगुणचापज्या खछरेखा भुजः। चछरेखा द्विगुणचापकोटिज्यात्रिज्यायुतिमिता कोटिः। खचरेखा इष्टकोटिज्या द्विगुणा कर्ण इति तृतीयं जात्यम्। अस्य प्रथमक्षेत्रस्य कोटिकर्णसंपातजकोणस्यैकत्वात् साजात्यम्। एवं द्विगुणचापोत्क्रमज्या कछरेखा भुजः। खछरेखा कोटिः। खकरेखा कर्ण इति चतुर्थं जात्यम्। अस्य प्रथमजात्यस्य भुजकर्णसंपातजकोणैकत्वात् साजात्यम्। अथ द्विगुणचापोत्क्रमज्यार्धं कझरेखा सा भुजः। द्विगुणचापज्यार्धतुल्या जझरेखा कोटिः। इष्टभुजज्या जकरेखा कर्ण इति पञ्चमं जात्यं तथा जझरेखा भुजः। झटरेखा कोटिः। जटरेखा कोटिज्यामिता कर्ण इति षष्ठं जात्यम्। एतानि मिथः सजातीयानि तत्र द्वितीयतृतीयाभ्यामनुपातो यथा। कटत्रिज्याकर्णे जकं भुजज्या भुजस्तदा द्विगुणकोटिज्यामिते खचकर्णे केति भुजज्याकोटिज्याघातो द्विगुणस्त्रिज्याभक्तः फलं द्विगुणांशज्या खछरेखारूपा भु · को १। अथ त्रिज्याकर्णे भुजज्या भुजस्तदा
त्रि १
भुजज्याकर्णे केति लब्धा कझरेखा तथा त्रिज्याकर्णे कोटिज्या कोटिस्तदा कोटिज्याकर्णे केति झटरेखा। इयं कझतुल्यया झछरेखया हीना जाता छटरेखा द्विगुणचापकोटिज्यामिता भुव १ कोव १। अथवा भुजज्याकोटिज्ये जक,जटरेखे
त्रि १
भुजौ। त्रिज्या कटरेखा भुमिः। कझ झटरेखे आबाधे। तत्र भुजज्याकोटिज्यावर्गान्तरं त्रिज्याभक्तं लब्धमाबाधान्तरमिदमेव द्विगुणचापकोटिज्यामितं तद्यथा। द्विगुणांशकोटिज्या उत्क्रमज्यार्धयुता बृहदाबाधा सा उत्क्रमज्यार्धरूपलघ्वाबाधया हीना सती द्विगुणांशकोटिज्या स्यादेव। एतेन द्विगुणचापज्याकोटिज्यानयनमुपपन्नमिति।

एवं त्रिज्याकर्णे भुजज्या भुजस्तदा द्विगुणभुजज्यामिते कखकर्णे क इति भुजज्यावर्गो द्विगुणस्त्रिज्याभक्तः फलं द्विगुणचापोत्क्रमज्या कछरेखा वा गुणहरयोरर्धीकरणाद्भुजज्यावर्गस्त्रिज्यार्धभक्तस्तदा द्विगुणचापोत्क्रमज्या लभ्यते तस्यास्त्रिज्यायां यदन्तरं सा द्विगुणचापकोटिज्या भवति।

अथवा भुजज्याकोटिज्याभ्यां तुल्यभावनार्थं न्यासः $\frac{\text{भु १}}{\text{को १}}$ $\frac{\text{भु १}}{\text{को १}}$ भुजज्ये मिथः कोटिज्यकाहते त्रिज्याभक्ते फले $\frac{\text{भु · को १}}{\text{त्रि १}}$ $\frac{\text{भु · को १}}{\text{त्रि १}}$। अनयोर्योगो द्विगुणचापज्या सिद्धा $\frac{\text{भु · को २}}{\text{त्रि १}}$। एवं भुजज्ययोर्घाते कोटिज्ययोर्घाते त्रिज्याभक्ते फलान्तरं द्विगुणचापकोटिज्या सिद्धा $\frac{\text{भुव १ कोव १}}{\text{त्रि १}}$।

अथवा भुजचापकोटिचापयोर्ज्याभावनार्थं न्यासः $\frac{\text{भु १}}{\text{को १}}$ $\frac{\text{को १}}{\text{भु १}}$। अनयोरन्तर भावनया जाता भुजकोट्यन्तरांशज्या $\frac{\text{भुव १ कोव १}}{\text{त्रि १}}$। एवं भुजकोट्यन्तरांशकोटिज्या च। $\frac{\text{भु · को २}}{\text{त्रि १}}$। अत्र भुजोना नवत्यंशाः कोटिः भु १ रू ९०। अस्या भुजस्यान्तरम्। भु २ रू ९० द्विगुणचापकोट्यंशमितम्। अनेन नवत्यंशा हीनास्तदा शेषं भु २ द्विगुणचापमितमेतेन भुजकोट्यन्तरज्या द्विगुणचापकोटिज्यातुल्या तथा भुजकोट्यन्तरांशकोटिज्या द्विगुणचापज्यातुल्येति सिद्धम्।

अथ द्विगुणचापकोटिज्या $\frac{\text{भुव १ कोव १}}{\text{त्रि १}}$। अत्र कोटिज्यावर्गस्य भुजज्यावर्गोनत्रिज्यावर्गस्वरूपं कृत्वा $\frac{\text{भुव १ त्रिव १}}{\text{त्रि १}}$ तुल्यखण्डयोर्योगे कृते द्विगुणांशकोटिज्या $\frac{\text{भुव २ त्रिव १}}{\text{त्रि १}}$। अत्र खण्डे हरभक्ते तदा भुजज्यावर्गो द्विगुणस्त्रिज्याभक्तः फलमेकं द्वितीयं फलं त्रिज्यैव तयोरन्तरं भुजचापकोटिचापान्तरांशज्या वा द्विगुणांशकोटिज्येति सिद्धम्।

अथ भुजकोटिचापयोर्ज्याकोटिज्याभ्यां योगभावनार्थं न्यासः $\frac{\text{भु १}}{\text{को १}}$ $\frac{\text{को १}}{\text{भु १}}$। उक्तवज्जाता चापयोगज्या $\frac{\text{भुव १ कोव १}}{\text{त्रि १}}$। भुजकोटिचापयोगस्य नवत्यंशमितत्वाद्धियं त्रिज्यासमेति पक्षयोः समच्छेदीकृतयोश्छेदापगमे कृते न्यासः $\frac{\text{भुव १ कोव १}}{\text{त्रिव १}}$। अतो भुजज्यावर्गकोटिज्यावर्गयोगस्त्रिज्यावर्गेण कर्णवर्गरूपेण तुल्य इति सिद्धं

जात्यक्षेत्रे तत्कृत्योर्योगपदं कर्ण इति । सजातीयक्षेत्रानुपातसिद्धचापयोगज्याप्रकारमङ्गीकृत्य भुजकोटिज्ञाने कर्णज्ञानं सयुक्तिकमेव दर्शितम् ।

अथ चापार्धज्याकोटिज्याप्रकारोपपत्तिः। द्विगुणचापकोटिज्या $\frac{\text{भुव}^{2}\ \text{त्रिव}\ 1}{\text{त्रि}\ 1}$ ।

अनयोना त्रिज्या जाता द्विगुणचापोत्क्रमज्या $\frac{\text{भुव}\ 2}{\text{त्रि}\ 1}$ । अथ द्विगुणितायाः भुजज्याया वर्गाच्चतुर्गुणितभुजज्यावर्गस्वरूपात् (भुव ४) द्विगुणचापोत्क्रमज्यावर्गः शोधितः शेषं द्विगुणांशज्यावर्ग एव द्विगुणितभुजज्यायाः पूर्णज्यारूपकर्णत्वाद् द्विगुणचापोत्क्रमज्याया भुजरूपत्वात् कर्णभुजवर्गान्तरमूलं कोटिरूपा द्विगुणचापज्येत्युपपन्नं यथोक्तम् ।

अथ भुजज्यावर्गो द्विगुणस्त्रिज्याभक्तः फलं द्विगुणचापोत्क्रमज्या $\frac{\text{भुव}\ 2}{\text{त्रि}\ 1}$ । तदा द्विगुणचापोत्क्रमज्यात्रिज्याघातो भुजज्यावर्गेण द्विगुणेन तुल्यः सिद्धस्तया भुजज्यावर्गो द्विगुणचापोत्क्रमज्यात्रिज्याघातार्धतुल्यः सिद्धस्तन्मूलं भुजज्यैव तेन त्रिज्योत्क्रमज्यानिहतेर्दलमूलं तदर्धांशकशिञ्जिनीत्युपपन्नम् ।

अथवानन्तरोक्तद्वितीयपञ्चमजात्याभ्यामनुपातो यथा। जकभुजज्याभुजे कटं त्रिज्या कर्णस्तदा उत्क्रमज्यार्धरूपे कभ्रभुजे कः कर्ण इति भुजज्यारूपा जकरेखा लब्धा तत्र लब्धस्य $\frac{\text{उ}\cdot\text{त्रि}\ \frac{1}{2}}{\text{भु}\ 1}$ । हरतुल्यत्वाद्धरलब्धघातो भुजज्यावर्गस्त्रिज्योत्क्रमज्याघातार्धतुल्य इति सिद्धम् । एवं क्रमज्यार्धं कोटिः । उत्क्रमज्यार्धं भुजस्तद्वर्गयोगमूलं कर्णः कजरेखा सैव दलांशज्येत्युपपन्नं यथोक्तम् ।

अथ भुजज्याया वर्गे त्रिज्यार्धभक्ते द्विगुणांशोत्क्रमज्या लभ्यते तदा भुजज्यावर्गे द्विगुणचापोत्क्रमज्याभक्ते त्रिज्यार्धं लभ्यते $\frac{\text{भुव}\ 1}{\text{द्विचाउ}\ 1}$ इयमुत्क्रमज्यागुणिता दलांशज्यावर्गस्तन्मूलं दलांशज्या तेन द्विघ्नचापजनितोत्क्रमजीवाभाजितो भुजगुणाद्भववर्ग इति पद्यस्यमानयनमुपपन्नम् ।

अथ दलांशकोटिज्यानयने तु दलांशभुजज्यामिता जकरेखा भुजः । दलांशकोटिज्यामिता जटरेखा कोटिः । कट, त्रिज्या कर्णस्तत्र जभ्रलम्बनिपाताज्जात्यद्वयमन्यदुत्पन्नम् । जभ्रलम्बो भुजः द्विगुणांशकोटिज्यात्रिज्यायोगार्धं भ्रटरेखा कोटिः । दलांशकोटिज्यातुल्याजटरेखा कर्ण इति । कभ्ररेखा भुजः जभ्रं कोटिः कजं कर्ण इति । तत्र प्रथमद्वितीयाभ्यामनुपातो यथा । जटकोटौ

च

त्रिज्या कर्णस्तदा झटकोटौ कः कर्ण इति जटरेखा लब्धा । अत्रापि प्रमाणगुणितमिच्छाफलं जटरेखावर्गः प्रमाणफलेनेच्छागुणितेन त्रिज्यागुणितात् कोटिज्यात्रिज्यायोगार्धात् परिमितेन तुल्यस्तन्मूलं दलांशकोटिज्यैव भवतीत्युपपन्नं यथोक्तम् । कोटिज्योनत्रिज्याया अर्धेन कझरेखामितेन $\frac{\text{को }\dot{\text{१}}\text{ त्रि १}}{\text{२}}$ । हीना त्रिज्या शेषं झटरेखामितं $\frac{\text{को १ त्रि १}}{\text{२}}$ । कोटिज्यात्रिज्यायोगार्धमेवेत्युक्तं युक्तम् ।

अथान्यथोच्यते । पूर्वं द्विगुणितांशानां कोटिज्यास्वरूपम् । $\frac{\text{भुव }\dot{\text{१}}\text{ कोव १}}{\text{त्रि १}}$ । अत्र कोटिज्यावर्गोनत्रिज्यावर्गं कोव $\dot{\text{१}}$ त्रिव १ ऋणरूप $\dot{\text{१}}$ गुणं कोव १ त्रिव $\dot{\text{१}}$ । प्रथमखण्डस्थाने धृतं तदा तुल्ययोः खण्डयोर्योगे सिद्धं स्वरूपम् । $\frac{\text{कोव २ त्रिव }\dot{\text{१}}}{\text{त्रि १}}$ । अत्र भाज्ये त्रिज्यया हरेण भक्ते द्विगुणांशकोटिज्या लभ्यते तदा द्विगुणांशकोटिज्यात्रिज्याघातो भाज्यसम इति पक्षौ $\frac{\text{कोव २ त्रिव }\dot{\text{१}}}{\text{त्रि · द्विकोज्या १}}$ । पक्षयोस्त्रिज्यावर्गे योजिते समत्वमेव $\left\{\begin{array}{l}\text{कोव २}\\ \text{त्रि · द्विकोज्या १ त्रिव १}\end{array}\right\}$ अत्रोर्ध्वपक्षेण कोव २ अधस्तनपक्षे भक्ते दलांशकोटिज्यावर्गमानं लभ्यते । तत्राधस्तनपक्षे त्रिज्यागुणिता कोटिज्या त्रिज्यागुणितत्रिज्यायां योज्या वा लाघवेन कोटिज्यात्रिज्यायोगस्त्रिज्यागुणितस्तस्यहरो द्वयं तेन कोटिज्यात्रिज्यायोगार्धं त्रिज्यागुणितं दलांशकोटिज्यावर्गस्तन्मूलं दलांशकोटिज्यैवेति यथोक्तमुपपन्नम् ।

अथ केवलभुजज्याज्ञानेऽपि दलांशज्याकोटिज्यानयनं यथा त्रिज्यागुणितभुजज्या द्विष्ठे त्रिज्यावर्गं हीनयुता शेषयोर्मूले अन्तरयोगाभिधे ताभ्यां संक्रमणेन दलांशज्याकोटिज्ये भवतः । एवमिष्टचापस्य नवत्यंशाल्पत्वे तद्दलांशज्याकोटिज्ययोर्मध्ये ज्यातोऽधिका कोटिज्या भवतीति युक्तम् । नवत्यंशाधिकचापे तु दलांशकोटिज्याभुजज्ये एव भवतः । यथा चापांशाः १०० अस्यार्धं ५० एतत्कोट्यंशाः ४० अत्र भुजज्यातोऽल्पा कोटिज्या तेन योगोऽन्तरहीनस्तदर्धं दलांशकोटिज्या तथा योगोऽन्तरयुतस्तदर्धं दलांशभुजज्येति विज्ञेयम् ।

अत्रोपपत्तिः । पूर्वं तुल्यसमासभावनया सिद्धा द्विगुणचापज्या $\frac{\text{भु · को २}}{\text{त्रि १}}$ । भु-

जज्याकोटिज्याघाते द्विगुणे त्रिज्याभक्ते द्विगुणांशज्या लभ्यते तदा त्रिज्याभुजज्याघातो हि दलांशज्याकोटिज्याघातेन द्विगुणेन तुल्य इति तस्य त्रिज्यावर्ग दलांशभुजज्याकोटिज्यावर्गयोगरूपे हीनयोगतः क्रमेण दलांशज्याकोटिज्ययोरन्तरयोगवर्गौ ज्ञातौ स्याताम् । वर्गयोगे द्विगुणघातोने शेषमन्तरवर्गस्तथा वर्गयोगे द्विघ्नघातयुते युतिवर्गः सिद्धस्तन्मूले दलांशज्याकोटिज्ययोरन्तरयोगौ ताभ्यां संक्रमणेन राशी भवत इति स्पष्टम् ।

अथान्यथा श्रीबापूदेवकृतोपपत्तिः । इष्टचापज्या गसंज्ञिका दलांशज्याकोटिज्ये क,खसंज्ञे कल्पिते तदा दलांशभुजज्याकोटिज्याघातो द्विगुणस्त्रिज्यागुणितभुजज्यासम इति पक्षौ $\frac{\text{क · ख २}}{\text{त्रि · ग १}}$ । अथान्यौ दलांशज्यावर्गकोटिज्यावर्गयोगत्रिज्यावर्गरूपौ तुल्यावेव $\frac{\text{कव १ खव १}}{\text{त्रिव १}}$ । अनयोः पूर्वपक्षयोजने जातं तत्रोपरिस्थे उपरिस्थमधःस्थे त्वधःस्थं योजितमिति सिद्धम् । $\frac{\text{कव १ कख २ खव १}}{\text{त्रिव १ त्रि · ग १}}$ ।
एतावपि तुल्यावेव तत्रोपरिस्थपक्षमूलं क १ ख १ । दलांशज्याकोटिज्यायोगरूपं त्रिज्यागुणितभुजज्यायास्त्रिज्यावर्गयुताया अधस्तनपक्षस्याया मूलतुल्यं सिद्धम् ।
एवं पक्षौ $\frac{\text{कव १ खव १}}{\text{त्रिव १}}$ । पूर्वपक्षाभ्यां $\frac{\text{क · ख २}}{\text{त्रि · ग १}}$ । हीनौ तदापि तुल्यावेव $\left\{\frac{\text{कव १ क · ख २ खव १}}{\text{त्रिव १ त्रि · ग }\dot{१}}\right\}$ अत्रोर्ध्वपक्षमूलम् । क १ ख $\dot{१}$ । वा । क $\dot{१}$ ख १
द्वितीयपक्षस्येन त्रिज्याभुजज्याघातहीनत्रिज्यावर्गेण मूलितेन तुल्यं दलांशज्याकोटिज्ययोरन्तरं ज्ञातं ततः प्राग्वत् सुबोधमिति ।

अथ चापोनयुतत्रिभार्धस्य ज्यानयनमाह । तत्र चापोननवत्यर्धज्यानयने भुजज्योना त्रिज्या जाता कोट्युत्क्रमज्या भु $\dot{१}$ त्रि १ इयं त्रिज्यागुणिता दलिता जातः कोटिदलांशज्यावर्गः । अतस्त्रिज्यागुणितभुजज्योनत्रिज्यावर्गस्य यद्दलं तन्मूलं कोटिदलांशज्या भवति । एवं चापयुतनवत्यंशदलज्यानयने त्रिज्याभुजज्यायोगः कोटिः । कोटिज्या भुजः । त्रिभयुक्तचापपूर्णज्या कर्णः । तत्र भुजवर्गः भुव १ भु · त्रि २ त्रिव १ कोटिवर्गेण भुजज्यावर्गोनत्रिज्यावर्गरूपेण भुव $\dot{१}$ त्रिव १ युक्तः भु · त्रि २ त्रिव २ एतच्चतुर्थांशः स नवतिचापार्धांशानां ज्यावर्गः ।
$\frac{\text{भु · त्रि २ त्रिव २}}{\text{४}}$ वा, $\frac{\text{भु · त्रि १ त्रिव १}}{\text{२}}$ । अत्र त्रिज्याभुजज्याघातयुक्तस्य त्रिज्यावर्गस्य

दलमूलं भुजयुक्तत्रिभदलांशज्या भवतीति सिद्धम् । अथवा यथा पूर्वं कोटिज्योनयुतत्रिज्ये त्रिज्यागुणे दलिते तन्मूले कोटिहीनयुतनवत्यंशदलस्य जीवे भवतस्तद्रीत्यैव भुजज्योनयुक्तत्रिज्ये त्रिज्यागुणे दलिते तन्मूले भुजांशहीनयुक्तनवतिदलज्ये स्याताम् । कोटिज्यास्थाने भुजज्याग्रहणात् । अत्र कोटिहीनयुतनवत्यंशदलमिते (को १ रू ९० । को १ रू ९०) / (२ २) । भुजांशदलभुजकोटिमिते यतः कोटिहीननवतेर्भुजांशतुल्यत्वात् तद्दलं भुजांशार्धं सिद्धम् । एवं भुजोननवतौ भु १ रू ९० कोटिस्वरूपे नवतिं संयोज्यार्धिते (भु १ रू १८०) / २ । भुजार्धोननवतिमितं प्रकृते दलांशकोटिमितं सिद्धम् । एवं सुधीभिरुपपत्तिः सुबोधा कार्या किं प्रयासेनेति ।

अथ त्रिंशदंशज्यानयनोपपत्तिः । (२६ क्षेत्रं द्रष्टव्यम् ।) अत्र वृत्ते षष्ट्यंशज्या खसरेखा तत्पूर्णज्या खकरेखा तदर्धं लम्बः पचरेखा सापि षष्ट्यंशज्या पूर्णज्यार्धस्य त्रिंशदंशज्यात्वात् तत्कोटिज्यायाः पचरेखारूपत्वात् ।

अथ कखचत्रिभुजे कचखकोणः षष्ट्यंशमितः केन्द्रगतकोणस्य स्वसंमुखचापतुल्यत्वात् । अथ कच, खचरेखे त्रिज्यामिते तेन कखच, खकचकोणौ तुल्यौ (रे १ क्षे ५) तत्र त्रिभुजे कोणत्रययोगस्य समकोणद्वयतुल्यत्वात् कचखकोण ६० हीनभार्धांशस्य १२० दलमितौ खकच, कखचकोणौ ६० । ६० भवतस्तदा कखचत्रिभुजे कोणत्रयं षष्ट्यंशतुल्यं सिद्धम् । यस्य कोणत्रयं तुल्यं तस्य भुजत्रयमपि मिथस्तुल्यं (रे प्र १ क्षे ६) अनुमानात् । अतस्त्रिज्यातुल्या कखरेखा सिद्धा तदर्धं त्रिंशदंशज्येति सिद्धम् । अथवा कखभूम्यर्धं पचलम्बगुणं त्रिभुजफलं वा कचभूम्यर्धं खसलम्बगुणं फलमत्र फलसाम्यात् पच, खसलम्बयोश्च साम्याद्भूम्यर्धसाम्यं भवितुमर्हति तेन खकरेखार्धं कचरेखार्धेन तुल्यं जातम् । कचरेखायास्त्रिज्यातुल्यत्वात् तदर्धं खकरेखार्धेन त्रिंशदंशज्यया तुल्यमितिसिद्धम् । अथवा भुजज्याकोटिज्याघातो द्विगुणस्त्रिज्याभक्तो द्विगुणांशज्या पूर्वं सिद्धा (भु · को २) / (त्रि १) । त्रिंशदंशकोटिज्यया तुल्येति न्यासः (भु · को २ / त्रि १) / (को १) । पक्षयोः समच्छेदीकृतयोश्छेदापगमे न्यासः । (भु · को २) / (त्रि · को १) । अनयोः कोटिज्यापवर्त्तने जातम् (भु २) / (त्रि १) । अधस्तने उपरिस्थभक्ते त्रिज्यार्धं भुजज्यामानं सिद्धमेतेन त्रिंशदंशज्यानयनमुपपन्नम् ।

अथ पञ्चचत्वारिंशदंशज्यानयने त्रिज्यारेखावर्गतेत्रार्धं कर्णदलवर्गक्षेत्रं च तुल्यं पूर्वसिद्धप्रकारेणास्ति । अतस्त्रिज्यावर्गार्धं कर्णार्धस्य पञ्चचत्वारिंशदंशज्यामितस्य वर्गतुल्यं सिद्धम् । अथवा पञ्चचत्वारिंशदंशभुजज्याकोटिज्ये तुल्ये तेन भुजज्यावर्गोनत्रिज्यावर्गः भुव १ त्रिव १ भुजज्यावर्गेण भुव १ तुल्य इति समशोधनात् पक्षौ $\frac{\text{त्रिव १}}{\text{भुव २}}$ । अतस्त्रिज्यावर्गार्धं भुजज्यावर्गस्तन्मूलं भुजज्येति पञ्चचत्वारिंशदंशज्यानयनमुपपन्नम् ।

अथ त्रिगुणचापज्याकोटिज्याज्ञानं तथा तृतीयांशज्यानयनं तथाष्टादश-षट्त्रिंशच्चतुःपञ्चाशदंशज्यानयनं चोच्यते ।

दोर्ज्यका त्रिभगुणार्धविभक्ता
लब्धवर्गरहितस्त्रिमितोऽङ्कः ।
शेषकं च गुणितं भुजमौर्व्या
त्रिघ्नदोर्लवभवा किल जीवा ॥

त्रिज्यकार्धहृतकोटिशिञ्जिनी
लब्धवर्गरहितस्तु पावकः ।
कोटिजेन च गुणेन संगुण-
स्त्रिघ्नचापभवकोटिशिञ्जिनी ॥

द्विघ्नचापोक्रमज्या स्वखण्डान्विता
त्रिज्यकाप्ता च कोटिज्यकावर्गतः ।
त्रिज्यकावर्गभक्ताद्द्वयोरन्तरं
कोटिजीवागुणं त्रिघ्नदोःकोटिजा ॥

त्रिज्यावर्गहृताज्ज्यकात्रिलवजाल्लब्धं घनात् संयुतं
स्वत्र्यंशेन ततो ज्यका त्रिलवयुक् तस्माद्घनाद्येन वै ।
ज्यात्र्यंशे सहितं फलं मुहुरियं जीवा स्फुटा जायते
चापत्र्यंशभवेति पूर्वमुदितं ग्रन्थाद्बुधैर्यावनात् ॥

त्रिगुणवर्गशराहतितः पदं
त्रिगुणहीनमिदं श्रुतिहृज्ज्यका ।

धृतिलवस्य च सा त्रिगुणार्धयुक्
भवति वेदशरांशभवो गुणः ॥
त्रिगुणवर्गशराहतिरूनिता
त्रिगुणवर्गकृतीषुहतेरिह ।
पदमितेन गजांशपदं ततो
रसगुणांशगुणो गदितो बुधैः ॥

अथ त्रिगुणचापज्याकोटिज्यासाधनोपपत्तिः । पूर्वं ज्ञातभुजज्याकोटिज्याभ्यां तुल्यसमासभावनया सिद्धे द्विगुणभुजांशकानां भुजज्याकोटिज्ये तयोः पूर्वभुजज्याकोटिज्याभ्यां समासभावनार्थं न्यासः $\frac{\text{भु · को २}}{\text{त्रि १}}$ | $\frac{\text{भुव १̇ कोव १}}{\text{त्रि १}}$ ।

भु १ । को १

दोर्ज्ये मिथः कोटिज्यागुणिते $\frac{\text{भु · कोव २}}{\text{त्रि १}}$ | $\frac{\text{भुघ १̇ भु · कोव १}}{\text{त्रि १}}$ । तुल्यखण्डयोर्योगे जातम् । $\frac{\text{भुघ १̇ भु · कोव ३}}{\text{त्रि १}}$ । इदं त्रिज्याभक्तं जाता त्रिगुणचापज्या $\frac{\text{भुघ १̇ भु · कोव ३}}{\text{त्रिव १}}$ । एवं भुजज्ययोर्घातस्त्रिज्याभक्तः $\frac{\text{भुव · को २}}{\text{त्रिव १}}$ । कोटिज्ययोर्घातस्त्रिज्याभक्तः $\frac{\text{भुव · को १̇ कोघ १}}{\text{त्रिव १}}$ । अनयोरन्तरं $\frac{\text{भुव · को २ भुव · को १̇ कोघ १}}{\text{त्रिव १}}$ । अत्रापि तुल्यखण्डयोर्योगे जाता त्रिगुणचापकोटिज्या $\frac{\text{भुव · को ३̇ कोघ १}}{\text{त्रिव १}}$ । अथ त्रिगुणचापज्यास्वरूपे भुघ १̇ भु · कोव ३ । द्वितीयखण्डे त्रिगुणितभुजज्याया कोटिज्यावर्गो गुणनीयस्तत्र भुजज्यावर्गोनस्त्रिज्यावर्गः कोटिज्यावर्गस्वरूप एव भुव १̇ त्रिव १ । त्रिगुणया भुजज्यया गुणितः भुघ ३̇ त्रिव · भु ३ । अत्र प्रथमखण्डं भुघ १̇ योजितं सिद्धा त्रिगुणचापज्या $\frac{\text{भुघ ४̇ त्रिव · भु ३}}{\text{त्रिव १}}$ । अत्र भाज्यस्थखण्डे भुजज्यया भक्ते $\frac{\text{भुव ४̇ त्रिव ३}}{\text{त्रिव १}}$ । अत्र प्रथमखण्डमूलं $\frac{\text{भु २}}{\text{त्रि १}}$ । द्वाभ्यामपवर्त्तितं $\frac{\text{भु १}}{\text{त्रि }\frac{1}{2}}$ । तेन भुजज्यात्रिज्यार्धभक्ता लब्धवर्ग इति प्रथमखण्डम् । अथ द्वितीयखण्डं हरभक्तं फलं त्रयमेव ३ । प्रथमखण्डस्य ऋणत्वात् प्रथमखण्डोनं त्रयं कृतं

शेषं भुजज्यया गुणनीयं पूर्वं खण्डयोर्भुजज्याभक्तत्वात् एवं त्रिगुणचापज्यानयनं यथोक्तमुपपन्नम् । एवं त्रिगुणचापकोटिज्या $\frac{\text{भुव} \cdot \text{को ३ कोघ १}}{\text{त्रिव १}}$ । अत्रापि पूर्वखण्डे भुजज्यावर्गस्थाने कोटिज्यावर्गोनत्रिज्यावर्गस्वरूपं कृत्वा जाता त्रिगुणचापकोटिज्या $\frac{\text{कोघ ४ त्रिव} \cdot \text{को ३}}{\text{त्रिव १}}$ । अत्र प्राग्वत् कोटिज्या त्रिज्यार्धभक्ता लब्धवर्गे त्रयं शोध्यं शेषं कोटिज्यया गुणितं त्रिगुणचापकोटिज्या भवति । अथवा यथास्थितस्वरूपे $\frac{\text{भुव} \cdot \text{को ३ कोघ १}}{\text{त्रिव १}}$ । भाज्यस्थले खण्डे कोटिज्यया भक्ते भुव ३ कोव १। प्रथमखण्डम् $\frac{\text{भुव ३}}{\text{त्रिव १}}$ । अत्र भुजज्यावर्गो द्विगुणस्त्रिज्याभक्तो द्विगुणभुजांशोत्क्रमज्या $\frac{\text{भुव २}}{\text{त्रि १}}$ । इयं स्वार्धेन $\frac{\text{भुव २}}{\text{त्रि} \cdot \text{२}}$ । युता द्वाभ्यामपवर्त्तिता $\frac{\text{भुव ३}}{\text{त्रि १}}$ । इयं त्रिज्यया भाजिता $\frac{\text{भुव ३}}{\text{त्रिव १}}$ । तदा प्रथमखण्डं स्यात् । अथ द्वितीयखण्डे हरभक्ते कोटिज्यावर्गस्त्रिज्यावर्गभक्त इति तयोरन्तरं कोटिज्यया गुणनीयं पूर्वं खण्डयोः कोटिज्याभक्तत्वात् । एवं त्रिगुणचापकोटिज्यानयनमुपपन्नम् ।

अथ चापतृतीयांशज्यासाधनोपपत्तिः । पूर्वसिद्धा त्रिगुणभुजांशज्या $\frac{\text{भुघ ४ त्रिव} \cdot \text{भु ३}}{\text{त्रिव १}}$ । अत्रेयं ज्ञातज्या तया चापतृतीयांशज्या यावत्तावन्मिता तदा त्रिगुणचापज्या $\frac{\text{याघ ४ या} \cdot \text{त्रिव ३}}{\text{त्रिव १}}$ । इयं ज्ञातया ज्यया समेति पक्षयोः समच्छेदीकृतयोश्छेदगमे च न्यासः $\frac{\text{याघ ४ या} \cdot \text{त्रिव ३}}{\text{त्रिव} \cdot \text{ज्या १}}$ । अनयोश्चतुर्घ्नमव्यक्तघनं याघ ४ प्रक्षिप्य न्यासः $\frac{\text{या} \cdot \text{त्रिव ३}}{\text{त्रिव} \cdot \text{ज्या १ याघ ४}}$ । एतौ त्रिज्यावर्गेण त्रिगुणेन त्रिव ३ अपवर्त्यौ तत्राद्यपक्षेऽपवर्त्तिते जातम् । या १ तत्समे द्वितीयपक्षे खण्डद्वयं तत्र पूर्वखण्डं यावदपवर्त्यते तावज्ज्यातृतीयांश एवोपपद्यते $\frac{\text{ज्या १}}{\text{३}}$ । अथ द्वितीयखण्डे याघ ४ यावत्तावन्मानमज्ञातमपि ज्यात्र्यंशमितं तावत् स्थूलत्वेन गृहीतं तस्य घनश्चतुर्गुणस्त्रिघ्नेन त्रिज्यावर्गेण त्रिव ३। अपवर्त्तितस्तदा ज्यात्र्यंशघनश्चतुर्गुणस्त्रिभक्तस्त्रिज्यावर्गभक्त इति सिद्धम् । अथ चतुर्गुणस्त्रिभक्तस्तु

स्वत्र्यंशयुततुल्यस्तेन ज्यात्र्यंशघनः स्वत्र्यंशयुतस्त्रिज्यावर्गभक्तः। वा ज्यात्र्यंशघनस्त्रिज्यावर्गभक्तः स्वत्र्यंशयुतः फलाविशेषात्। एवं द्वितीयखण्डमपवर्तितं ज्यात्र्यंशघनेन त्रिज्यावर्गभक्तेन स्वत्र्यंशयुतेन तुल्यम्। प्रथमखण्डेनापवर्त्तितेन ज्यात्र्यंशमितेन युक्तो द्वितीयपक्षोऽपवर्त्तितः सिद्धः। इदमेव यावत्तावन्मानं परंतु तृतीयांशज्यामानं स्थूलत्वेन ज्ञातज्या तृतीयांशमितं कल्पितमत आगतं यावत्तावन्मानं स्थूलमिदमेव तृतीयांशज्यामानं प्रकल्प्य तस्य घनादिजनितफलं द्वितीयपक्षद्वितीयखण्डं तच्च ज्यात्र्यंशे प्रथमखण्डरूपे युतं यावत्तावन्मानं सूक्ष्मासन्नमेवमसकृत्कर्मणा स्फुटा तृतीयांशज्या सूक्ष्मा भवति। एतेन यथोक्तमानयनमुपपन्नम्।

अथान्यथा यवनोक्तावासना चोच्यते। (२७ क्षेत्रं द्रष्टव्यम्।) वृत्तेऽभीष्टभुजांशा द्विगुणा अङ्कनीयास्तत्पूर्णज्या तु भुजांशज्या द्विगुणा सा भूमिः। अथ दत्तचापस्य समा भागास्त्रयः कार्यास्तत्पूर्णज्यात्रयं तुल्यप्रमाणकं भवति। तत्रैका भूमिसंमुखा मुखमितरौ भुजावेवं विषमचतुर्भुजं जातम्। अत्र मुखभूम्योः समानान्तरत्वेन मु[illegible]प्रान्ताभ्यां लम्बौ भूम्युपरि तुल्यावेव। अत्र कर्णौ च तुल्यौ दत्तचापतृतीयांशस्य द्विगुणस्य पूर्णज्यारूपौ यथांशत्रयज्याज्ञाने एकांशज्याज्ञानमभीष्टं तत्र षडंशाश्चापं कल्प्यं तत्पूर्णज्या कघरेखा अंशत्रयज्या द्विगुणा भूमिः षडंशचापस्य त्रयोविभागाः समा अंशद्वयात्मकाः तत्पूर्णज्या कखं, खगं, गघं, एतास्तुल्याः गघमानं या १ गचलम्बः। तत्र गखं मुखं गघ, खकरेखे भुजौ घचं लघु भूमिखण्डम्। तत्र गककर्णानयनंयथा। भुजमानमज्ञातं या १ एतत्तुल्यमुखेन हीना भूमिः या १ ज्या २ दलिता $\frac{\text{या १ ज्या २}}{\text{२}}$। इयं लम्बाग्रभुजाग्रमध्यगं लघु भूमिखण्डं घचं एतद्वर्गेण। $\frac{\text{याव १ याज्या ४ ज्याव ४}}{\text{४}}$। गघभुजवर्गो याव १ हीनो जातो गचलम्बवर्गः $\frac{\text{याव ३ याज्या ४ ज्याव ४}}{\text{४}}$। अथ लम्बाग्रभुजाग्रमध्यभूमिखण्डेन $\frac{\text{या १ ज्या २}}{\text{२}}$। भूमिज्या २ हीना $\frac{\text{या १ ज्या २}}{\text{२}}$। लम्बाग्रात् कर्णाग्रावधि भूमिखण्डं चकरेखा एतद्वर्गः $\frac{\text{याव १ याज्या ४ ज्याव ४}}{\text{४}}$। पूर्वागतलम्बवर्गेण $\frac{\text{याव ३ याज्या ४ ज्याव ४}}{\text{४}}$। युतः $\frac{\text{याव ४ याज्या ८}}{\text{४}}$। अत्र हरभक्ते जातो गककर्णवर्गः याव १ या · ज्या २। अथान्यथा कर्णवर्गः साध्यते तत्र भुजवर्गस्तु द्विगुणे-

ष्टभुजांशसंबन्धिक्रमोत्क्रमज्यावर्गरूपः सच द्विगुणत्रिज्योत्क्रमज्याघाततुल्यस्त-थाहि । उत्क्रमज्योना त्रिज्या किल कोटिज्या उ १ त्रि १ अस्या वर्गेण उव १ उ·त्रि २ त्रिव १ त्रिज्यावर्गो हीनो जातः क्रमज्यावर्गः उव १ उ·त्रि २ अयमुत्क्र-मज्यावर्गेण उव १ युतः उ·त्रि २ जातो द्विगुणत्रिज्योत्क्रमज्याघाततुल्यः । अथ प्रकृते अंशद्वयस्य खजरेखा उत्क्रमज्या जकरेखा क्रमज्या तद्वर्गयोगमूलं खक-रेखा या १ अस्यावर्गः याव १ द्विगुणत्रिज्ययाभक्तः जाता उत्क्रमज्या $\frac{\text{याव १}}{\text{त्रि २}}$ ।

अनयोना त्रिज्या जाता कोटिज्या $\frac{\text{याव १ त्रिव २}}{\text{त्रि २}}$ अस्या वर्गेण

यावव १ याव·त्रिव ४ त्रिवव ४ । हीनस्त्रिज्यावर्गो जातो जकरेखायाः क्रमज्याया

वर्गः $\frac{\text{यावव ३ याव·त्रिव ४}}{\text{त्रिव ४}}$ अयं कर्णार्धवर्गस्तेन चतुर्गुणो जातः गकरेखायाः क-

र्णरूपाया वर्गः $\frac{\text{यावव ३ याव·त्रिव ४}}{\text{त्रिव १}}$ अयं पूर्वानीतकर्णवर्गेण याव १ या· ज्या २

सम इति पक्षयोः समच्छेदीकृतयोश्छेदगमे न्यासः $\left\{\begin{array}{l}\text{यावव १ याव·त्रिव ४}\\ \text{त्रिव·या·ज्या २ याव·त्रिव १}\end{array}\right.$

समशोधनात् पक्षौ $\left\{\begin{array}{l}\text{यावव १ याव·त्रिव ३}\\ \text{या · ज्या · त्रिव २}\end{array}\right\}$ यावत्तावतापवर्तितौ

$\left.\begin{array}{l}\text{याघ १ या · त्रिव ३}\\ \text{त्रिव · ज्या २}\end{array}\right\}$ पक्षयोर्यावत्तावद्घनं याघ १ प्रक्षिप्य

न्यासः $\left\{\begin{array}{c}\text{या · त्रिव ३}\\ \text{याघ १ त्रिव · ज्या २}\end{array}\right\}$ अत्र पक्षौ त्रिगुणेन त्रिज्यावर्गेणापवर्त्यौ

तत्र प्रथमपक्षेऽपवर्त्तितेजातम् । या १ अथ द्वितीयपक्षे द्वितीयखण्डं यावदप-वर्त्यते तावत् स्वत्र्यंशोना ज्या भवति वा । ज्या द्विगुणा त्रिभक्ता भवति । एतत्तुल्यं यावत्तावन्मानं स्थूलमेव कल्पितं पूर्वंतदज्ञानात् । अस्या घनस्त्रि-ज्यावर्गेण त्रिगुणेनापवर्त्तितस्तदा द्वितीयपक्षे प्रथमखण्डमपवर्त्तितं जातमिदं द्वितीयखण्डेनापवर्त्तितेन स्वत्र्यंशोनज्यामितेन युक्तं स्थूलं यावत्तावन्मानं एव-मसकृत् सूक्ष्मं तदर्धं चापतृतीयांशज्यामानं भवति । एतेन ।

त्र्यंशज्यका स्वचिलवेन हीना
पृथग्घनोऽस्य चिहृतः फलेन ।

छ

त्रिभज्यकावर्गहृतेन युक्ता
मुहुस्तदर्धं प्रथमांशजीवा ॥

इति सिद्धान्तराजोक्तमुपपन्नम् ।

अथवा यावत्तावन्मानस्यार्धमेवास्माकं चापतृतीयांशज्या भवतीति द्वितीयपक्षखण्डे दलिते तथाहि ज्ञातज्या द्विगुणा त्रिभक्ता तदर्धं ज्यातृतीयांश एव गृहीतो द्वितीयपक्षद्वितीयखण्डापवर्त्तनात्। एवं ज्यातृतीयांशो द्विगुणस्तद्घनस्त्रिभक्तोऽर्धितस्त्रिज्यावर्गभक्तो द्वितीयपक्षप्रथमखण्डापवर्त्तनात् । यथा ज्यातृतीयांशः ज्या $\frac{१}{३}$ द्विगुणः ज्या $\frac{२}{३}$ घनः ज्याघ $\frac{८}{२७}$ त्रिभक्तः ज्याघ $\frac{८}{८१}$ अर्धितः ज्याघ $\frac{४}{८१}$ त्रिज्यावर्गभक्तः। $\frac{\text{ज्याघ ४}}{\text{त्रिव ८१}}$ ।अथवा ज्यात्र्यंशघनः ज्याघ $\frac{१}{२७}$ त्रिज्यावर्गाप्तः $\frac{\text{ज्याघ १}}{\text{त्रिव २७}}$ । स्वत्र्यंशेन $\frac{\text{ज्याघ १}}{\text{त्रिव ८१}}$ ।युतस्तुल्य एव $\frac{\text{ज्याघ ४}}{\text{त्रिव ८१}}$ । अतो ज्ञातज्यातृतीयांशस्य घनस्त्रिज्यावर्गाप्तः स्वत्र्यंशेन युत इदं ज्यात्र्यंशे युतं स्थूलं ज्यामानं प्राग्वत् ततोऽसकृत्कर्मणा सूक्ष्मा तृतीयांशज्या भवतीत्युपपन्नम् । इयमुपपत्तिः सिद्धान्तराजे सिद्धान्तसार्वभौमे च यवनग्रन्थादुक्तास्ति। अत्र गणितलाघवार्थं युक्तिरुच्यते। पूर्वं साधितौ पक्षौ $\left\{\begin{array}{l}\text{या · त्रिव ३}\\ \text{याघ १ त्रिव · ज्या २}\end{array}\right\}$ अत्र त्रिज्यां रूपमितां प्रकल्प्य तद्वर्गेण १ त्रिज्यावर्गोत्थापनात् सिद्धौ $\frac{\text{या ३}}{\text{याघ १ ज्या २}}$ । अत्रापरपक्षे प्रथमपक्षभक्ते यावत्तावन्मानं लभ्यते किन्तु यावत्तावन्मानस्याज्ञानादपरपक्षाद्यखण्डं याघ १ व्यक्तं न स्यादतो व्यक्तखण्डं ज्या २ एव प्रथमं यावत्तावता या ३ भाज्यः स च यावत्तावतः कोऽपि भागो लब्धः पुनस्तस्य घनं कृत्वा तमेव पूर्वपक्षेण या ३ भाज्यं तत्फलं द्वितीयपक्षप्रथमखण्डजं पूर्वलब्धौ द्वितीयपक्षव्यक्तखण्डो ज्या २ त्यफलरूपे योज्यं तदा वास्तवयावत्तावन्मानस्यासन्नता जाता। एवं मुहुः स्थिरीभूतं यावत्तावन्मानं स्यात् । अत्रोदाहरणम् । रूपत्रिज्यायां भागत्रयस्य ज्या ०।३।८।२४।३३।५९।३४।२८।१५। इयं द्विगुणा द्वितीयपक्षव्यक्तखण्ड (ज्या २) स्वरूपा जाता ०।६।१६।४९।७।५९। ८।५६।३० इयं पूर्वपक्षेण या ३ भक्ता लब्धं प्रथमम् । ०।२।५।३६।२२।३९। ४२।५८।५०। अस्य घनः ०।०।०।९।१०।२८।३।८।५२।५।३९ पुनरयं तेनैव या ३ भक्तः फलम् । ०।०।०।३।३।२९।२१।२।५७ इदं प्रथमलब्धौ योजितम् । ०।२।५।३९।२६।९।४।१।४७। अस्य घनः।०।०।०।९।११।

८।१६।३२।३०।४८।९। पुनस्तेनैव या३ भक्तः फलम् । ०।०।०।३।३। ४२।४५।३०।५० इदं प्रथमलब्धौ योजितम् । ०।२।५।३९।२६।२२।२८। २९।४० अस्य घनः ०।०।०।९।११।८।१९।२८।३६।२३।५० पुनस्तेनैव या३ भक्तः फलम् । ०।०।०।३।३।४२।४६।२९।३९ इदं प्रथमलब्धौ योजितम् । ०।२।५।३९।२६।२२।२९।२८।२९ अस्य घनः ०।०।०।९।११। ८।१९।२९।८।५६।५१। पुनस्तेनैव या३ भक्तः फलम् । ०।०।०।३।३। ४२।४६।२९।४२ इदं प्रथमलब्धौ योजितम् । ०।२।५।३९।२६।२२।२९। २८।३२ अस्य घनः ०।०।०।९।११।८।१९।२९।८।५७।२८ पुनस्तेनैव या३ भक्तः फलम् । ०।०।०।३।३।४२।४६।२९।४२ इदं प्रथमलब्धौ योजितम् । ०।२।५।३९।२६।२२।२८।३२ अयं स्थिरीभूतः यावत्तावन्मानरूपः । अतोऽश-द्वयस्य पूर्णज्यास्वरूपस्तदर्धमेकांशज्या जाता ०।१।२।४९।४३।११।१४। ४४।१६ इयं रूपत्रिज्यायां सिद्धा षष्टिगुणा जाता षष्टित्रिज्यायामेकांशज्या १।२।४९।४३।११।१४।४४।१६ एवं ज्ञातज्यातस्तच्चापतृतीयांशज्याज्ञानमस-कृत्कर्मणैव यवनैरुक्तं तत्रान्यान्यपि प्रकारान्तराणि सिद्धान्तसम्राजि सन्ति तानीह विस्तरभयाद्गौरवभयाच्च न लिखितानीत्यलम् ।

अथाष्टादशभागज्योपपत्तिः । तत्र (२८क्षेत्रं द्रष्टव्यम् ।) वृत्ते कवरेखा षट्त्रिंशदंशपूर्णज्या कृतास्ति। अतः । वदकको णः षट्त्रिंशदंशमितः । दव,-दकरेखयोः साम्यात् (रे॰प्र१क्षे५) दवक, दकवकोणौ तुल्यौ तौ द्विस-प्तत्यंशमितौ कथमन्यथा दवकत्रिभुजे कोणत्रययोगस्य भार्धांश १८० मितत्वम् । अथ दकवकोणोऽर्धितः (रे॰प्र१क्षे९) तदा कोणार्धकारिणी कजरेखा जाता तदा दकज,जकवकोणौ षट्त्रिंशदंशमितौ जातौ । अथ कहरेखायाः समा-नान्तरा वअरेखा कृता तदा अदहकोणोऽपि षट्त्रिंशदंशमितो जातः । समा-नान्तररेखान्तर्गतयोः कव,हअचापयोस्तुल्यत्वात् । अथ अद,जकरेखे हकरेखया छिन्ने तत्रैकान्तरौ अदह,दकजकोणौ तुल्यौ ३६ वर्त्तेते तेन अद,जकरेखे समानान्तरे सिद्धे (रे॰प्र१क्षे२७) । अथ अव,हकरेखे समानान्तरे अदरेखया छिन्ने तेनैकान्तरौ अदहकोण,दअवकोणौ तुल्यौ तेन दअवकोणः षट्त्रिंशदंश-मितः ३६ । एवं अद,जकरेखे समानान्तरे अवरेखया छिन्ने तत्रैकान्तरौ दअव,-कजवकोणौ च तुल्यौ अतः कजवकोणोऽपि षट्त्रिंशदंशमितः सिद्धः । अथवा त्रिभुजे कोणत्रययोगस्य भार्धांशमितत्वाच्चतुर्भुजे कोणचतुष्टययोगो भांश ३६० तुल्यः स्यात् । चतुर्भुजस्य त्रिभुजद्वययोगरूपत्वात् । अतः प्रकृते अदक-जक्षेत्रे अकोणः ३६ दकोणः १४४ ककोणः ३६ एषां योगेन २१६ भांशा ३६० हीनाः शेषं १४४ जकोणो जातः । एतदूनभार्धांशा एव ३६ कजवकोणोऽस्ति

कजव ३६ कजअ १४४ कोणद्वययोगस्यैकरेखागतत्वेन समकोणद्वयतुल्यत्वात् । अथ अदकजक्षेत्रे संमुखौ अकोणककोणौ ३६ तथा दकोण,जकोणौ १४४ तुल्यौ वर्त्तेते । अज,दकरेखे तथा अद,जकरेखे च समानान्तरे तेन संमुखभुजौ मिथस्तुल्यौ सिद्धौ (रे · प्र १ क्षे ३४) तदा अद,जकरेखे तुल्ये अज,दकरेखे च तुल्ये । प्रकृते भुजचतुष्टयं त्रिज्याप्रमाणकं जातम् । अदरेखाया वा दकरेखायास्त्रिज्यामितत्वात् । अथ जकव,कजवकोणौ ३६ तुल्यौ सिद्धौ तेन तल्लग्नभुजौ वकजत्रिभुजे वज,वकरेखे तुल्येजाते (रे · प्र १ क्षे ६) तदा कवरेखायाः षट्त्रिंशदंशपूर्णज्यात्वेन वजरेखापि तन्मितैव सिद्धा जअरेखा त्रिज्या । द्वयोर्योगे संपूर्णा वअरेखा जाता साचाष्टोत्तरशतांश १०८ पूर्णज्या । अदवकोणस्याष्टोत्तरशतांश १०८ मितत्वात् । एतत्पूर्णज्याया अर्धं चतुःपञ्चाशदंशज्या तेन षट्त्रिंशदंशपूर्णज्याया वजरेखाया अर्धमष्टादशांशज्यातुल्यं त्रिज्यार्धयुतं चतुःपञ्चाशदंशज्यामितं भवतीतिसिद्धम् । एतेन धृतिलवस्य च सा त्रिगुणार्धयुग्भवति वेदशरांशभवो गुण इत्युपपन्नम् । अथ कदवत्रिभुजे दकोणः ३६ ककोण ७२ वकोणौ ७२ एवं कसवत्रिभुजे ककोणः ३६ सकोण ७२ वकोणौ ७२ सकवत्रिभुजे ककोणवकोणयोगो १०८ नभार्धांशस्य सकोणमित ७२ त्वात् । एतेन कदवत्रिभुजसजातीयं कसवत्रिभुजं जातम् । अतः कद,कवरेखयोर्यानिष्पत्तिः सैव कव,वसरेखयोर्निष्पत्तिः । अतस्त्रिज्यया षट्त्रिंशदंशपूर्णज्या या १ लभ्यते तदा पूर्णज्यया या १ केति जाता वसरेखा $\frac{\text{याव १ ।}}{\text{त्रि १}}$ कसवत्रिभुजे सवभूमिलग्नौ सकोण ७२ वकोणौ तुल्यौ तेन कव,कसरेखे तुल्ये जाते कवं पूर्णज्या या १ अतः कसंपूर्णज्या । अथ सदकत्रिभुजे दकोण ३६ ककोणौ ३६ तुल्यौ तेन दस,सकरेखे तुल्ये (रे · प्र १ क्षे ६) तदा दसरेखा पूर्णज्या या १ तुल्या जाता । अतः पूर्वागता वसरेखा $\frac{\text{याव १}}{\text{त्रि १}}$ । दसरेखया या १ युता । $\frac{\text{याव १ या · त्रि १}}{\text{त्रि १}}$ । दवरेखया त्रिज्यया त्रि १ समेति पक्षयोः समच्छेदीकृतयोश्छेदगमे न्यासः $\frac{\text{याव १ या · त्रि १}}{\text{त्रिव १}}$ । एतौ चतुर्गुणितौ त्रिज्यावर्गयुतौ $\frac{\text{याव ४ या · त्रि ४ त्रिव १}}{\text{त्रिव ५}}$ । द्वयोर्मूले $\frac{\text{या २ त्रि १}}{\text{(त्रिव · ५) मू १}}$ । अनयोः समीकरणेन त्रिज्यावर्गपञ्चघातमूलं त्रिज्योनितं द्विभक्तं यावत्तावन्मानं तदर्धमष्टादशभागज्या तेन चतुर्भक्तमित्युपपन्नं यथोक्तम् ।

अथान्यथोच्यते। (२९ क्षेत्रं द्रष्टव्यम्।) अत्रापि वृत्ते वकरेखा षट्त्रिंशदंशपूर्णज्या कृता सा स्वमार्गवर्धिता जबिन्दुपर्यन्तं यथाकजं कदतुल्यं भवति जदरेखा कार्या सापि स्वमार्गवर्धिता अचिह्नावधिः स्यात्। अवरेखा च कार्या। अथ कवदत्रिभुजे दकोणः षट्त्रिंशदंशमितस्तदूनभार्धांश १४४ दलतुल्यौ वकोण ७२ ककोणौ जातौ दव, दकरेखयोः साम्यात् (रे·प्र·१ क्षे ५) अथ कवदत्रिभुजे वकभुजः स्वमार्गवर्धितस्तत्र बहिरुत्पन्नः जकदकोणोऽन्तर्गतकोणद्वयेनार्थात् कदवकोण ३६ कवदकोण ७२ योग १०८ तुल्यः (रे·प्र·१ क्षे ३२) अथ कज, कदयोः साम्यात् कजदत्रिभुजे जकोण,दकोणौ ककोण १०८ हीनभार्धांश ७२ दलतुल्यौ ३६। ३६ जातौ तदा जदवकोणो द्विसप्तत्यंशमितः जवदकोणश्च तावन्मितः ७२। अतो दकवत्रिभुजं दजवत्रिभुजं मिथः सजातीयं कोणत्रयसाम्यात्। अतस्त्रिज्यायुतपूर्णज्यया कजरेखया यदि त्रिज्यामितो वदभुजो लभ्यते तदा वदभुजेन क इति पूर्णज्या वकरेखा लब्धा। अतः पूर्णज्या या १ त्रिज्यायुता या १ त्रि १ पूर्णज्या या १ गुणा याव १ यात्रि १ त्रिज्यावर्गसमा जाता इच्छाफलप्रमाणघातस्य प्रमाणफलेच्छाघातसमत्वात्।

न्यासः $\frac{\text{याव १ यात्रि १}}{\text{त्रिव १}}$ । एतौ चतुर्गुणितौ त्रिज्यावर्गयुतौ तन्मूलयोः समीकरणात् पूर्ववदेव क्रिया संपद्यते। एतेनाष्टादशभागज्यानयनं यथोक्तमुपपन्नम्। अथ वदककोणः ३६ कदह समकोणाच्छोधितः शेषः वदहकोणः ५४ तत्तुल्य एव हदअकोणः ५४ हव,हअचापयोस्तुल्यत्वात्। हदअकोणो ५४ नवत्यंशमित एव ३६ दअनकोणः। दअनत्रिभुजस्य जात्यक्षेत्रत्वात्। अथ वजअत्रिभुजे जकोण, अकोणौ षट्त्रिंशदंशमितौ तुल्यौ तेन वज,वअरेखे तुल्ये जाते (रे·प्र१क्षे६) वजरेखा तु पूर्णज्यार्धयुतत्रिज्यास्ति तेन वअरेखापि सैव वअरेखा अष्टोत्तरशतांशानां १०८ पूर्णज्या तदर्धं चतुःपञ्चाशदंशज्या पूर्णज्यार्धेनाष्टादशांशज्यामितेन त्रिज्यार्धयुतेन तुल्या भवतीति सिद्धम्।

अतोऽष्टादशभागज्यामानं यावत्तावत् या १ इदं त्रिज्यार्धयुतं $\frac{\text{या २ त्रि १}}{\text{२}}$ । जाता चतुःपञ्चाशदंशज्या। इयमष्टादशभागानां द्विगुणचाप ३६ कोटि ५४ ज्यया पूर्वभावनाजनितया $\frac{\text{याव २ त्रिव १}}{\text{त्रि १}}$ । तुल्येति

न्यासः $\frac{\text{या १ त्रि २}}{\text{१}}$ $\frac{\text{याव २ त्रिव १}}{\text{त्रि १}}$ । समच्छेदीकृत्य छेदगमे न्यासः $\frac{\text{यात्रि २ त्रिव १}}{\text{याव ४ त्रिव २}}$ ।

शोधनात् पक्षौ $\frac{\text{याव ४ याञि २}}{\text{ञिव १}}$ । एतौ चतुर्गुणौ त्रिज्यावर्गयुतौ जातौ $\frac{\text{याव १६ याञि ८ ञिव १}}{\text{ञिव ५}}$ । अनयोर्मूले $\frac{\text{या ४ ञि १}}{\text{(ञिव ५) मू १}}$ । अनयोः समीकरणात् त्रिज्यावर्गपञ्चघातमूलं त्रिज्योनितं चतुर्भक्तमष्टादशांशज्येत्युपपन्नम् ।

अथान्यथोच्यते । अनन्तरोक्तं वृत्ते दवकत्रिभुजं समद्विबाहुकं तत्र शिरःकोणा ३६ द्विगुणौ भूलग्नकोणौ ७२ । ७२ तादृशं क्षेत्रं रेखागणितचतुर्थाध्यायदशमक्षेत्रेण संपद्यते तत्र त्रिज्यायाः खण्डद्वयं तथाकृतं यथैकखण्डत्रिज्याघातोपरखण्डवर्गतुल्यस्तथा द्वितीयाध्यायैकादशक्षेत्रेण भवति । तद्यथा (३० क्षेत्रं द्रष्टव्यम् ।) त्रिज्यात्रिज्यार्धयोः चछ,छजरेखयोर्वर्गयोग $\frac{\text{ञिव ५}}{\text{४}}$ मूलं चजरेखा तत्समैव जटरेखा। इयं त्रिज्यार्धेन जछरेखया हीना छटरेखापरखण्डरूपा तत्तुल्या प्रकृतत्रिभुजभूमिः शिरःकोणसंमुखी षट्त्रिंशदंशपूर्णज्या कवरेखा सिद्धा भवति ।

अथवा (३१ क्षेत्रं द्रष्टव्यम् ।) वृत्ते पूर्वदिक्चिह्नात् केन्द्रावधि या त्रिज्या तदर्धे केन्द्रं प्रकल्प्य त्रिज्यार्धेन वृत्तार्धं लघु कार्यं तत्र त्रिज्यार्धं भुजः । पूर्ववृत्तकेन्द्रदक्षिणदिक्चिह्नान्तरे त्रिज्या कोटिः । लघुवृत्तकेन्द्राद्दक्षिणदिक्चिह्नावधि कर्णः । स च त्रिज्यार्धोनस्तदा लघुवृत्तपालितो दक्षिणचिह्नावधि कर्णखण्डं षट्त्रिंशदंशपूर्णज्यातुल्यम् । अथ दक्षिणदिक्चिह्नं केन्द्रं प्रकल्प्य पूर्णज्यया कृतमन्यद्वृत्तखण्डं पूर्वलघुवृत्तपालिं स्पृशति । एतेन त्रिज्यावर्गः ञिव १ त्रिज्यार्धवर्गः ञिव $\frac{1}{4}$ । अनयोर्योगस्य ञिव $\frac{5}{4}$ । मूलं त्रिज्यावर्गपञ्चघातमूलार्धतुल्यम् । इदं त्रिज्यार्धोनमथवात्रिज्यावर्गपञ्चघातमूलं त्रिज्याहीनं द्विभक्तं तुल्यं सैव पूर्णज्या तदर्धमष्टादशभागज्या तेन चतुर्भक्तं कृतमित्युपपन्नम् ।

इयमुपपत्तिः सिद्धान्तराजेऽप्युक्ता ।

पूर्वाङ्ककेन्द्रोपगसूत्रमध्ये
कृत्वार्धवृत्तस्य च केन्द्रचिह्नम् ।
ततो नयेद्दक्षिणगामि सूत्रं
कर्णानुकारं प्रथमं मनीषी ॥

एकत्रिभज्ये भुजकोटिरूपे
त्र्यस्राभिधे स्पष्टतरे च विन्द्यात् ।

कर्णः स्पृशेद्यत्र कृतार्धवृत्ते
तद्याम्यचिह्नान्तरगप्रमाणम् ॥
षड्वह्निभागोन्मितचापकर्णः ।
स्यात् तस्य खण्डं धृतिभागजीवा ॥

अतएव सिद्धान्तसार्वभौमे मुनीश्वरोऽपि ।

वृत्तपादे नेम्यधोऽग्रात् षट्त्र्यंशावधिमध्यगम् ।
वृत्तपादं कुर्वेयोर्ध्वरेखाव्यासं यथा तथा ॥
मध्यस्थवृत्तमध्यं तन्नेम्यैक्यं स्यादथो भुजः ।
त्रिज्यार्धं त्रिज्यका कोटिस्तद्वर्गैक्यपदं श्रुतिः ॥
वृत्तार्धलघुवृत्ताङ्घ्रिकेन्द्रयोरन्तरे च सा ।
त्रिज्यार्धोना वृत्तपादव्यासार्धं षट्त्रिभागजा ॥
पूर्णज्यैवं पञ्चगुणात् त्रिज्यावर्गात् पदार्धकम् ।
त्रिज्यार्धोनमतो मूलं त्रिज्योनं दलितं तथा ॥
तदर्धं ज्यासूक्तमतस्तादृग्मूलं कृतेर्हृतम् ।

अत्र तत्त्वविवेककारास्तु ।

परोक्तशिल्पानवबोधतस्त-
द्विश्वासतोऽचाल्पधियां हि तुष्ट्यै ।
वदन्ति ये युक्तिमियं सुदुष्टा
ज्ञेया यतः संशयकारिणी सा ॥

इति सार्वभौमकर्तारं प्रतिवदन्ति । तन्न युक्तम् । उक्तयुक्ते रेखागणितचतुर्थाध्यायदशमक्षेत्रेण द्वितीयाध्यायैकादशक्षेत्रेण च फलितत्वात् ।

अथगणितेनोपपत्तिः । अष्टादशांशज्यामानं या १ एतदूना त्रिज्या जाता द्विसप्तत्यंशोत्क्रमज्या या १̇ त्रि १ इयं त्रिज्यागुणा दलिता जातः षट्त्रिंशदंशज्यावर्गः $\frac{\text{यात्रि १̇ त्रिव १}}{\text{२}}$ । अष्टादशांशज्यावर्गो द्विगुणस्त्रिज्याभक्तः $\frac{\text{याव २}}{\text{त्रि १}}$ ।

षट्त्रिंशदंशोत्क्रमज्या जाता तद्वर्गः (यावव ४ / त्रिव १) । षट्त्रिंशदंशक्रमज्योत्क्रमज्यावर्गयो-
र्योगः (यावव ८ त्रिव · यात्रि १̇ त्रिवव १ / त्रिव २) । अयमष्टादशभागज्याया द्विगुणायाः
षट्त्रिंशदंशपूर्णज्यारूपाया या २ वर्गेण याव ४ सम इति पक्षयोः समच्छेदीकृत-
योश्छेदगमे न्यासः (यावव ८ त्रिव · यात्रि १̇ त्रिवव १ / याव·त्रिव ८) । एतावृणाष्ट ८̇
गुणितौ (यावव ६४̇ त्रिव · यात्रि ८ त्रिवव ८̇ / याव·त्रिव ६४̇) । एतौ क्षेपकेणानेन यावव ६४ या-
व·त्रिव १६ त्रिव ९ युक्तौ जातौ (याव·त्रिव १६ त्रिव · यात्रि ८ त्रिवव १ / यावव ६४ याव·त्रिव ४८̇ त्रिवव ९) । अनयो-
र्मूले (यात्रि ४ त्रिव १ / याव ८̇ त्रिव ३) । अनयोः पुनः समशोधनात् पक्षौ (याव ८ यात्रि ४ / त्रिव २) । ए-
तौ द्विगुणौ त्रिज्यावर्गयुतौ (याव १६ यात्रि ८ त्रिव १ / त्रिव ५) । द्वयोर्मूले (या ४ त्रि १ / (त्रिव ५) मू १) ।
अनयोः पुनः समशोधनात् त्रिज्यावर्गपञ्चघातमूलं त्रिज्योनं चतुर्भक्तमष्टाद-
शभागज्यामानं भवतीत्युपपन्नम् । इयमुपपत्तिः सार्वभौमे तत्त्वविवेके चोक्ता-
स्ति । अत्र पूर्वं मूलग्रहणे यावद्वर्गाष्टकमृणं कल्पितं यदि च त्रिज्यावर्गस्त्रि-
गुण एव ऋणं कल्पितस्तदा पक्षौ (यात्रि ४ त्रिव १ / याव ८ त्रिव ३̇) । अनयोः समशोधनात्
पक्षौ (याव ८ यात्रि ४̇ / त्रिव ४) । द्विगुणौ त्रिज्यावर्गयुतौ तन्मूले (या ४ त्रि १̇ / त्रि ३) । अनयोः
समीकरणाद्यावत्तावन्मानं त्रिज्यातुल्यमिदमनुपपन्नम् । अष्टादशभागज्याया-
स्त्रिज्याल्पत्वात् ।

अथान्यथोच्यते । पूर्वं भावनया सिद्धा त्रिगुणचापकोटिज्या (भुव·को ३̇ कोघ १ / त्रिव १) ।
इयमष्टादशभागानां त्रिगुणानां ५४ कोटिभाग ३६ ज्या भवति सा द्विगुणचा-
पांशानां ३६ ज्यया (भुको २ / त्रि १) । समेति पक्षयोः समच्छेदीकृतयोश्छेदगमे च कृते
पक्षयोः कोटिज्यापवर्तितयोर्न्यासः (भुव ३̇ कोव १ / त्रिभु २) । अत्र कोटिज्यावर्गस्थाने
भुजज्यावर्गोनत्रिज्यावर्गः कृतः भुव १̇ त्रिव १ तदा तुल्ययोर्योगे संपन्नौ पक्षौ

(भुव ४ त्रिव १ / त्रिभु २) । अनयोः समशोधनात् फलौ (भुव ४ त्रिभु २ / त्रिव १) । एतौ चतुर्गुणौ त्रिज्यावर्गयुतौ (भुव १६ त्रिभु ८ त्रिव १ / त्रिव ५) । तन्मूले (भु ४ त्रि १ / (त्रिव ५)मू १) । अनयोः समीकरणाल्लब्धं यावत्तावन्मानं यथोक्तमुपपन्नम् ।

अथ षट्त्रिंशदंशज्योपपत्तिः । तत्र पूर्वसाधिता द्विगुणचापकोटिज्या (भुव १ं कोव १ / त्रि १) । अत्र भुजज्यावर्गस्य कोटिज्यावर्गोनत्रिज्यावर्गरूपं कृत्वा कोव १ं त्रिव १ तेन हीनः कोटिज्यावर्गो जातः कोव १ कोव १ त्रिव १ं तुल्यखण्डयोर्योगे सिद्धम् । (कोव २ त्रिव १ं / त्रि १) । इयं प्रकृतचापस्य ३६ द्विगुण ७२ कोट्यंशानां १८ ज्या । अथाष्टादशभागज्या त्रिज्यार्धेन (त्रि १ / २) । युता जाता चतुष्पञ्चाशदंशज्या (कोव ४ त्रिव १ं / त्रि २) । इयं षट्त्रिंशदंशकोटिज्यया को १ समेति समच्छेदीकृत्य छेदगमे न्यासः (कोव ४ त्रिव १ं / त्रिव · को २) । समशोधनात् फलौ (कोव ४ त्रिव · को २ं / त्रिव १) । एतौ चतुर्गुणौ त्रिज्यावर्गयुतौ (कोव १६ त्रिव · को ८ं त्रिव १ / त्रिव ५) । तन्मूले (को ४ त्रि १ं / (त्रिव ५)मू १) । अनयोः समीकरणाल्लब्धं त्रिज्यावर्गपञ्चघातमूलं त्रिज्यायुतं चतुर्भक्तं कोटिज्यामानमर्थाच्चतुष्पञ्चाशदंशज्याप्रमाणं सिद्धम् । एतस्य ((त्रिव ५)मू १ त्रि १ / ४) । वर्गेण (त्रिव ५ (त्रिव) ५ मू · त्रि २ त्रिव १ / १६) । त्रिज्यावर्गो त्रिव १ हीनो जातः त्रिव ५ं (त्रिव ५) मू · त्रि २ं त्रिव १ं त्रिव १६ / १६ । तुल्यखण्डकानां योगे जातम् । (त्रिव १० (त्रिव ५) मू · त्रि २ं / १६) । द्वाभ्यामपवर्तितं (त्रिव ५ (त्रिव ५) मू · त्रि १ं / ८) । अयं षट्त्रिंशदंशज्यावर्गो जातः । अथवा पूर्वानीताष्टादशभागज्या ((त्रिव ५)मू १ त्रि १ं / ४) । अनयोना त्रिज्या जाता द्विसप्तत्यं-

ज

शोत्क्रमज्या [(त्रिव ५) मू १ त्रि ५ / ४] इयं त्रिज्यागुणा अर्धिता जातः षट्त्रिंशदंशज्यावर्गः [(त्रिव ५) मू · त्रि १ त्रिव ५ / ८] अयमनन्तरानीतेन तुल्य एव। अत्र त्रिज्यावर्गपञ्चघातमूलं त्रिज्यागुणं तु त्रिज्यावर्गवर्गपञ्चघातमूलतुल्यं यतोऽस्य (त्रिव ५) मू · त्रि १ वर्गोऽयम्। त्रिवव ५ अतस्त्रिज्यावर्गवर्गपञ्चघातमूलं द्वितीयखण्डे त्रिज्यावर्गपञ्चघातरूपे शोध्यं तदष्टभक्तं तन्मूलं षट्त्रिंशदंशज्येति यथोक्तमुपपन्नम्।

अथाष्टादशभागज्यायाः [(त्रिव ५) मू १ त्रि १ / ४] वर्गो। द्विगुणस्त्रिज्याभक्तः फलं षट्त्रिंशदंशोत्क्रमज्या [त्रिव १० (त्रिव ५) मू · त्रि ४ त्रिव २ / त्रि १६] अनयोना त्रिज्या जाता चतुष्पञ्चाशदंशज्या [त्रिव १० (त्रिव ५) मू · त्रि ४ त्रिव २ त्रिव १६ / त्रि १६]। अथ तुल्यखण्डकानां योगे जातम् [त्रिव ४ (त्रिव ५) मू · त्रि ४ / त्रि १६]। इदं त्रिज्यया चतुर्भिश्चापवर्तितं [त्रि १ (त्रिव ५) मू १ / ४]। अस्याश्चतुष्पञ्चाशदंशज्याया अष्टादशभागज्या [त्रि १। त्रिव ५ मू १ / ४]। शोधिता शेषं [त्रि २ / ४]। द्वाभ्यामपवर्तितम्। [त्रि १ / २]। अतोऽष्टादशचतुष्पञ्चाशदंशज्ययोरन्तरं त्रिज्यार्धं तेनाष्टादशभागज्या त्रिज्यार्धयुता सती चतुष्पञ्चाशदंशज्या भवतीत्युपपन्नं गणितेनापीत्यलं विस्तरेण।

अथ चापयोर्गुणसमासवियोगौ त्रिज्यकादलगुणौ ज्यकयाप्तावित्यादिपद्यद्वये प्रकारान्तरेण वासना यथा।

प्रथमा द्विगुणचापकोटिज्या [प्रभुव २ त्रिव १ / त्रि १]। द्वितीया द्विगुणचापकोटिज्या [द्विभुव २ त्रिव १ / त्रि १]। अनयोरन्तरं भुजज्ययोर्वर्गान्तरतुल्यं त्रिज्यावर्गयोर्नाशात् [प्रभुव २ द्विभुव २ / त्रि १]। इदं त्रिज्यार्धगुणितं पुनस्त्रिज्यार्धेनापवर्तितं [प्रभुव २ द्विभुव २ / २]। इदं द्वाभ्यामपवर्तितं प्रभुव १ द्विभुव १। तदा चापज्य-

योर्वर्गान्तरमेव जातं तेन कोटिज्ययोरन्तरं त्रिज्यार्धगुणं तच्चापार्धभूतज्ययो-र्वर्गान्तरतुल्यमिति सिद्धम् । अथ चापज्ययोर्वर्गान्तरं तच्चापयोगज्याचापान्तर-ज्याघाततुल्यं तेन प्रकृते कोटिज्ययोरन्तरं त्रिज्यार्धगुणं तच्चापयोर्योगार्धज्या-न्तरार्धज्याघातसममिति सिद्धम् । चापार्धयोगान्तरयोः क्रमेण चापयोगार्ध-चापान्तरार्धाभ्यां तुल्यत्वात् । एवं द्विगुणचापकोटिज्ययोः $\frac{\text{प्रभुव २̇ त्रिव १}}{\text{त्रि १}}$ । $\frac{\text{द्विभुव २̇ त्रिव १}}{\text{त्रि १}}$ । योगः $\frac{\text{प्रभुव २̇ द्विभुव २̇ त्रिव २}}{\text{त्रि १}}$ । त्रिज्यार्धगुणितस्ततस्त्रिज्या-र्धेनापवर्तितः पुनर्द्वाभ्यामपवर्तितः प्रभुव १̇ द्विभुव १̇ त्रिव १ अत्र द्वितीयतृतीय-खण्डयोरन्तरे जातं प्रभुव १̇ द्विकोव १ इदं कोटिज्ययोर्द्विगुणचापज्ययोर्योगेन त्रिज्यार्धगुणेन तुल्यं जातं तत्रैकभुजज्याद्वितीयकोटिज्ययोर्वर्गान्तरं तु तच्चा-पान्तरकोटिज्यायोगकोटिज्याघातसमं प्रागुक्तं तेन कोटिज्ययोर्योगस्त्रिज्यार्ध-गुणः तच्चापयोरन्तरार्धकोटिज्यायोगार्धकोटिज्याघातसम इति सिद्धम् । अथ चापयोगार्धकोटिस्तु चापकोटियोगार्धतुल्या तथा चापान्तरार्धं चापकोट्यो-रन्तरार्धतुल्यं तेन चापकोट्योरन्तरार्धज्यायोगार्धज्याघातः चापकोटिजकोटि-ज्यातुल्ययोर्भुजज्ययोरन्तरेण त्रिज्यार्धगुणेन तुल्यो जातः । अर्थाच्चापयोगार्ध-कोटिज्याचापान्तरार्धज्याघातो भुजज्ययोरन्तरेण त्रिज्यार्धगुणेन तुल्य इति सिद्धम् । एवं चापकोट्योर्योगार्धकोटिस्तु चापयोगार्धतुल्या तथा चापकोट्यो-रन्तरार्धकोटिश्चापयोरन्तरार्धकोटितुल्या तेन चापकोट्योरन्तरार्धकोटिज्या-योगार्धकोटिज्याघातः पूर्वयुक्त्या चापकोटिजकोटिज्यातुल्ययोर्भुजज्ययोर्योगेन त्रिज्यार्धगुणेन तुल्यो जातः । अर्थाच्चापान्तरार्धकोटिज्याचापयोगार्धज्या-घातो भुजज्ययोर्योगेन त्रिज्यार्धगुणेन तुल्य इति सिद्धम् । चापकोट्योर-र्धीकृतयोः कल्पितचापयोस्तत्रैकज्यातदन्यकोटिज्यावर्गान्तरस्य कल्पितचाप-योगान्तरकोटिज्याघातेन समत्वात् । अत्रोदाहरणं यथा भुजांशोननवतिः कोटिः भु १ रू ९० एतदूना नवतिः कोटिकोटिः भु १ रू ९० रू ९० धनर्ण-योर्नाशे भुजांशा एव शिष्टाः । अतः कोटिकोटिज्या भुजज्यातुल्या भवति । एवं प्रथमद्वितीयभुजांशोननवतिमिते प्रथमद्वितीयकोटी प्र १̇ रू ९० । द्वि १̇ रू ९० अनयोर्योगा प्र १̇ द्वि १̇ रू १८० धं प्र $\frac{1̇}{2}$ द्वि $\frac{1̇}{2}$ रू ९० । भुजांशयोगार्धकोटि-तुल्यम् । एवं कोटियोगार्धेन प्र $\frac{1̇}{2}$ द्वि $\frac{1̇}{2}$ रू ९० । हीना नवतिः शेषम् । प्र $\frac{1}{2}$ द्वि $\frac{1}{2}$ । कोटियोगार्धकोटिर्भुजांशयोगार्धतुल्या । एवं भुजयोरन्तरार्धं प्र $\frac{1}{2}$ द्वि $\frac{1̇}{2}$ । कोट्यो प्र १̇ रू ९० । द्वि १̇ रू ९० रन्तरा प्र १̇ द्वि १ र्धंतुल्यं प्र $\frac{1̇}{2}$ द्वि $\frac{1}{2}$ । ज्ञेयमतः सर्वमुपपन्नम् ।

अथ मिथः कोटिज्यकागुणितभुजज्ययोस्त्रिज्याभक्तयोः फलयोर्वर्गान्तरं भुजज्ययोर्वर्गान्तरतुल्यमित्यत्र प्रकारान्तरेणोपपत्तिर्यथा । फले (प्रभु · द्विको १) / (त्रि १) । (द्विभु · प्रको १) / (त्रि १) । अनयोर्वर्गौ (प्रभुव · द्विकोव १) / (त्रिव १) । (द्विभुव · प्रकोव १) / (त्रिव १) । प्रथमद्वितीयभुजज्यावर्गोनत्रिज्यावर्गस्वरूपम् । द्विभुव १ त्रिव १ प्रथमभुजज्यावर्गगुणितमिति प्रथमफलवर्गः (प्रभुव · द्विभुव १ प्रभुव · त्रिव १) / (त्रिव १) । एवं प्रथमभुजज्यावर्गोनस्त्रिज्यावर्गः प्रभुव १ त्रिव १ द्वितीयभुजज्यावर्गगुणित इति द्वितीयफलवर्गः (प्रभुव · द्विभुव १ द्विभुव · त्रिव १) / (त्रिव १) । अथ प्रथमफलवर्गः शोध्य इति संशोध्यमानं स्वमृणत्वमेतीत्यादिना कृते तुल्ययोर्नाशे च शेषम् । (प्रभुव · त्रिव १ द्विभुव · त्रिव १) / (त्रिव १) । भाज्ये हरेण भक्ते संपन्नं प्रभुव १ द्विभुव १ भुजवर्गान्तरं फलयोर्वर्गान्तरसमं जातम् । एवं भुजज्यावर्गोनत्रिज्यावर्गा कोटिज्यावर्गौ प्रभुव १ त्रिव १ । द्विभुव १ त्रिव १ अनयोरन्तरे जातं प्रभुव १ द्विभुव १ अतो भुजज्ययोर्वर्गान्तरं कोटिज्ययोर्वर्गान्तरसमं वर्गान्तरं तु योगान्तरघातसमं तेन फलयोगान्तररूपयोश्चापयोगज्याचापान्तरज्ययोर्घातः फलवर्गान्तरेण भुजज्यावर्गान्तरेण समानो जातः । एतेन ।

अन्योन्यदोःकोटिगुणाहती ये
त्रिज्योद्धृते तत्फलयोस्तथैव ।
कोटिज्ययोर्दोर्ज्यकयोस्तु वर्गा-
न्तरं तु यत् तत् सममेव बोध्यम् ॥
तच्चापयुत्यन्तरदोर्लवैक-
ज्याप्तं द्वितीया नियमाज्ज्यका स्यात् ।

इति तत्त्वविवेकोक्तमुपपन्नम् । अथ भुजज्ययोः कोटिज्ययोर्घाते त्रिज्याभक्ते जाते फले (प्रभु · द्विभु १) / (त्रि १) | (प्रको · द्विको १) / (त्रि १) । अनयोर्वर्गौ (प्रभुव · द्विभुव १) / (त्रिव १) । (प्रकोव · द्विकोव १) / (त्रिव १) । प्रथमे वर्गे द्वितीयकोटिज्यावर्गोनत्रिज्यावर्गः द्विकोव १

त्रिव १ प्रथमभुजज्यावर्गगुणित इति स्वरूपम् । प्रभुव · द्विकोव १ प्रभुव · त्रिव १
त्रिव १

एवं द्वितीयवर्गे प्रथमभुजज्यावर्गोनत्रिज्यावर्गो प्रभुव १ त्रिव १ हि द्वितीय-

कोटिज्यावर्गगुणित इति स्वरूपम् । प्रभुव · द्विकोव १ द्विकोव · त्रिव १
त्रिव १ । अत्र

द्वितीयफलवर्गे प्रथमफलवर्गशोधनादवशिष्टम् । प्रभुव · त्रिव १ द्विकोव १ त्रिव १
त्रिव १ ।

भाज्ये हरभक्ते जातं प्रभुव १ द्विकोव १ तदा फलवर्गान्तरं प्रथमभुजज्याद्वितीयकोटिज्यावर्गान्तरतुल्यं जातं फलयोगो हि चापान्तरकोटिज्याफलान्तरं चापयोगकोटिज्या तयोर्घातः प्रथमभुजज्याद्वितीयकोटिज्यावर्गान्तरेण समानो वा द्वितीयभुजज्याप्रथमकोटिज्यावर्गान्तरेण सम इति सिद्धं प्राग्वदेव ।

ज्याकृतिः प्रथमवर्गविहीना
पृष्ठखण्डविहृताग्रिमखण्डम् ।
एवमाद्ययुगखण्डवशात् स्युः
खण्डकानि निखिलानि निजानि ॥

इष्टज्यायाः प्रथमज्यया योगान्तरभावनया इष्टाग्रिमपृष्ठज्ये चापयोगान्तरज्यास्वरूपे भवतस्तयोर्घातः प्रथमखण्डेष्टज्यावर्गान्तरतुल्य इदं पृष्ठज्यया भक्तं तदग्रिमज्या स्यादेव । एवं प्रथमद्वितीयखण्डाभ्यां ज्ञाताभ्यामन्यानि सर्वखण्डकानि स्युः । यथा द्वितीयखण्डवर्गः प्रथमखण्डवर्गहीनः प्रथमखण्डभक्तस्तृतीयखण्डं स्यात् । तृतीयखण्डवर्गः प्रथमखण्डवर्गहीनः द्वितीयखण्डभक्तश्चतुर्थखण्डं स्यात् । चतुर्थखण्डवर्गःप्रथमखण्डवर्गहीनस्तृतीयखण्डभक्तः पञ्चमखण्डं स्यात् । एवं नवतिमितानि वा चतुर्विंशतिमितानि वा त्रिंशन्मितानि वा ज्याखण्डकानि निजेप्सितानि सिध्यन्ति ।

इष्टज्यका प्रथमखण्डभवोत्क्रमज्या-
निघ्नी हृता त्रिभगुणस्य दलेन लब्धम् ।
पिण्डान्तरे विरहितं सहितं निजायां
ज्यायां भवेदिह निजाग्रिमशिञ्जिनी सा ॥

इष्टज्या प्रथमखण्डोत्क्रमज्यया गुणिता त्रिज्यार्धभक्ता फलं खण्डान्तरान्तरमिदमिष्टज्यापृष्ठज्यान्तरे हीनं तदा इष्टज्याग्रिमज्यान्तरं स्यादत इदमिष्टज्यायुतं तदग्रिमज्या स्यात् ।

अत्रोपपत्तिः । पृष्ठज्येष्टज्या पृ १ इ १ इदमिष्टज्योनाग्रिमज्यया इ १ अ १ हीनं पृ १ इ २ अ १ तदा पृष्ठज्याग्रिमज्यायोगो द्विगुणायाइष्टज्यायाः शोध्यः पिण्डान्तरान्तरं जातं तत्रेष्टज्यायाः प्रथमज्ययान्तरयोगभावनाभ्यां तत्पृष्ठज्या $\frac{\text{प्रभु} \cdot \text{इको १ इभु} \cdot \text{प्रको १}}{\text{त्रि १}}$ । तदग्रिमज्या $\frac{\text{प्रभु} \cdot \text{इको १ इभु} \cdot \text{प्रको १}}{\text{त्रि १}}$ । अनयोर्योगः $\frac{\text{इभु} \cdot \text{प्रको २}}{\text{त्रि १}}$ । अत्र प्रथमकोटिज्या द्विगुणयेष्टज्यया गुणिता त्रिज्याभक्ता जाता पृष्ठाग्रिमज्यायोगरूपा । इयं द्विगुणायामिष्टज्यायां इ २ शोधिता शेषं $\frac{\text{इभु} \cdot \text{प्रको २ इभुत्रि २}}{\text{त्रि १}}$ । अत्र भाज्ये द्विगुणेष्टज्यागुणितयोः प्रथमकोटिज्यात्रिज्ययोरन्तरमस्ति तत्र लाघवार्थं प्रथमकोटिज्योनत्रिज्यामितं प्रथमखण्डोत्क्रमज्यारूपं द्विगुणेष्टज्यया गुणितमिति सिद्धम् । $\frac{\text{प्र उ इभु २}}{\text{त्रि १}}$ । द्वाभ्यामपवर्तितं $\frac{\text{प्रउ} \cdot \text{इभु १}}{\text{त्रिज्यार्धम्}}$ ।

अतः प्रथमखण्डोत्क्रमज्येष्टज्याघातस्त्रिज्यार्धभक्तः फलं पिण्डान्तरान्तरं पृ १ इ २ अ १ इदं पिण्डान्तरे पृ १ इ १ हीनं जातं इ १ अ १ इदमिष्टज्यया युतं अ १ तदग्रिमज्या भवतीति सिद्धम् ।

अथान्यथोच्यते । (३२ क्षेत्रं द्रष्टव्यम् ।) वृत्ते इष्टज्या गटरेखा तत्पृष्ठज्या कखरेखा अग्रिमज्या वसरेखा तयोरन्तरार्धं लररेखा तया युता रसरेखा जाता लसरेखा सा तु पृष्ठज्याग्रिमज्यायोगार्धतुल्या सर्वत्रान्तरार्धयुतलघुराशेर्बृहद्राशिसमत्वात् । अथेष्टज्यातुल्यायां मसरेखायां लसरेखा शोधिता शेषं मलरेखा पिण्डान्तरान्तरार्धरूपा । एतत्तुल्यैव गनरेखास्ति । अथ खण्डान्तरचापं द्विगुणं कवचापं तदर्धं त्रिज्या गजरेखा । अतः प्रथमपिण्डोत्क्रमज्या गहरेखा सा कर्णः गनरेखा भुजः नहं कोटिरिति लघुजात्यं तथा गजं त्रिज्या कर्णः गटमिष्टज्या भुजः टजं कोटिरिति बृहज्जात्यमेते सजातीये अतस्त्रिज्याकर्णे इष्टज्या भुजस्तदा प्रथमखण्डोत्क्रमज्याकर्णे क इति लब्धा गनरेखा । इयं पिण्डान्तरान्तरार्धतुल्या ततो द्विगुणा सती पिण्डान्तरान्तरतुल्या $\frac{\text{प्र उ} \cdot \text{इभु २}}{\text{त्रि १}}$ । अतः प्राग्वदुक्तक्रियोपपन्ना भवति । अत्र कवजात्ये कर्णार्धे हचिह्नाल्लम्बः हलरेखा । इयं वररेखाया अर्धं करोति । तत्रोपपत्तिरपि पूर्वमुक्तास्ति तेन वल,लररेखे तुल्ये वररेखा तु पृष्ठज्याग्रिमज्यान्तरं तदर्धं लररेखेति युक्तमेव ।

अथानया रीत्या सूर्यसिद्धान्तोक्तस्य ।

राशिलिप्राष्टमो भागः प्रथमं ज्यार्धमुच्यते ।
तत्तद्विभक्तलब्धोनमिश्रितं तद्द्वितीयकम् ॥
आद्येनैवं क्रमात् पिण्डान् भक्त्वा लब्धोनसंयुताः ।
चतुर्विंशतिसंख्याका ज्यार्धपिण्डाः क्रमादमी ॥

इत्यस्योपपत्तिः सुबोधा। तथाहि वसुगुणयुगगुणमितायां त्रिज्यायां चतुर्विंशतिखण्डकाः कृतास्तत्र प्रथमपिण्डस्योत्क्रमज्या ७।२७।३२ द्विगुणा १४।५५ इष्टज्याया गुणकोऽयं हरश्च त्रिज्यामितः ३४३८ गुणहरौ गुणेनापवर्तितौ तदा गुणे रूपं हरस्थाने खगुणाश्विनः २३० अत्र भगवता स्वल्पान्तरात् प्रथमज्यापिण्डतुल्यो गृहीतः २२५ अनेन इष्टज्यायां भक्तायां फलं ज्यापिण्डान्तरान्तरमिदं पृष्ठज्येनेष्टज्यायां शोध्यं तत इष्टज्यायां युतमग्रिमज्या भवति। इयमुपपत्तिः श्रीबापूदेवदैवज्ञैर्कृतास्ति सैव समीचीना। अत्र सार्वभौमटीकायां मुनीश्वरेण तत्पित्रा गूढार्थप्रकाशके सूर्यसिद्धान्तटीकायां तथा तत्त्वविवेककारेण तत्पित्रा चानुपातेन वासना प्रतिपादिता सा न रमणीयेति तेषां भ्रान्तिरेव प्रतीयते ।

पूर्वप्रतिपादितोपपत्त्या तु सर्वत्र ज्यानयनं संभवति । यथा सिद्धान्तसार्वभौमे प्रत्यंशानां जीवाः साधिता एकनवेन्दुत्रिज्यायामेवं षष्टित्रिज्यायां प्रत्यंशज्यास्तत्त्वविवेककारेण साधितास्तत्राप्येकांशकोटिज्योना त्रिज्यैकांशोत्क्रमज्या तया द्विगुणया त्रिज्या भाज्या फलमिष्टज्याया हरः स्यादिति प्रतीतिरुत्पाद्या ।

रसाग्नयो ३६ हस्तनगा ७२ द्विधास्थाः
स्वेष्टांशहीनाः सहिताश्च तच ।
ययोर्ययोरष्टदशघ्नमैक्यं १०८
तदंशजीवायुतिजान्तरं स्यात् ॥

इष्टांशकानां गुण एवमब्धि-
शराः ५४ स्वभागेन विहीनयुक्ताः ।
तदंशजीवायुतिरत्र नाग
भू १८ संमितादिष्टलवोनयुक्तात् ॥

शेषांशजीवाद्वितयैक्यहीना ।
स्वेष्टांशकोटिप्रभवो गुणः स्यात् ॥

एवं चतुःसंख्यक्रमैर्विक्राभिस्तदन्यजीवानयनं विधेयम् ।

अत्रोदाहरणम् । यथा दृष्टांशाः ४ रसाग्निषु ३६ हीनयुताः ३२। ४० द्विशैलेषु च ७२ हीनयुताः ६८। ७६ अत्रानयो ४०। ६८ स्तथानयो ३२। ७६ युतिस्तुल्याष्टोत्तरशतमिता । अत एतन्मितांशयो ३२। ७६ र्ज्ये (३१।४७।४२ / ५८।१३।·३) । द्वयोर्योगेन ९०।०।४५ तथैतन्मितांशयो ४०।६८ र्ज्ये (३८।३४।२ / ५५।३७।५१) । योगो ९४।११।५३ हीनः शेषं चतुरंशानां जीवा ४।११।८। एवं सर्वत्र । अथच धृत्यंशा १८ दृष्टांशैः ४ हीनयुताः १४।२२। अनयोर्ज्या (१४।३०।५५ / २२।२८।३५) । योगः ३६।५९।३०। तथा युगशरा ५४ दृष्टांशैः ४ हीनयुताः ५०।५८ अनयोर्ज्या (४५।५७।४५ / ५०।५२।५८) । योगः ९६।५०।४३ अयं पूर्वयोगेन ३६।५९।३० हीनः शेषमिष्टांशानां ४ कोटिज्या ५९।५१।१३ अर्थात् षडशीतिभागज्या । एवं सर्वत्र । अत्र यद्युक्तांशेष्विष्टांशा न शुद्ध्यन्ति तदा विपरीतशोधनाच्छेषमृणगतं कल्प्यं तत्र शेषांशज्ययोरन्तरमेवकार्यं धनर्णयोरन्तरमेव योग इत्युक्तत्वात् । यथा दृष्टांशाः २२ उक्तवच्छेषे ४।४०। जीवे (४।११।७ / ३८।३४।२) । अन्तरं ३४।२२।५५ एवं पुनः शेषयोः ३२।७६ जीवे (३१।४७।४२ / ५८।१३।३) । योगः ९०।००।४५ अयं पूर्वकृतान्तरेण ३४।२२।५५ हीनः शेषं द्वाविंशत्यंशकोटिज्या ५५।३७।५० एवं स्वबुध्यैव यथासंभवं सर्वत्रोहनीयं तत्त्वविवेकोक्तप्रत्यंशज्यायां लिखितायामिदमुदाहरणं दर्शितमेवं सर्वत्रप्रत्यंशज्यापिण्डे क्रिया योजनीया ।

अत्रोपपत्तिर्यथा । द्विसप्ततिलवानामिष्टांशानां च योगभावनया जातेष्टांशयुक्तद्विसप्ततिभागज्या (इको ७२ भु १ इभु ७२ को १ / त्रि १) । एवमन्तरभावनयेष्टांशोनद्विसप्ततिभागानां ज्या (इको ७२ भु १ इभु ७२ को १ / त्रि १) । योगज्यायामन्तरज्या हीना शेषं इभु ७२ को २ एवमिष्टांशयुतोनषट्त्रिंशदंशज्ययोरन्तरे

शेषं इभु · ३६ को २ अस्य पूर्वानीतशेषस्य च इभु · ७२ को २ अन्तरे क्रियमाणे द्विगुणायाः षट्त्रिंशदंशकोटिज्याया द्विसप्ततिभागकोटिज्या द्विगुणा शोधितेष्टांशज्यागुणिता इति सिद्धं तत्र षट्त्रिंशदंशकोटिज्या तु चतुःपञ्चाशदंशज्या सा द्विगुणा सत्यष्टोत्तरशतांशपूर्णज्या जाता । एवं द्विसप्ततिभागकोटिज्याष्टादशभागज्या सा द्विगुणा षट्त्रिंशदंशपूर्णज्या । अनयोरन्तरं त्रिज्यातुल्यं षट्त्रिंशदंशपूर्णज्यात्रिज्यायोगस्याष्टोत्तरशतांशपूर्णज्यात्वेन पूर्वं प्रतिपादनात् ।

एवं त्रिज्येष्टांशज्यागुणेति शेषयोरन्तरं संपन्नम् । $\frac{\text{त्रि · इभु १}}{\text{त्रि १}}$ । अत्र त्रिज्यापवर्तनेन इभु १ जातेष्टांशज्यैव । अत्रेष्टांशोनयुतद्विसप्ततिभागज्ये क,खसंज्ञे तथेष्टांशोनयुतषट्त्रिंशदंशज्ये ग,घसंज्ञे योगज्यायाअन्तरज्या हीना शेषे ख १ क १̇ । घ १ ग १̇ द्वितीयशेषात् प्रथमशेषं शोधितं ख १̇ क १ घ १ ग १̇ इदमिष्टांशज्यास्वरूपं तेनेष्टांशयुतद्विसप्ततिभागज्याया इष्टांशोनषट्त्रिंशदंशज्यायाश्च योग ऋणम् । एवमिष्टांशोनद्विसप्ततिभागज्याया इष्टांशयुतषट्त्रिंशदंशज्यायाश्च योगो धनं धनर्णयोरन्तरमिष्टांशज्येत्युपपन्नं यथोक्तं प्रथमसूत्रमिति ।

अथेष्टांशानां युगशरांशानां च ५४ योगभावनया जाता ज्या $\frac{\text{इको · ५४ भु १ इभु · ५४ को १}}{\text{त्रि १}}$ एवमन्तरभावनया च $\frac{\text{इको · ५४ भु १ इभु · ५४ को १̇}}{\text{त्रि १}}$

द्वयोर्योगः $\frac{\text{इको · ५४ भु २}}{\text{त्रि १}}$ । अथेष्टांशयुतोनधृतिभागज्ये

$\frac{\text{इको · १८ भु १ इभु · १८ को १}}{\text{त्रि १}}$ | $\frac{\text{इको · १८ भु १ इभु · १८ को १̇}}{\text{त्रि १}}$ । द्वयोर्योगः

$\frac{\text{इको · १८ भु २}}{\text{त्रि १}}$ । अत्र योगयोरन्तरे क्रियमाणे युगशरलवज्याया द्विगुणाया धृतिलवज्याया द्विगुणायाश्चान्तरं त्रिज्यामितमिष्टांशकोटिज्यागुणितमिति जातम् । $\frac{\text{त्रि · इको १}}{\text{त्रि १}}$ । अत्र त्रिज्यापवर्त्तनेनेष्टांशकोटिज्यैवेति द्वितीयसूत्रं चोपपन्नमिति ।

अथेष्टज्यातदग्रिमज्ययोरन्तरस्य भोग्यखण्डरूपस्य साधनमुच्यते ।

प्रथमविपरीतज्यास्वीयज्यकाहतिरुद्धृता
प्रथमगुणसंनिघ्नी कोटेर्गुणोन्मितिरुद्धृता ।

भक्त

परमगुणमानैः स्यात् तज्ज्यान्तरं खलु भोग्यकं
भवति निजमौर्वीसंयुक्तं तदग्रिमशिञ्जिनी ॥

अत्रेष्टज्याकोटिज्ययोः प्रथमपिण्डज्याकोटिज्याभ्यां भावनार्थं न्यासः
$\frac{\text{इज्या १ प्रज्या १}}{\text{इको १ प्रको १}}$ । उक्तवज्जाता अग्रिमज्या $\frac{\text{इज्या · प्रको १ इको · प्रज्या १}}{\text{त्रि १}}$ । इय-मिष्टचापस्य प्रथमपिण्डचापस्य च योगज्या सिद्धा सैवाग्रिमज्या । अस्या इष्टज्या शोधिता शेषं भोग्यखण्डम् । $\frac{\text{त्रि · इज्या १̇ इज्या · प्रको १ इको · प्रज्या १}}{\text{त्रि १}}$ । अत्र प्रथमद्वितीयखण्डे इष्टज्यागुणितयोस्त्रिज्याप्रथमपिण्डकोटिज्ययोरन्तरमस्ति । तत्र समगुणकत्वाल्लाघवार्थं प्रथमपिण्डकोटिज्योनत्रिज्यारूपं प्रथमपिण्डोत्क्रमज्यातुल्यमिष्टज्यागुणितमितिसिद्धम् $\frac{\text{प्रउ · इज्या १̇ इको · प्रज्या १}}{\text{त्रि १}}$ । अत्रेष्टज्या प्रथमोत्क्रमज्यागुणा त्रिज्याभक्ता प्रथमफलमृणं तथेष्टकोटिज्या प्रथमज्यागुणा त्रिज्याभक्ता फलं द्वितीयं धनं तयोरन्तरं भोग्यखण्डं सिद्धमिदमिष्टज्यायां युतमग्रिमज्या भवत्येव ।

अत्र भास्कराचार्यैस्तात्कालिकभोग्यखण्डमुक्तं तच्चेष्टकोटिज्यया प्रथमचापमानगुणया त्रिज्याहृतया च तुल्यं तत्स्वरूपावगमाय वृत्तं दिगङ्कितं कृत्वा तत्रेष्टज्या कखरेखा तत्कोटिज्या खगरेखा तया कर्णः कगमित इति बृहज्जात्यम् । (३३ क्षेत्रं द्र·) अथ कटचापं प्रथमपिण्डचापतुल्यं तदा टपरेखैवाग्रिमज्या । अस्या इष्टज्याया अन्तरं टफरेखातुल्यं भोग्यखण्डं जातम् । अथ कचिन्हात् कटचापतुल्या ऋज्वी कचरेखा वृत्तसंपातरेखास्वरूपा कृता सा कगरेखोपरि लम्बरूपा रेखागणिततृतीयाध्यायक्षेत्रेण सिद्धास्ति तेन चकगकोणः समकोणस्तस्मात् गकभकोणः शोधितः शेषं भकचकोणः । एवं भकखसमकोणात् गकभकोणः शोधितः शेषं गकखकोणः । एतेन भकच गकखकोणौ तुल्यौ जातौ तदा कजरेखा भुजः चजरेखा कोटिः कचं कर्ण इति लघुजात्यं बृहज्जात्यसजातीयं कोणत्रयसाम्यात् । अतो गकत्रिज्याकर्णे कोटिज्या खगं कोटिस्तदा चककर्णे प्रथमपिण्डचापतुल्ये केति चजरेखा । इयं भास्करोक्तस्फुटभोग्यखण्डस्वरूपा सिद्धा कुत्रचित् स्थलेऽनुपयुक्तेति ज्यायाः प्रतिप्रदेशेऽन्तरवैलक्षण्यादिष्टप्रदेशे स्फुटभोग्यखण्डस्यैव ज्यान्तररूपत्वादित्यलं पल्लवितेन ।

एवंप्रकारैर्विविधैर्बुधानां
प्रत्यंशजज्यानयनं सुबोधम् ।
खखाब्धिबाणप्रमलिप्तिकानां
ज्यासाधनं वा कुशलेन कार्यम् ॥
प्रसाधितास्ता यवनैः स्वशास्त्रे
प्रत्यंशजाता लिखिता मया तु ।
अतश्च तत्कार्मुकजा प्रभा स्यात्
तत्कोटिभा प्रोक्तवदेव साध्या ॥

अं·	प्रत्यंशजीवाः		अं·	प्रत्यंशच्छायाः	
०	० । ० । ० । ०	९०	०	० । ० । ० । ०	९०
१	६० । ० । ४ । ५२	८९	१	६० । ० । ३८ । १७	८९
२	११९ । ५९ । ४ । ८	८८	२	१२० । ३ । २७ । ४५	८८
३	१७९ । ५५ । ५८ । १२	८७	३	१८० । १० । ४० । ५२	८७
४	२३९ । ४९ । २२ । १५	८६	४	२४० । २४ । ३० । १	८६
५	२९९ । ३८ । २८ । ४०	८५	५	३०० । ४७ । १० । ९	८५
६	३५९ । २२ । ८ । २०	८४	६	३६१ । २० । ५३ । ४०	८४
७	४१८ । ५९ । ११ । ५७	८३	७	४२२ । ८ । ० । २६	८३
८	४७८ । २८ । ३७ । ३७	८२	८	४८३ । १० । ३९ । ११	८२
९	५३७ । ४९ । १८ । ३१	८१	९	५४४ । ३१ । ३२ । ३	८१
१०	५९७ । ० । ९ । २	८०	१०	६०६ । १२ । ४४ । १	८०
११	६५६ । ० । ४ । ५०	७९	११	६६८ । १६ । ४६ । ६	७९
१२	७१४ । ४८ । १ । ३२	७८	१२	७३० । ४६ । १० । ३२	७८
१३	७७३ । २२ । ५४ । ४६	७७	१३	७९३ । ४३ । २९ । ३२	७७
१४	८३१ । ४३ । ३८ । ५८	७६	१४	८५७ । ११ । २२ । ४७	७६
१५	८८९ । ४९ । ११ । ०	७५	१५	९२१ । १२ । ३३ । ४०	७५
१६	९४७ । ३८ । २८ । ५८	७४	१६	९८५ । ४९ । ५० । २८	७४
१७	१००५ । १० । २६ । ३	७३	१७	१०५१ । ६ । ७ । ४४	७३
	एता एव व्यत्ययेन प्रत्यंशकोटिजीवाः	अं·		एता एव व्यत्ययेन प्रत्यंशकोटिच्छायाः	अं·

अं·	प्रत्यंशजीवाः				
१८	१०६२	२४	१	३६	७२
१९	११११९	१८	१२	३०	७१
२०	११७५	५१	५४	२२	७०
२१	१२३२	४	७	४९	६९
२२	१२८७	५३	५०	५८	६८
२३	१३४३	२०	०	४१	६७
२४	१३९८	२१	३७	३३	६६
२५	१४५२	५७	४२	११	६५
२६	१५०७	७	११	२६	६४
२७	१५६०	४९	९	३७	६३
२८	१६१४	२	३६	६	६२
२९	१६६६	४६	३१	२९	६१
३०	१७१९	०	०	०	६०
३१	१७७०	४२	३	३३	५९
३२	१८२१	५१	४५	१२	५८
३३	१८७२	२८	७	५९	५७
३४	१९२२	३०	१८	४१	५६
३५	१९७१	५७	२०	२३	५५
३६	२०२०	४८	२१	६	५४
३७	२०६९	२	२३	५४	५३
३८	२११६	३८	३९	१५	५२
३९	२१६३	३६	१२	४४	५१
४०	२२०९	५४	१३	३४	५०
४१	२२५५	३१	५१	२	४९
४२	२३००	२८	१५	३७	४८
४३	२३४४	४२	३७	४८	४७
४४	२३८८	१४	८	५	४६
	एता एव व्यत्ययेन प्रत्यंशकोटिजीवाः				अं·

अं·	प्रत्यंशच्छायाः				
१८	१११७	४	२६	९	७२
१९	११८३	४७	५३	५०	७१
२०	१२५१	१९	४६	२२	७०
२१	१३१९	४३	२७	५७	६९
२२	१३८९	२	३१	२८	६८
२३	१४५९	२०	३९	४२	६७
२४	१५३०	४१	४६	३४	६६
२५	१६०३	९	५७	८	६५
२६	१६७६	४९	२८	५१	६४
२७	१७५१	४४	५३	५८	६३
२८	१८२८	१	०	५४	६२
२९	१९०५	४२	५२	५२	६१
३०	१९८४	५५	४९	१२	६०
३१	२०६५	४५	३१	२८	५९
३२	२१४८	१८	३	३५	५८
३३	२२३२	३९	४७	५९	५७
३४	२३१८	५७	३६	४८	५६
३५	२४०७	१८	४८	११	५५
३६	२४९७	५१	११	१२	५४
३७	२५९०	४३	८	२३	५३
३८	२६८६	३	३५	३७	५२
३९	२७८४	२	१४	३७	५१
४०	२८८४	४९	२७	५६	५०
४१	२९८८	३६	२७	३८	४९
४२	३०९५	३५	२०	१४	४८
४३	३२०५	५९	१२	५३	४७
४४	३३२०	२	१७	८	४६
	एता एव व्यत्ययेन प्रत्यंशकोटिच्छायाः				अं·

अं·	प्रत्यंशजीवाः				
४५	२४३१	१	५९	२६	४५
४६	२४७३	५	२४	५०	४४
४७	२५१४	२३	३८	२८	४३
४८	२५५४	५५	५४	३४	४२
४९	२५९४	४१	२९	४७	४१
५०	२६३३	३९	३८	२०	४०
५१	२६७१	४९	४०	३७	३९
५२	२७०९	१०	५२	४	३८
५३	२७४५	४२	३१	५१	३७
५४	२७८१	२४	१	३६	३६
५५	२८१६	१४	४०	२८	३५
५६	२८५०	१३	५२	३४	३४
५७	२८८३	२०	५८	१७	३३
५८	२९१५	३५	२१	४३	३२
५९	२९४६	५६	२८	१४	३१
६०	२९७७	२३	४३	१०	३०
६१	३००६	५६	३३	६	२९
६२	३०३५	३४	२५	५१	२८
६३	३०६३	१६	४९	१५	२७
६४	३०९०	३	१३	३५	२६
६५	३११५	५३	१०	२३	२५
६६	३१४०	४६	९	५७	२४
६७	३१६४	४१	४५	३	२३
६८	३१८७	३९	२९	४२	२२
६९	३२०९	३८	५७	५४	२१
७०	३२३०	३९	४७	२२	२०
७१	३२५०	४१	३४	३७	१९
७२	३२६९	४३	५६	५	१८
	एता एत्र व्यत्ययेन प्रत्यंशकोटिजीवाः				अं·

अं·	प्रत्यंशच्छायाः				
४५	३४३८	०	०	०	४५
४६	३५६०	९	११	२५	४४
४७	३६८६	४८	१२	५६	४३
४८	३८१८	१७	८	४७	४२
४९	३९५४	५७	५९	३७	४१
५०	४०९७	१४	५५	५७	४०
५१	४२४५	३४	३५	४०	३९
५२	४४००	२६	२२	२६	३८
५३	४५६२	२२	४८	५	३७
५४	४७३२	०	३	३०	३६
५५	४९०९	५८	२२	१०	३५
५६	५०९७	५	२१	५३	३४
५७	५२९४	३	२१	८	३३
५८	५५०१	५७	०	२	३२
५९	५७२१	४७	३४	३१	३१
६०	५९५४	४७	२६	२०	३०
६१	६२०२	१८	५८	४८	२९
६२	६४६५	५६	१५	४५	२८
६३	६७४७	२७	१७	३८	२७
६४	७०४८	५६	४०	४	२६
६५	७३७२	४८	५०	३१	२५
६६	७७२१	५२	२८	१६	२४
६७	८०९९	२५	१३	५९	२३
६८	८५०९	२०	५५	३३	२२
६९	८९५६	१७	४६	४६	२१
७०	९४४५	४९	३८	१७	२०
७१	९९८४	४०	३७	२८	१९
७२	१०५८१	४	३३	९	१८
	एता एव व्यत्ययेन प्रत्यंशकोटिच्छायाः				अं·

अं॰	प्रत्यंशजीवा					अं॰	प्रत्यंशच्छायाः				
७३	३२८७	४६	३३	१५	१७	७३	११८४५	११	२८	२८	१७
७४	३३०४	४९	३	४९	१६	७४	११९८९	४३	५०	३३	१६
७५	३३२०	५१	१०	२६	१५	७५	१२८३०	४७	२६	२०	१५
७६	३३३५	५२	३५	४९	१४	७६	१३७८९	३	५३	३	१४
७७	३३४९	५३	३	५१	१३	७७	१४८९१	३६	५०	५५	१३
७८	३३६२	५२	१७	१३	१२	७८	१६१७४	३१	५	४९	१२
७९	३३७४	५०	३	३२	११	७९	१७६८६	५८	३५	५७	११
८०	३३८५	४६	९	१०	१०	८०	१९४९७	५२	०	३५	१०
८१	३३९५	४०	२०	३३	९	८१	२१७०६	४०	३९	३४	९
८२	३४०४	३२	३०	१३	८	८२	२४४६२	३८	२७	४२	८
८३	३४१२	२२	२५	४८	७	८३	२८०००	१५	४६	३१	७
८४	३४१९	९	५८	३९	६	८४	३२७१०	२३	६	३३	६
८५	३४२४	५५	२	३४	५	८५	३९२९६	३१	७	३६	५
८६	३४२९	३७	३१	२१	४	८६	४९१६५	४१	२२	५७	४
८७	३४३३	१७	१७	३६	३	८७	६५६००	५६	५६	२५	३
८८	३४३५	५४	२०	३	२	८८	९८४५१	२६	१६	८	२
८९	३४३७	२८	३५	०	१	८९	१९६९६२	५५	२५	२६	१
९०	३४३८	०	०	०	०	९०	अनन्तमानम्				०
	एता एव व्यत्ययेन प्रत्यंशकोटिजीवाः				अं॰		एता एव व्यत्ययेन प्रत्यंशकोटिच्छायाः				अं॰

अथेष्टांशानां ज्यानयनम् ।

भुजलवप्रमकोष्ठतलज्यका
पृथगितागतजान्तरसंगुणम् ।
खरसहृत् कलिकादिकमीरिता
फलयुताभिमता किल मौर्विका ॥

अथ ज्यातो भुजांशानयनम् ।

निजगुणात् प्रविशोध्य गुणं ततो-
ऽगतगतान्तरभाजितशेषकम् ।

खरससंगुणितं च कलादिकं
धनुरिदं परिशुद्धगुणांशयुक् ॥

अथ भुजांशतश्छायानयनं छायातो भुजांशानयनम् ।

यथा चापतः शिञ्जिनीसाधनं स्यात्
तथा चापतः स्पर्धिनीसाधनं च ।
यथा शिञ्जिनीतो धनुःसाधनं स्यात्
तथा स्पर्द्धिनीतोऽपि कोदण्डरीतिः ॥

कार्मुकप्रान्तयोरेकतः शिञ्जिनी
चान्यतः स्पर्द्धिनी ते समानान्तरे ।
शिञ्जिनीमण्डलान्तस्त्रिमौर्वीश्रुतौ
तद्बहिः स्पर्द्धिनी खण्डिनी कर्णके ॥

अथ छायाखण्डिनीसाधनं पूर्वमुक्तमपि प्रकारान्तरेण ।

ज्याचिज्ये चोत्क्रमज्याघ्न्यौ कोटिज्याप्ते फलान्विते ।
ज्याचिज्ये क्रमतश्छाया खण्डिनीरेखिकाथवा ॥

अथ छायातोज्यानयनम् ।

त्रिगुणवर्गयुता द्युतिजा कृतिः
पदमिह श्रुतिरीरितखण्डिनी ।
अथ यदि त्रिगुणेन हता द्युतिः
श्रुतिहृता हि तदा निजशिञ्जिनी ॥

अथ प्रसिद्धशङ्कुच्छायाया नतांशच्छायात्वनिरूपणार्थं युक्तिः ।

कोटिर्नरो भा भुजरूपिणी सा
कर्णस्तदग्रद्वयबद्धसूत्रम् ।
नराग्रकेन्द्रान्नरमूललग्नं
वृत्तं कृतं शङ्कुमितेन तस्मिन् ॥

नृमूलकर्णान्तरचापजा भा
तत्खण्डिनी तु श्रुतिरूपिणी स्यात् ।

नतांशका अन्तरचापतुल्या
अतो नतज्या निजशङ्कुनिघ्नी ॥
नतांशकोटिज्यकया विभक्ता
नतांशभैवं भवतीति चिन्त्यम् ।
सर्वत्र विज्ञाः प्रवदन्ति तस्मा-
द्भासाधनं चापभवं सुयुक्तम् ॥

अत्र ज्योत्पत्तौ चतुर्विंशतिर्ज्यार्धानि पूर्वाचार्यैः साधितानि तच्चमत्कारकारकं विष्णुदैवज्ञोक्तं पद्यं यथा ।

आचार्यैस्त्रिगुणादमी परगुणाः सर्वेऽपि संसाधिताः
प्राधान्यादिह तर्ककर्कशगिरा प्रायश्चतुर्विंशतिः ।
तत् कुत्रापि निजाकृतिप्रकृतितः सद्वासनाऽभ्यासतः
सद्बीजाक्षरमालिकाजपवशात् प्रायस्तदत्यद्भुतम् ॥

इदं ज्योतिःपक्षेऽन्यपक्षेऽपि घटते ॥ तथाहि । त्रिगुणात् त्रिज्यातः परे गुणा अन्या ज्याः साधिताः । अन्यत्र तु सत्वरजस्तमोभिधगुणादन्ये गुणा भवन्तीति गौतमादिभिः संसाधिताः सिद्धान्तीकृता इत्यर्थः ॥ अत्र प्राधान्याच्चतुर्विंशतिर्ज्यार्धानि । अन्यपक्षे चतुर्विंशतिर्गुणा न्यायशास्त्रे प्रसिद्धाः । ते च यथा ।

अथो चतुर्विंशतिसंख्ययोक्ता
गुणा अमी रूपरसौ च गन्धः ।
स्पर्शोऽथ संख्या परिमाणनामा
पृथक्त्वसंयोगविभागसंज्ञाः ॥
परत्वापरत्वे गुरुत्वद्रवत्वे
ततः स्नेहसंस्कारधर्मा अधर्मः ।
अथो शब्दबुद्धी सुखं दुःखमिच्छा
तथा द्वेषयत्नाभिधाना अपीति ॥

अथवा परा गुणा येषु ते परगुणाः परगुणविशिष्टाश्चतुर्विंशतितत्वानि तानि यथा । शब्दस्पर्शरूपरसगन्धाः ५ नभोवायुतेजोजलोर्व्यः ५ श्रोत्रं त्वक्

चक्षुर्जिह्वा नासिका इति ज्ञानेन्द्रियाणि ५ वाक्पाणिपादगुदमेढ्राणीति कर्मेन्द्रियाणि ५ एवं विंशतिः २० अथोभयात्मकं मनः २१ अहंकारः २२ महत् २३ प्रकृतिः २४ इति सांख्यशास्त्रे प्रसिद्धानि ॥ अथैते परगुणाः कथं ज्ञेया इत्यत आह । निजाकृतिप्रकृतितः । आकृतिराकारः प्रकृतिः स्वभावः ततो यथा त्रिभज्यकार्धं खगुणांशजीवेत्यादि । अन्यत्र निजाकृतिः पुरुषः प्रकृतिः प्रसिद्धा ताभ्यां तत्त्वोत्पत्तिर्वा गुणोत्पत्तिरिति भावः । सद्वासनायाः सदुपपत्तेरभ्यासतः । अन्यत्र सतो ब्रह्मणो वासना तस्या अभ्यासतः । अथ बीजगणिताक्षरमालिका यावत्तावदादिरूपा तस्या जपवशात् वारंवारमुच्चारणवशादित्यर्थः । अन्यत्र तु सद्बीजं सन्मन्त्रस्तस्याक्षरमालाजपवशादित्यर्थः । एवं तज्ज्योतिर्ब्रह्म वा अत्यद्भुतं दुर्ज्ञेयमिति भावः ॥

ज्यकाकोटिजीवाप्रभाकोटिभाद्याः
परत्रिज्यकासंगुणाः स्वत्रिमौर्व्या ।
विभक्ताः परत्रिज्यकायां भवेयुः
परे वा निजे कार्मुके नैव भेदः ॥
गोलप्रकाशे सा पूर्णा गुणोत्पत्तिप्रकारता ।
यदभ्यासेन बालानां गुणोत्पत्तिप्रचारता ॥

॥ इति गोलप्रकाशे ज्योत्पत्तिः ॥

अ

॥ अथ गोलप्रकाशे त्रिकोणमितिः ॥

॥ श्रीगणेशाय नमः ॥

क्षमाकरं माकरलालितांघ्रिं
क्षमाकरंमाकरलालितास्यम् ।
नागे शयानं विहगेशयानं
भवासुदेवं भज वासुदेवम् ॥ १ ॥
नीलाम्बरो मैथिलभूसुरोऽहं
त्रिकोणजातं गणितं प्रवक्ष्ये ।
यज्ज्ञानतो भूजलखस्थितानां
पदार्थकानां विदितं प्रमाणम् ॥ २ ॥

त्रिभुजे भुजद्वययोगबिन्दोरिष्टव्यासार्धेन वृत्तं भांशांकितं कृत्वा तत्र भुजद्वयान्तरगतचापसंबन्धिभागा एव तत्कोणमानं ज्ञेयमेवं त्रिभुजे त्रयः कोणास्त्रयो भुजाश्चेति षट् पदार्थाः सन्ति । तत्र भुजयोर्या निष्पत्तिः सैव तत्संमुखकोणज्ययोरपि निष्पत्तिस्तथाचोक्तम् ।

कोणसंमुखबाहूनां निष्पत्तिर्गदिता यदा ।
तत्कोणजीवयोश्चापि निष्पत्तिर्विदिता भवेदिति ॥

अत्र कोणसंबन्धिचापांशानां ज्या कोणज्या ज्ञेया ।

अथोपपत्तिः । (३४ क्षेत्रं द्रष्टव्यम्) कखगत्रिभुजे गक,खकभुजौ तथा वर्धनीयौ यथा गहरेखाखतरेखे तुल्ये भवतः । एवं खगभुज उभयदिशि वर्धनीयो यथा गद,खवरेखे तुल्ये गहरेखासमाने भवतः । अथ गकेन्द्रात् गहत्रिज्यया हदचापं तथा खकेन्द्रात् खतत्रिज्यया तवचापं कार्यं दवरेखायां हभ,तघलम्बौ कार्यौ । एतौ क्रमेण गकोण,खकोणयोर्ज्ये ज्ञेये ततः खगभुजे कललम्बः कार्यः । अत्र कलगत्रिभुजं हभगत्रिभुजसजातीयं द्वयोर्जात्यत्वेनत्र्यस्त्वाद्गकोणस्योभयत्र निष्ठत्वेन कोणत्रयसाम्यदर्शनात् । अतः हभरेखया कलरेखाया या निष्पत्तिः सैव गहकर्णेन कगकर्णस्य निष्पत्तिः । एवं कलखजा-

त्यं तघखजात्यसजातीयं खकोणैक्यत्वात् । अत्र कल,तघरेखयोर्या निष्पत्तिः सैव कख,तखरेखयोरपि निष्पत्तिः । तत्र तखरेखास्थले गहरेखा स्थापिता तुल्यत्वात् । न्यासः । $\left\{\begin{matrix}\text{हक्षः कल}=\text{गहः कग}\\ \text{कलः तघ}=\text{कखः गह}\end{matrix}\right\}$ हक्ष,कगघातः कल,गहघात-तुल्यः पुनः तघ,कखघातः कल,गहघाततुल्यस्तदा हक्ष,कगघातः तघ,कखघाततुल्य इति सिद्धम् । न्यासः । हक्ष·कग=तघ·कख । अत्र हक्षरेखया तघरेखाया या निष्पत्तिः सैव कखरेखया कगरेखाया निष्पत्तिः सिद्धा । हक्षः तघ=कखः कग, प्रथमचतुर्थघातस्य द्वितीयतृतीयघाततुल्यस्य पूर्वोक्तस्वरूपतुल्यत्वात् । एतेन कोणज्ययोर्या निष्पत्तिः सैव तत्संमुखभुजयोरपि निष्पत्तिः सिद्धा । इयमुपपत्तिर्जगन्नाथेन यवनग्रन्थादुक्तास्ति ।

अथान्यथोच्यते । (३५ क्षेत्रं द्र·) जात्यक्षेत्रे कोटिस्त्रिज्यागुणा कर्णभक्ता कोटिसंमुखकोणज्या वक्ष्यमाणरीत्या संपन्ना भवति तत्र कखगत्रिभुजे कललम्बः कृतस्तदा कलखं, कलगं जात्यद्वयमुत्पन्नं तत्र लम्बस्त्रिज्यागुणः कखभुजभक्तः फलं खकोणज्या $\frac{\text{कल·त्रि १}}{\text{कख १}}$ । एवं लम्बस्त्रिज्यागुणः कगभक्तः फलं गकोणज्या $\frac{\text{कल·त्रि १}}{\text{कग १}}$ । गकोणज्यया खकोणज्या भक्ता तदा कलरेखात्रिज्याघातयोर्नाशे जातं फलं $\frac{\text{कग १}}{\text{कख १}}$ । कगभुजोऽत्र कखभक्त इति तेन कखभुजेन कगभुजस्य या निष्पत्तिः सैव गकोणज्यया खकोणज्याया निष्पत्तिरिति पूर्वोक्तोपपन्ना । कखः कग= हक्षः तघ । अत्रैकान्तरनिष्पत्त्या कखभुजेन तत्संमुखकोणज्याया या निष्पत्तिः सैव कगभुजेन तत्समुखकोणज्याया निष्पत्तिरितिसिद्धम् । कखः हक्ष=कगः तघ । एवमनेन प्रकारेण कख,खगभुजाभ्यां च स्वस्वसंमुखकोणज्ये भुजाभ्यां समानगुणे तथा कग,खगभुजाभ्यां च समानगुणे स्वस्वसंमुखकोणज्ये भवत इति सिद्ध्यति तदैवं तत्तद्भुजात् तत्तत्संमुखकोणज्या तुल्यगुणा भवतीति फलितम् ।

स्वस्वसंमुखकोणज्या भुजात् तुल्यगुणा भवेत् ।
त्रिभुजे त्रितयज्ञाने त्रयाणामनुपाततः ॥

अथ जात्ये कोटिभुजाभ्यां तत्संमुखकोणज्ययोरानयनम् । (३६ क्षेत्रं द्र·) अघं भुजः चघं कोटिः अचं कर्णः जखचापं अकोणमानं तस्य ज्या जगरेखा अकोणच्छाया छखरेखा अजरेखा त्रिज्या अचकर्णे चघं कोटिस्तदा अजकर्णे

का कोटिरिति जगरेखा कोणज्या लब्धा । अथवा कर्णेन त्रिज्यातुल्या संमुखकोणज्या लभ्यते तदा कोट्या केति कोटिसंमुखकोणज्या सैव लभ्यते । अतः कोटिस्त्रिज्यागुणा कर्णभक्ता कोटिसंमुखकोणज्या सिद्धा । एवं भुजस्त्रिज्यागुणः कर्णभक्तः फलं भुजसंमुखकोणज्या स्यादिति ॥ अथ अगभुजे जगकोटिस्तदा अखभुजे त्रिज्यातुल्ये का कोटिरिति छखरेखा अकोणच्छाया लभ्यते तत्र अगजजात्यसजातीयं अघचजात्यं तेन अघभुजे घचं कोटिस्तदा त्रिज्याभुजे का कोटिरिति जाता कोटिसंमुखकोणच्छाया । अतः कोटिस्त्रिज्यागुणा भुजभक्ता कोटिसंमुखकोणच्छाया स्यात् । एवं भुजस्त्रिज्यागुणः कोटिभक्तः फलं भुजसंमुखकोणच्छायेति ॥ अत्र कोटिसंमुखकोणकोटिज्यैव भुजसंमुखकोणज्या वा कोटिलग्नकोणकोटिज्यैव भुजलग्नकोणज्येति । अथ भुजसंमुखकोणज्याच्छायाज्ञानार्थं (३७ क्षेत्रं द्र·) अत्र अचकर्णे अघं भुजस्तदा चजतुल्ये त्रिज्याकर्णे क इति भुजसंमुखकोणज्या । एवं चघकोटौ अघरेखा भुजस्तदा चखतुल्यत्रिज्यामितायां क इति छखरेखा सैव भुजसंमुखकोणच्छाया । अतो जात्ये कोट्या त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव भुजेन भुजसंमुखकोणच्छायाया निष्पत्तिः । अस्या निष्पत्तेः कोटिः भुज=त्रिज्याः चकोणच्छाया । एकान्तरनिष्पत्तिस्वरूपे कृते कोटिः त्रिज्या=भुजः भुजसंमुखकोणच्छाया प्रोक्तसिद्धिरिति ।

दोः कोटी त्रिगुणाहते प्रतिहृते तत्संमुखे कोणजे
जीवे च त्रिगुणघ्नकोटिभुजकौ दोःकोटिभक्तौ प्रभे ।
दोःकोट्योरिह लग्नकोणजनिते ज्ञेये च कोणज्यके
कोणस्वीयजकोटिभागगुणसंतुल्ये मिथो जात्यके ॥

भुजेन तत्संमुखकोणजीवा
तदा तदन्येन भुजेन का स्यात् ।
तत्संमुखः कोणगुणस्त्रिबाहौ
तद्वैपरीत्यादिह बाहुमानात् ॥

यद्येकभुजेन तत्संमुखकोणज्या लभ्यते तदान्यभुजेन केत्यन्यभुजसंमुखकोणज्या स्यादेतेन भुजद्वयज्ञाने तदेकसंमुखकोणज्ञाने तदन्यकोणज्ञानं जातम् । एवमेककोणज्यया तत्संमुखभुजस्तदा तदन्यकोणज्यया क इति तदन्यकोणसंमुखभुजो ज्ञातः स्यादिति कोणद्वयज्ञाने तदेकसंमुखभुजज्ञाने चान्यभुजज्ञानमिति ।

कोणयोर्युतिदलद्युतिभक्ता
चान्तरार्धभवभा त्रिभुजे या ।
सैव कोणगतसंमुखबाह्वो-
रन्तरे युतिहृते किल लब्धिः ॥

अत्रोपपत्तिः ।(३८क्षेत्रं द्र०)अकगत्रिभुजे अगभुजः सबिन्दुपर्यन्तं तथा वर्द्धितो यथा कगतुल्या गसरेखा भवति तत्तुल्या गफरेखा । अगभुजखण्डस्वरूपा तत्र कफरेखा कार्या । अकरेखायाः समानान्तरा फपरेखा च कार्या ॥ अथ गस,-गकरेखे तुल्ये तेन कसग,सकग कोणौ तुल्यौ पुनः कग,फगरेखे तुल्ये तेन गकफ,गफककोणौ च तुल्यौ जातौ (रे०प्र १ क्षे ५) अतः फकसत्रिभुजे फसक,सफककोणयोर्योगः सकग,गकफकोणद्वययोगेन फकसकोणेन तुल्यः फसककोणस्य सकगकोणतुल्यत्वात् तथा सफककोणस्य गकफकोणसाम्याच्च यदिकोणद्वययोगतुल्यः शेषकोणस्तदा स समकोणः कथमन्यथा कोणत्रययोगस्य समकोणद्वयतुल्यत्वम् । अतः फकसत्रिभुजं जात्यं फकसकोणस्य समकोणत्वात् । एवं फकपकोणश्च समकोणस्तस्य फकसकोणतुल्यत्वात् । अतः फकपं च जात्यं सिद्धम् । अथ जात्ययोर्यदि कोटिरेका तदा भुजयोर्या निष्पत्तिः सैव भुजसंमुखकोणच्छाययोरपि निष्पत्तिस्तथाहि ॥ प्रकृते फकसजात्यान्तर्गतं फकपजात्यम् । अनयोः फकरेखा कोटिरेकैवास्ति कसरेखारूपो भुजस्त्रिज्या-गुणः कफतुल्यकोट्या भक्तः फलं कफसकोणच्छाया $\frac{\text{कस}\cdot\text{त्रि}\ 1}{\text{कफ}\ 1}$ । एवं कपभुजस्त्रिज्यागुणः कफभक्तः फलं कफपकोणच्छाया $\frac{\text{कप}\cdot\text{त्रि}\ 1}{\text{कफ}\ 1}$ । अत्र कफरेखाभक्तत्रिज्यया लब्धेन गुणितौ कस,कपभुजावेव छाये सिद्धे ॥ अथ केवलराश्योर्निष्पत्तिर्गुणगुणितराश्योर्निष्पत्तिस्तुल्यैवेति नियमात् प्रकृते कस,कपभुजयोर्या निष्पत्तिः सेव तत्संमुखकोणयोश्छायानिष्पत्तिः । अथ अक,फपरेखे समानान्तरे फकरेखया छिन्ने तेनैकान्तरौ कफप,अकफकोणौ तुल्यो । एवं अक,फपरेखे समानान्तरे अगरेखया छिन्ने तेनैकान्तरौ कअफ,पफगकोणौ तुल्यौजातौ ॥ अथ अकफ,फकगकोणयोर्योगे अकगकोणतुल्ये कअफकोणः शोधितस्तदर्धं कोणयोरन्तरार्धम् । $\frac{\text{अकफ}\ 1\ \text{फकग}\ 1\ \text{कअफ}\ 1}{2}$ । अत्र द्वितीयतृतीयकोणान्तरं प्रथमकोणोऽस्ति फकगकोणतुल्ये कफगकोणे कअफ-

कोणतुल्यस्य पफगकोणस्य शोधनादवशिष्टकफपकोणस्य अकफकोणतुल्यत्वात् । एवं कअफकोणेनफकगकोणस्य अकफकोणतुल्यत्वे कोणानां अकफ१फकग१कअफ१ योगोऽत्र द्विगुणेन अकफकोणेन तुल्यस्तदर्धं अकफकोणस्तेन कअफ,अकगकोणयोरन्तरार्धं अकफकोणः सिद्धः । तत्तुल्ये कफपकोणे कअफकोणतुल्यः पफगकोणो युक्तस्तदा कोणयोर्योगार्धं कफगकोणः स्यात् । अन्तरार्धयुतलघुराशेर्बृहद्राशिलघुराशियोगार्धतुल्यत्वात् । अथ अकसत्रिभुजे अकभुजसमानान्तरा फपरेखा तेन असरेखया अफरेखाया या निष्पत्तिः सैव कसरेखया कपरेखाया निष्पत्तिरिति रेखागणितषष्ठाध्यायद्वितीयक्षेत्रेण सिद्धमस्ति ॥ अत्र अगभुजे कगतुल्या गसरेखा युक्ता तदा अग,कगभुजयोगः असरेखा । एवं अगभुजे कगतुल्या गफरेखा शोधिता तदा अफरेखा तु अग,कगभुजान्तररूपा जाता । अतो भुजयोर्योगेन तदन्तरस्य या निष्पत्तिः सैव कसरेखया कपरेखाया निष्पत्तिः सैव कस,कपरेखासंमुखकोणयोश्छायानिष्पत्तिः पूर्वसिद्धा ॥ अत्र तौ च कोणौ प्रकृते अग,कगभुजसंमुखकोणयोर्योगार्धान्तरार्धतुल्ये । अतः भुजयोर्योगेन तदन्तरस्य या निष्पत्तिः सैव तत्संमुखकोणयोर्योगार्धछायया तदन्तरार्धछायाया निष्पत्तिरुपपन्नेति ॥

अथान्यथोपपत्तिः । भुजयोर्या निष्पत्तिः सैव तत्संमुखकोणज्ययोरपि निष्पत्तिः । अतो भुजयोर्योगेन तदन्तरस्य या निष्पत्तिः सैव भुजसंमुखकोणज्ययोरपि योगेन तदन्तरस्य निष्पत्तिः सैव कोणयोर्योगार्धच्छायया तदन्तरार्धच्छायाया निष्पत्तिर्ज्योत्पत्तौ सिद्धास्ति कोणयोश्चापरूपत्वात् । अतः प्रकृते भुजयोर्योगेन तदन्तरस्य या निष्पत्तिः सैव तत्संमुखकोणयोर्योगार्धच्छायया तदन्तरार्धच्छायाया निष्पत्तिः सिद्धेति ।

अथ त्रिभुजे भुजत्रयज्ञाने दृष्टकोणकोटिज्यानयनम् ।

कोणसंमुखभुजस्य च कृत्या
शेषबाहुकृतिसंयुतिरूना ।
शेषबाहुहतिहृत् त्रिगुणाध्ना-
स्ता ज्यका भवति कोणजकोटेः ॥

कोणसंमुखभुजवर्गेण तदितरभुजद्वयवर्गयोगो हीनस्त्रिज्यागुणस्तदितरभुजद्वयघातेन द्विगुणेन भक्तः फलं कोणकोटिज्या वक्ष्यमाणरीत्या तत्र द्वाभ्यामपवर्त्तनेन गुणे त्रिज्यार्धे हरे शेषभुजघात एवेत्युपपन्नं यथोक्तम् ॥

अथोपपत्तिः । यत्र त्रयो न्यूनकोणास्तदल्पकोणत्रिभुजं तत्र क्षेत्रान्तर्लम्बो भवति । एवं यत्रैकोऽधिककोणः शेषौ न्यूनकोणौ तदधिककोणत्रिभुजम् । तत्र न्यूनकोणबिन्दोश्चेल्लम्बः क्रियते तदा क्षेत्राद्बहिः पतति (३९ क्षेत्रं द्र०) यथा आकागात्रिभुजे भुजा भूप्रथमद्वितीयसंज्ञास्तया तत्संमुखाः कोणा आ,का, गावर्णसंकेतितास्तत्र गाघालम्बश्च । ययोः कोणयोः कोटिज्याज्ञानमभीष्टं तद्भिन्नकोणबिन्दोर्लम्बः कर्त्तव्यः । अत्र त्रिभुजे भुजयोर्योग इत्यादिना भास्करपाटीसूत्रेणाबाधे साध्ये तत्र भुजयोर्योगान्तरघातस्तु वर्गान्तरसम इति प्रकृते भुजयोः प्र १ भू १ वर्गान्तरं प्रव १ भूव १̇ भूम्या द्वि १ भक्तं लब्धमाबाधयोरन्तरम् ।

प्रव १ भूव १̇ / द्वि १ । अनेन द्वितीयसंज्ञो भुज ऊनयुतो दलित इति जाते आबाधे

प्रव १̇ भूव १ द्विव १ / द्वि २ | प्रव १ भूव १̇ द्विव १ / द्वि २ । एते काघा,आघासंज्ञे जाते कागाघा,आगाघाजात्यक्षेत्रयोर्भुजरूपे तत्र जात्ये भुजस्त्रिज्यागुणः कर्णभक्तः फलं भुजसंमुखकोणज्या प्रागुक्तास्ति प्रकृते कर्णावेव भुजौ प्रथमभूसंज्ञौ । अत एते आबाधे त्रिज्यागुणे भुजभक्ते जाते आबाधासंमुखकोणज्ये

प्रव·त्रि १̇ द्विव·त्रि १ भूव·त्रि १ / भू·द्वि २ | भूव·त्रि १̇ द्विव·त्रि १ प्रव·त्रि १ / प्र·द्वि २ । एते कागाघा,आगाघाकोणज्ये सिद्धे ते एव काकोणआकोणकोटिज्ये जाते जात्यक्षेत्रे कर्णाग्रसक्तकोणयोर्मिथः कोटिरूपत्वात् भुजकर्णयोगकोणोननवत्यंशाः कोटिकर्णयोगकोणास्तदूननवत्यंशा भुजकर्णयोगकोण इति प्रसिद्धत्वात् । एवमन्तर्लम्बत्रिभुजे । अथ बहिर्लम्बक्षेत्रे भुजयोर्वर्गान्तरम् । प्रव १ भूव १̇ । भूमिभक्तम् । अनेनोनयुता भूर्द्दलिता जाते लघुबृहदाबाधे । भूव १ द्विव १ प्रव १̇ / द्वि २ ।

प्रव १ द्विव १ भूव १̇ / द्वि २ । एते त्रिज्यागुणे कर्णरूपेण भुजेन भक्ते जाते काकोणआकोणकोटिज्ये भूव·त्रि १ द्विव·त्रि १ प्रव·त्रि १̇ / भू·द्वि २ | प्रव·त्रि १ द्विव·त्रि १ भूव·त्रि १̇ / प्र·द्वि २ ।

एते कागाघा,आगाघाकोणज्ये तत्र कागाघाकोणकोटिः गाकाघाकोणस्तदूनभार्धांशा एव आकागाकोणस्तयोर्ज्ये तुल्ये एव । अतोऽन्तर्बहिर्लम्बक्षेत्रयोः कोणकोटिज्याज्ञाने क्रिया तुल्यैवेति । एतेन कोणसंमुखभुजवर्गेणोनः शेषभुजवर्ग-

योगस्त्रिज्यागुणः शेषभुजघातेन द्विगुणेन भक्तः फलं कोणकोटिज्या भवतीत्युपपन्नम् ॥

अथान्ययोच्यते । रेखागणिते द्वितीयाध्याये त्रयोदशक्षेत्रे न्यूनकोणत्रिभुजे एकभुजवर्गः शेषभुजवर्गयोगेन शेषान्यतरभुजरूपभूम्या द्विगुणितया एकभुजसंमुखकोणलम्बाबाधागुणितया हीनेन समानो भवतीति निरूपितम् । (३९ क्षेत्रं द्र·) यथा प्रकृते द्वितीयभूसंज्ञभुजयोर्वर्गयोगः । द्विव १ भूव १ । द्विगुणेन द्वितीयसंज्ञेन काघासंज्ञाबाधया गुणितेन हीनः शेषं प्रथमसंज्ञभुजवर्गः । द्विव १ भूव १ द्वि·काघा २ । अथ कागाघ क्षेत्रे घाकोणज्यया त्रिज्यातुल्यया तत्संमुखो भूसंज्ञभुजस्तदा गाकोणज्यया काकोणकोटिज्यातुल्यया क इति जातः काघाभुजः $\frac{\text{भू·काकोज्या १}}{\text{त्रि १}}$ । अनेन द्वितीयभुज ऋणगतो द्विगुणो गुणितस्तदा तृतीयखण्डस्थाने स्वरूपान्तरमेव प्रथमभुजवर्गः $\frac{\text{द्विव·त्रि १ भूव·त्रि १ भू·काकोज्या १ द्वि २}}{\text{त्रि १}}$ । अयं प्रथमवर्गसम इति पक्षयोः समच्छेदीकृतयोश्छेदापगमे न्यासः । $\begin{array}{c}\text{द्विव·त्रि १ भूव·त्रि १ भू·द्वि·काकोज्या २}\\ \text{त्रि·प्रव १}\end{array}$ ।

समशोधनात् पक्षौ सिद्धौ $\begin{array}{c}\text{द्विव·त्रि १ भूव·त्रि १ प्रव·त्रि }\dot{\text{१}}\\ \text{भू·द्वि·काकोज्या २}\end{array}$ । अत्रोपरितनपक्षोऽधस्तनपक्षेण द्विगुणभूद्वितीयभुजघातेन काकोणकोटिज्यागुणितेन समस्तेन भू,द्वितीयघातेन द्विगुणेन भक्तः फलं काकोणकोटिज्यैव $\frac{\text{द्विव·त्रि १ भूव·त्रि १ प्रव·त्रि }\dot{\text{१}}}{\text{भू·द्वि २}}$ । एवमधिककोणत्रिभुजे रेखागणितद्वितीयाध्यायद्वादशक्षेत्रेण प्रकृते प्रथमभुजवर्गः द्विव १ भूव १ द्वि·काघा २ अत्रापि पूर्ववत् सिद्धः काघाभुजः $\frac{\text{भू·काकोज्या }\dot{\text{१}}}{\text{त्रि १}}$ । कागाघाकोणसंमुखोऽयं भुजोऽस्ति सच कोणो गाकाघाकोणकोटितुल्यः । अतः कागाघाजात्ये त्रिज्यया घाकोणज्यारूपया भूसंज्ञस्तदा गाकाघाकोणकोटिज्यया क इति काघाभुजो लभ्यते परन्तु गाकाघाकोणोनभार्धांशानां गाकाग्राकोणत्वात् तत्कोटिज्याया ऋणत्वं द्वितीयपदे कोटिज्याया ऋणत्वात् । अतो गाकाग्राकोणकोटिज्या प्रकृते काकोणकोटिज्या ऋणगतेति सिद्धः काघाभुजः $\frac{\text{भू·काकोज्या }\dot{\text{१}}}{\text{त्रि १}}$ ।

अथोपपत्तिः । यत्र त्रयो न्यूनकोणास्तदल्पकोणत्रिभुजं तत्र क्षेत्रान्तर्लम्बो भवति । एवं यत्रैकोऽधिककोणः शेषौ न्यूनकोणौ तदधिककोणत्रिभुजम् । तत्र न्यूनकोणबिन्दोश्चेल्लम्बः क्रियते तदा क्षेत्राद्बहिः पतति (३९ क्षेत्रं द्र०) यथा आकागात्रिभुजे भुजा भूप्रथमद्वितीयसंज्ञास्तया तत्संमुखाः कोणा आ,का, गावर्णसंकेतितास्तत्र गाघालम्बश्च। ययोः कोणयोः कोटिज्याज्ञानमभीष्टं तद्वित्रकोणबिन्दोर्लम्बः कर्त्तव्यः। अत्र त्रिभुजे भुजयोर्योग इत्यादिना भास्करपाटीसूत्रेणाबाधे साध्ये तत्र भुजयोर्योगान्तरघातस्तु वर्गान्तरसम इति प्रकृते भुजयोः प्र १ भू १ वर्गान्तरं प्रव १ भूव १̇ भूम्या द्वि १ भक्तं लब्धमाबाधयोरन्तरम् ।

$\frac{\text{प्रव १ भूव १̇}}{\text{द्वि १}}$ । अनेन द्वितीयसंज्ञो भुज ऊनयुतो दलित इति जाते आबाधे

$\frac{\text{प्रव १̇ भूव १ द्विव १}}{\text{द्वि २}}$ | $\frac{\text{प्रव १ भूव १̇ द्विव १}}{\text{द्वि २}}$ । एते काघा,आघासंज्ञे जाते कागाघा,आगाघाजात्यक्षेत्रयोर्भुजरूपे तत्र जात्ये भुजस्त्रिज्यागुणः कर्णभक्तः फलं भुजसंमुखकोणज्या प्रागुक्तास्ति प्रकृते कर्णाविव भुजौ प्रथमभूसंज्ञौ । अत एते आबाधे त्रिज्यागुणे भुजभक्ते जाते आबाधासंमुखकोणज्ये

$\frac{\text{प्रव·त्रि १̇ द्विव·त्रि १ भूव·त्रि १}}{\text{भू·द्वि २}}$ | $\frac{\text{भूव·त्रि १̇ द्विव·त्रि १ प्रव·त्रि १}}{\text{प्र·द्वि २}}$ । एते कागाघा,आगाघाकोणज्ये सिद्धे ते एव काकोणआकोणकोटिज्ये जाते जात्यक्षेत्रे कर्णाग्रसक्तकोणयोर्मिथः कोटिरूपत्वात् भुजकर्णयोगकोणोननवत्यंशाः कोटिकर्णयोगकोणास्तदूननवत्यंशा भुजकर्णयोगकोण इति प्रसिद्धत्वात् । एवमन्तर्लम्बत्रिभुजे। अथ बहिर्लम्बक्षेत्रे भुजयोर्वर्गान्तरम् । प्रव १ भूव १̇ । भूमिभक्तम् । अनेनोनयुता भूर्द्दलिता जाते लघुबृहदाबाधे । $\frac{\text{भूव १ द्विव १ प्रव १̇}}{\text{द्वि २}}$ ।

$\frac{\text{प्रव १ द्विव १ भूव १̇}}{\text{द्वि २}}$ । एते त्रिज्यागुणे कर्णरूपेण भुजेन भक्ते जाते काकोणआकोणकोटिज्ये $\frac{\text{भूव·त्रि १ द्विव·त्रि १ प्रव·त्रि १̇}}{\text{भू·द्वि २}}$ | $\frac{\text{प्रव·त्रि १ द्विव·त्रि १ भूव·त्रि १̇}}{\text{प्र·द्वि २}}$ ।

एते कागाघा,आगाघाकोणज्ये तत्र कागाघाकोणकोटिः गाकाघाकोणस्तदूनभाधांशा एव आकागाकोणस्तयोर्ज्ये तुल्ये एव। अतोऽन्तर्बहिर्लम्बक्षेत्रयोः कोणकोटिज्याज्ञाने क्रिया तुल्यैवेति । एतेन कोणसंमुखभुजवर्गेणोनः शेषभुजवर्ग-

योगस्त्रिज्यागुणः शेषभुजघातेन द्विगुणेन भक्तः फलं कोणकोटिज्या भवतीत्युपपन्नम् ॥

अथान्ययोच्यते । रेखागणिते द्वितीयाध्याये त्रयोदशक्षेत्रे न्यूनकोणत्रिभुजे एकभुजवर्गः शेषभुजवर्गयोगेन शेषान्यतरभुजरूपभूम्या द्विगुणितया एकभुजसंमुखकोणलम्बाबाधागुणितया हीनेन समानो भवतीति निरूपितम् । (३९ क्षेत्रं द्र॰) यथा प्रकृते द्वितीयभूसंज्ञभुजयोर्वर्गयोगः । द्विव १ भूव १ । द्विगुणेन द्वितीयसंज्ञेन काघासंज्ञाबाधया गुणितेन हीनः शेषं प्रथमसंज्ञभुजवर्गः । द्विव १ भूव १ द्वि·काघा २̇ । अथ कागाघ क्षेत्रे घाकोणज्यया त्रिज्यातुल्यया तत्संमुखो भूसंज्ञभुजस्तदा गाकोणज्यया काकोणकोटिज्यातुल्यया क इति जातः काघाभुजः $\frac{\text{भू·काकोज्या १}}{\text{त्रि १}}$ । अनेन द्वितीयभुज ऋणगतो द्विगुणो गुणितस्तदा तृतीयखण्डस्थाने स्वरूपान्तरमेव प्रथमभुजवर्गः

$\frac{\text{द्विव·त्रि १ भूव·त्रि १ भू·काकोज्या १ द्वि २̇}}{\text{त्रि १}}$ । अयं प्रथमवर्गसम इति पक्षयोः समच्छेदीकृतयोश्छेदापगमे न्यासः । $\frac{\text{द्विव·त्रि १ भूव·त्रि १ भू·द्वि·काकोज्या २̇}}{\text{त्रि·प्रव १}}$ ।

समशोधनात् पक्षौ सिद्धौ $\frac{\text{द्विव·त्रि १ भूव·त्रि १ प्रव·त्रि १̇}}{\text{भू·द्वि·काकोज्या २}}$ । अत्रोपरितनपक्षोऽधस्तनपक्षेण द्विगुणभूद्वितीयभुजघातेन काकोणकोटिज्यागुणितेन समस्तेन भू,द्वितीयघातेन द्विगुणेन भक्तः फलं काकोणकोटिज्यैव $\frac{\text{द्विव·त्रि १ भूव·त्रि १ प्रव·त्रि १̇}}{\text{भू·द्वि २}}$ । एवमधिककोणत्रिभुजे रेखागणितद्वितीयाध्यायद्वादशक्षेत्रेण प्रकृते प्रथमभुजवर्गः द्विव १ भूव १ द्वि·काघा २ अत्रापि पूर्ववत् सिद्धः काघाभुजः $\frac{\text{भू·काकोज्या १̇}}{\text{त्रि १}}$ । कागाघाकोणसंमुखोऽयं भुजोऽस्ति सच कोणो गाकाघाकोणकोटितुल्यः । अतः कागाघाजात्ये त्रिज्यया घाकोणज्यारूपया भूसंज्ञस्तदा गाकाघाकोणकोटिज्यया क इति काघाभुजो लभ्यते परन्तु गाकाघाकोणोनभार्धांशानां गाकाआकोणत्वात् तत्कोटिज्याया ऋणत्वं द्वितीयपदे कोटिज्याया ऋणत्वात् । अतो गाकाआकोणकोटिज्या प्रकृते काकोणकोटिज्या ऋणगतेति सिद्धः काघाभुजः $\frac{\text{भू·काकोज्या १̇}}{\text{त्रि १}}$ ।

अनेन प्रथमभुजवर्गस्यतृतीयखण्डमुत्थाप्य ज्ञातः प्रथमभुजवर्गः ।

द्विव·त्रि १ प्रव·त्रि १ भू·काकोज्या·द्वि २ / त्रि १ । अयं न्यूनकोणत्रिभुजीयप्रथम-

भुजवर्गेण तुल्यस्ततः प्राग्वत् सिद्धा काकोणकोटिज्या

द्विव·त्रि १ भूव·त्रि १ प्रव·त्रि १ / भू·द्वि २ । एवं आकोणगाकोणकोटिज्ये अपि साध्ये

तदा पूर्वोक्तमानयनमुपपन्नमिति ॥

अथान्ययोपपत्तिः । प्रथमं त्रिभुजस्य कोणत्रितयबिन्दुषु लग्नं वृत्तं कार्यम् । तत्प्रकारो यथा । भुजद्वयार्धचिन्हात् स्वस्वभुजोपरि रेखागणितप्रथमाध्यायैकादशक्षेत्राल्लम्बौ कार्यौ तौ स्वमार्गवर्धितौ यत्र संपातं कुरुतः स बिन्दुर्वृत्तकेन्द्रगतः स्यात् ततो वृत्तं बिन्दुत्रयस्पृग्भवति ॥ यथा (४० क्षेत्रं द्र·) वृत्तान्तर्गतं आगाकात्रिभुजं कृतं अत्र प्रथमभुजार्धं आगाचापार्धस्य ज्या तथा द्वितीयभुजार्धं गाकाचापार्धज्या तथा द्वयोश्चापयोगस्य आकाचापार्धरूपस्य ज्या भूम्यर्धम् । अतः प्रथमद्वितीयभुजार्धसंबन्धिचापयोगज्यैव भूम्यर्धं ततस्तच्चापयोगकोटिज्यैव भूम्यर्धकोटिज्यात्वेन फलिता । अथ भावनासूत्रेण चापयोगकोटिज्यां प्रसाध्य तस्या भूम्यर्धसंबन्धिकोटिज्यया सह समीकरणं कार्यम् ।

तथाहि । आगाचापार्धज्या प्रथमभुजार्धं प्र १ / २ । तत्कोटिज्या (त्रिव ४ प्रव १ / ४) मू १

एवं द्वितीयज्या द्वि १ / २ । तत्कोटिज्या (त्रिव ४ द्विव १ / ४) मू १ । अत्र कोटिज्या-

वर्गघातमूले भुजज्याघातः प्र·द्वि १ / ४ शोधितस्त्रिज्याभक्तस्तत्र वर्गस्थले

त्रिज्यावर्गभक्त एवं जाता चापयोगकोटिज्या (प्रव·द्विव / त्रिव १६) मू १

(त्रिवव १६ त्रिव·द्विव ४ त्रिव·प्रव ४ द्विव·प्रव १ / त्रिव १६) मू १ । इयं भूम्यर्ध (भू १ / २) कोटिज्यया

(त्रिव ४ भूव १ / ४) मू १ । समेति पक्षयोः समच्छेदीकृतयोश्छेदापगमे कृते ततः

प्रथमद्वितीयघातः पक्षयोः क्षिप्त एवं न्यासः ।

(प्रव·द्विव १) मू १ (त्रिवव १६ त्रिव·द्विव ४ त्रिव·प्रव ४ द्विव·प्रव १) मू १ प्र·द्वि १ ।

(त्रिवव १६ त्रिव·भूव ४) मू १ प्र·द्वि १

ऊर्ध्वे प्रथमचतुर्थखण्डयोः साम्यान्नाशो जातः शेषम् ।

(त्रिवव १६ त्रिव·द्विव ४ं त्रिव·प्रव ४ं द्विव·प्रव १) मू १
(त्रिवव १६ त्रिव·भूव ४ं) मू १ प्र · द्वि १
। अनयोः पक्षयोर्वर्गौ

तथापि न साम्यक्षतिरिति न्यासः ।

त्रिवव १६ त्रिव·द्विव ४ं त्रिव·प्रव ४ं द्विव·प्रव १
प्रव·द्विव १ । प्र·द्वि·(त्रिवव १६ त्रिव·भूव ४ं) मू २ त्रिवव १६ त्रिव·भूव ४ं ।

द्वयोरिदं त्रिवव १६ प्रव·द्विव १ शोधितं शेषयोर्न्यासः ।

त्रिव·द्विव ४ं त्रिव·प्रव ४ं
प्र·द्वि·(त्रिवव १६ त्रिव·भूव ४ं) मू २ त्रिव·भूव ४ं
। एतौ चतुर्गुणत्रिज्ययाऽपवर्त्यौ

तत्र प्रथमपक्षेऽपवर्त्तिते जातम् त्रि·द्विव १ं त्रि·प्रव १ं द्वितीयपक्षे प्रथमखण्डे चतुर्गुणत्रिज्यावर्गेण त्रिव १६ अपवर्त्य त्रिव १ भूव १/४ं । समच्छेदे कृते जा-

तम् । त्रिव ४ भूव १ं / ४ । तन्मूलं पूर्वानीतयोगकोटिज्यातुल्यमिति तत्स्थाने

योगकोटिज्या स्वगुणक प्र·द्वि २ गुणिता न्यासः योको·प्र·द्वि २ । एवं द्वितीयखण्डे चतुर्गुणत्रिज्ययाऽपवर्त्तिते जातम् । त्रि · भूव १ं एवं पक्षयोरपवर्त्तितयोर्न्यासः ।

{ त्रि·द्विव १ं त्रि·प्रव १ं
{ योको·प्र·द्वि २ त्रि·भूव १ं } अनयोः समशोधनात् पक्षौ

त्रि·द्विव १ं त्रि· प्रव १ं त्रि·भूव १
योको·प्र·द्वि २
। अत्र योगकोटिज्यामानमज्ञातं तेन प्रथमपक्षे द्वितीयपक्षस्थेन प्र·द्वि २ भक्ते लब्धं योगकोटिज्यामानम् ।

त्रि·द्विव १ं त्रि·प्रव १ं त्रि·भूव १
प्र·द्वि २
। अथ वृत्ते केन्द्रगतकोणार्धं परिधिगतकोण इति रेखागणिते तृतीयाध्याये विंशतिक्षेत्रे निरूपितं प्रकृते प्रथमभुजार्धं काकोणज्यामितं काकोणस्य आगाचापार्धमितत्वात् । एवं कागाचापार्धं आकोणमानं तज्ज्या तु द्वितीयभुजार्धमिता तथा आकाचापार्धं आकोणकाकोणयोगमानं तेन तत्कोटिज्यैव सिद्धा

त्रि·द्विव १ं त्रि·प्रव १ं त्रि·भूव १
प्र·द्वि २
। परंतु त्रिभुजे कोणत्रययोगो भार्धांशमितस्तेन कोणद्वययोगोनभार्धांशा एव गाकोणस्तत्र द्वितीयपदे कोटिज्याया ऋणत्वादागतस्वरूपे धनर्णव्यत्यासाज्जाता गाकोण-

कोटिज्या $\frac{\text{त्रि·द्विव १ त्रि·प्रव १ त्रि·भूव १}}{\text{प्र·द्वि २}}$ । एतेन पूर्वोक्तसूत्रमुपपन्नमिति ।

अथ वृत्तान्तर्गते आकागात्रिभुजे आकोणज्या द्विगुणा तत्संमुखो द्वितीय-भुजस्तथा काकोणज्या द्विगुणा तत्संमुखः प्रथमभुज एवं गाकोणज्या द्विगुणा तत्संमुखो भूसंज्ञभुजोऽस्ति तदा भुजार्धं भुजसंमुखकोणज्या तेन भुजात् तत्संमुखकोणज्या समानगुणा भवतीति पूर्वोक्तमप्युपपन्नं कोणज्याया अन्य-त्रिज्यापरिणमनेऽपि त्रिज्ययोर्या निष्पत्तिः सैव तत्संबन्धिकोणज्ययोरपीति न क्षतिरिति विदां सुबोधम् ।

अथ कोणज्यानयनं लम्बे ज्ञाते तथा लम्बज्ञानं कोणज्याज्ञाने चाह ।

कोणलग्नभुजभाजितलम्ब-
स्त्रिज्यकाघ्न इह कोणजजीवा ।
कोणलग्नभुजसंगुणिता सा
त्रिज्यया परिहृता किल लम्बः ॥

त्रिभुजे भुजौ भूरेभिः पूर्वं लम्बं प्रसाध्य भुजेन तत्संमुखी त्रिज्यातुल्या कोणज्या लम्बेन केति लम्बसंमुखी भुजलग्नकोणज्या । एवं तद्वैपरीत्येन लम्ब-ज्ञानं सुगमम् । भुजभूघातखण्डं तन्मध्यकोणज्यया हतं त्रिज्याभक्तं फलं लम्बेन भूखण्डगुणितेन समम् । कोणज्या स्वलग्नभुजगुणा त्रिज्याभक्ता लम्बः स भूमिगुणितस्तदर्धं त्रिभुजक्षेत्रफलं तदा भुजभूमिघातार्धं भुजभूमिमध्यगतको-णज्यया गुणितं क्षेत्रफलमिति सिद्धम् ।

त्रिबाहून्तर्लग्ने भवति वलये विस्तृतिदलं
भुजानां योगेन द्विगुणफलमाप्तं निगदितम् ।
भुजानां संघातः श्रुतिगुणफलेनापि विहृतो
बहिर्लग्ने वृत्ते भवति नियतं विस्तृतिदलम् ॥

(४१ क्षेत्रं द्र·) आकागात्रिभुजान्तर्लग्नवृत्तव्यासार्धं अके,कके,गकेरेखात्रयं स्वस्वभुजोपरि लम्बरूपं मिथस्तुल्यमस्ति तत्र त्रिभुजान्तर्गतानि त्रीणि क्षे-त्राणि । आकेका,काकेगा,आकेगात्रिभुजानि तेषां फलं तु भुजार्धं व्यासार्ध-गुणनसमं लम्बगुणं भूम्यर्धमिति नियमात् फलानां योगो भुजत्रययोगदलं व्यासार्धगुणितं तदेव आकागात्रिभुजफलं तेन फलं सर्वभुजयोगदलभक्तं वृत्तव्यासार्धं भवतीत्युपपन्नम् ॥

अथ त्रिभुजबहिर्लग्नवृत्तव्यासार्धानयने तावत् परिधिगतकोणात् केन्द्र-गतकोणो द्विगुण इत्यत्र युक्तिः ।

(४२ क्षेत्रं द्र०) आगाकेक्षेत्रे आकोण,गाकोणौ तुल्यौ आके,गाकेभुजयोस्तु-ल्यत्वात् । तत्र गाके भुजः स्वमार्गेवर्धितः खबिन्दुपर्यन्तं तदा बहिरुत्पन्नः आकेखकोणस्तुल्ययोराकोणगाकोणयोर्योगेनार्थात् गाकोणेनद्विगुणेन तुल्यो जातः । एवं काकेगात्रिभुजे काके,गाकेभुजयोस्तुल्यत्वेन काकोण,गाकोणौ तुल्यौ तयोर्योगेन द्विगुणेन गाकोणेन बहिरुत्पन्नः काकेखकोणस्तुल्यः । अतो गास्थकोणयोर्योगात् आगाकाकोणतुल्यात् द्विगुणः आकेख,काकेखकोणयोग आकेकाकोणो जातस्तदा आगाकाकोणात् परिधिगतात् केन्द्रगत आकेका-कोणो द्विगुण इति सिद्धम् ॥ अत्र आकेकाकोणमानं अकाचापमितं तदर्धं आगाकाकोणमानं तेन परिधिलग्नकोणः स्वसंमुखचापार्धमितो भवत्यत एवैकचापसंमुखाः कोणास्तुल्या वृत्तान्तर्गता बोध्याः । अथ प्रकृते आकाभुजः पूर्णज्यारूपस्तदर्धे केखरूपा लम्बरेखा तेन आकेख,काकेखजात्ये तुल्ये त्रयाणां भुजानां मिथः साम्यात् ततः कोणाश्च मिथः समानाः । अत आकेख, काकेखकोणौ तुल्यौ तयोर्योगस्तु आकेखकोणाद् द्विगुणः आकेकाकोणतुल्य-स्तदा आकेखकोणतुल्यः आगाकाकोणो जातः ॥ अथ आकेखजात्ये आकेभु-जेन तत्संमुखकोणज्या त्रिज्या तदा आकाभूम्यर्धेन आखभुजतुल्येन केति

आकेखकोणज्या $\frac{\text{त्रि} \cdot \text{आका}}{\text{आके } २}$ । इयमेव आगाकाकोणज्या । अथ आगा,का-गाघाताधं तदन्तर्गतआगाकाकोणज्यया गुणितं त्रिज्याभक्तं क्षेत्रफलं सिद्धम् ।

$\frac{\text{त्रि}\cdot\text{आका}\cdot\text{आगा}\cdot\text{कागा } १}{\text{त्रि}\cdot\text{आके } ४}$ । त्रिज्ययापवर्त्तितम् । $\frac{\text{आका}\cdot\text{आगा}\cdot\text{कागा}१}{\text{आके } ४}$ । तदा भुजत्रयघातश्चतुर्गुणेन आकेभुजेन भक्तस्त्रिभुजफलं यदि फलेन भक्तस्तदा चतुर्गुणं आके भुजमानं लभ्यते । अतो भुजत्रयघातश्चतुर्गुणफलेन भक्तस्तदा आकेभुजः स एव वृत्तव्यासार्द्धस्वरूप इत्युक्तमुपपन्नम् ।

अथ प्रसंगात् सर्वदोर्युतिदलं चतुःस्थितं बाहुभिर्विरहितं च तद्धतेः। मूलं त्रिभुजे स्पष्टं फलं भवतीति सूत्रोपपत्तिस्तावद्रेखागणितेनोच्यते॥ (४३ क्षेत्रं द्र०) अकखत्रिभुजे अकरेखा वर्धनीया यथा कखतुल्या कगरेखा स्यात् । कबिन्दोः कगव्यासार्धेन गखगीवृत्तं कार्यम् । अथ कखरेखायाः समानान्तरा असरेखा ततो गखसरेखा च कार्या खगीईरेखा कार्या सअरेखा ईचिन्हावधि वर्धिता कार्या । अथ अस,कखरेखे समानान्तरे सखगरेखया छिन्ने तेनैकान्तरकोणौ

असख,कखगकोणौ तुल्यौ तथा कख,कगयोस्तुल्यत्वात् गखक,कगखकोणौ तुल्यौ (रे·प्र १ क्षे ५) अतः असख,कगखकोणौ तुल्यौ जातौ तेन अस,अगरेखे च तुल्ये सिद्धे (रे·प्र १ क्षे ६) अथ कख,कगीभुजौ वृत्तव्यासार्धमितौ तुल्यौ तेन कखगीकोणतुल्यः कगीखकोणः (रे·प्र १ क्षे ५) कगीखकोणतुल्यः अगीईकोणो द्वयोः संमुखगतत्वात् (रे·प्र १ क्षे १५) अथ ईअ,कखरेखे समानान्तरे ईखरेखया छिन्ने तेन ईखककोणतुल्यः अईखकोणः एकान्तरकोणत्वात् तदा अगीई,अईगीकोणौ तुल्यौ सिद्धौ ईखककोणस्य कखगीकोणतुल्यत्वात् तथा अईखकोणेन अईगीकोणस्य तुल्यत्वात् अगीई,अईगीकोणयोस्तुल्यत्वेन अई,अगीरेखे तुल्ये (रे·प्र १ क्षे ६) जाते अकेन्द्रतः अगव्यासार्धेन तथा अईव्यासार्धेन उसचगं वृत्तं तथा डीईगीचीवृत्तं च कार्यं ईक,कसरेखे कार्ये अखभुज उभयदिशि वर्द्धितस्तदा उचरेखा स्यात्। गीखरेखोपरि कछलम्बस्तथा खगरेखोपरि कजलम्बः कार्यः। तदा गीछ,छखरेखे तुल्ये तथा खज,जगरेखे तुल्ये जाते वृत्ते पूर्णज्योपरि लम्बकरणात् पूर्णज्यार्धे तुल्ये एव भवतः। अत्र कछखजं समानान्तरचतुर्भुजं जातं तस्य संमुखभुजयोस्तुल्यत्वात् कज,छखरेखे तथा कछ,जखरेखे तुल्ये सिद्धे। अथ अखकत्रिभुजेन तुल्यं सकखत्रिभुजं द्वयोः कखरूपैकभूम्युपरिगतत्वेन तथा कख,अससमानान्तररेखयोर्मध्यवर्त्तित्वात्। एवं अखकत्रिभुजतुल्यं ईकखत्रिभुजं द्वयोः कखरूपैकभूम्युपरिगतत्वेन ईअ,कखयोः समानान्तररेखयोर्मध्यगतत्वात् (रे·प्र १ क्षे ३४) अतः अकख,सकख,ईकखक्षेत्राणि तुल्यानि सिद्धानि। अत्र भूम्यर्धगुणितो लम्बः फलं वा भूमिचतुर्थांशेन द्विगुणलम्बो गुणितः फलमिति नियमात् सकखत्रिभुजे सखं भूमिः सा कजलम्बेन द्विगुणेन गीखमितेन गुणिता तच्चतुर्थांशः फलम्।

$\frac{\text{सख,गीख १}}{४}$। एवं ईकखत्रिभुजे ईखं भूमिः सा कछलम्बेन द्विगुणेन गखतुल्येन

गुणिता चतुर्भक्ता फलम्। $\frac{\text{ईख·गख १}}{४}$। अथ गख,गीखरेखयोर्या निष्पत्तिः सैव सखगुणितयोस्तयोर्निष्पत्तिः गुणगुणितराश्योर्निष्पत्तेः केवलराश्योर्निष्पत्तिसाम्यात् गख:गीख::गख:सख:गीख:सख। एवं गख,गीखयोर्या निष्पत्तिः सैव खईगुणितयोस्तयोर्निष्पत्तिः गख:गीख::गख:खई:गीख:खई। अतः गख,सखघातेन गीखसखघातस्य यानिष्पत्तिः सैव गख,खईघातेन गीख,खईघातस्य निष्पत्तिः। गख·सख:गीख·सख::गख·खई:गीख·खई सिद्धा। अथ उसचगवृत्ते

गस,उचरेखे पूर्णज्ये तत्संयोगजनितखण्डयोरर्थात् गख,सखघातः उख,खचघा-ततुल्यः (रे·तृ·क्षे ३५) गख·सख=उख·खच । एवं डीईगीचीवृत्ते खबिन्दोर्गते खई,खडीरेखे वृत्तखण्डिन्यौ स्वबहिःस्थखण्डाभ्यां गीख,चीखमिताभ्यां क्रमेण गुणिते तुल्यौ रेखागणिततृतीयाध्यायषट्त्रिंशत्क्षेत्रस्यानुमानात् खई·गीख=खडी·चीख अत्र पूर्वनिष्पत्तिस्वरूपे गख,सखघातस्थले उख,खचघातो गृहीतस्तथा गीख,खईघातस्थले खडी,चीखघातो गृहीतः । तुल्यत्वात् उख·खचः गीख·सखः:गख·खईःखडी·चीख । अथ राश्योर्निष्पत्तिस्तुल्यांकभक्तराश्योर्निष्पत्तिः समैवेति । उखरेखार्धखचरेखार्धघातेन गीखरेखार्धसखरेखार्धघातस्य या निष्पत्तिः सैव गखरेखार्धखईरेखार्धघातेन खडीरेखार्धचीखरेखार्धघातस्य निष्पत्तिः $\left\{\frac{\text{उख}}{२}\cdot\frac{\text{खच}}{२}:\frac{\text{गीख}}{२}\cdot\frac{\text{सख}}{२}::\frac{\text{गख}}{२}\cdot\frac{\text{खई}}{२}:\frac{\text{खडी}}{२}\cdot\frac{\text{चीख}}{२}\right\}$ अत्र निष्पत्तौ द्वितीयखण्डं तु सकखत्रिभुजफलम् । $\frac{\text{सख}\cdot\text{गीख}\ १}{४}$ । तृतीयखण्डं ईखकत्रिभुजफलम् । $\frac{\text{ईख}\cdot\text{गख}}{४}$ । अर्धयोर्घातस्य घातचतुर्थांशसाम्यं राश्योस्तेन प्रकृते निष्पत्तिद्वितीयतृतीयखण्डे त्रिभुजफलरूपे तयोर्घातः फलवर्गः सच निष्पत्तिप्रथमचतुर्थखण्डघातेन तुल्यः $\left\{\frac{\text{उख}}{२}\cdot\frac{\text{खच}}{२}\times\frac{\text{खडी}}{२}\cdot\frac{\text{चीख}}{२}\right\}$=फलवर्ग १। अथ प्रकृतत्रिभुजे अकभुजः कखतुल्येन कगेन युक्तः अगरेखा तत्तुल्या अउरेखा सा अखभुजयुता सर्वभुजयोगमिता उखरेखा तदर्धं सर्वभुजयोगार्धं $\left\{\frac{\text{उख}}{२}\right\}=\left\{\frac{\text{अक}\ १}{२}\frac{\text{कग}}{२}\cdot\frac{\text{अख}\ १}{२}\right\}$ तत्र उखरेखाया अखशोधनेन उअरेखाशिष्टा तत्तुल्यायाः अचरेखायाः पुनः अखशोधनेन खचरेखा तदा सर्वभुजयोगाद् द्विगुणअखभुजशोधनेन खचरेखा शिष्टा तदा सर्वभुजयोगार्धात् अखभुजशोधनेन शिष्टं खचरेखार्धमेव । अथ अक,कखभुजयोर्योगः अगरेखा अन्तरं तु गीअरेखा। अकभुजात् कखतुल्यकगीरेखाशोधनात् । अग,गीअतुल्ये अग,अडीरेखे वृत्तव्यासार्द्धत्वात् । तयोरन्तरं उडीरेखाद्विगुणेन कखभुजेन तुल्या राश्योर्योगस्यान्तरहीनस्य द्विगुणलघुराशिसाम्यात्। अतः सर्वभुजयोगात् उखमिताद् द्विगुणकखमिता उडीरेखा शोधिता शेषं डीखरेखा वा सर्वभुजयोगार्धे कखहीने डीखरेखार्धं शिष्टम् । अथ गीअरेखातुल्या अचीरेखा सा अखभुजाच्छोधिता शेषं चीखरेखा। अतः अक,कखयोरन्तरेण अक १ कख १ अखभुजो हीनः शेषं अक १ कख १ अख १ इदं सर्वभुज-

योगेन अक १ कख १ अख १ द्विगुणअकहीनेन अक १ कख १ अख १ तुल्यं अतः सर्वभुजयोगार्धं अकहीनं चीखरेखार्धतुल्यम् अतः प्रकृत सर्वदोर्युतिदलं चतुःस्थितं बाहुभिर्विरहितं तद्वृतिर्निष्पत्तिः प्रथमचतुर्थखण्डघातरूपा सा फलवर्गतुल्या तन्मूलं फलमित्युपपन्नं यथोक्तम् ।

अथ प्रकारान्तरेणोपपत्तिः । (४४ क्षेत्रं द्र०) असहत्रिभुजान्तर्गतं कतगवृत्तं कार्यम् । अक,अगरेखे वृत्तसंपातरेखास्वरूपे कृते ते स्वमार्गेवर्धिते अत,अफरेखे भवतः । अचरेखा स्वमार्गेवर्धिता अखरेखा स्यात् । पखफबिन्दुलग्नं द्वितीयवृत्तं कार्यम् । इदं सहभुजेन बिन्दौ लग्नमस्ति । अथ वृत्तव्यासार्धोपरि वृत्तसंपातरेखा लम्बरूपा भवतीति रेखागणिते तृतीयाध्याये क्षेत्रं कथितं तेन वपरेखोपरि अपरेखा लम्बस्तथा वफरेखोपरि अफरेखा लम्बः । अतः अपवं जात्यम् । अवफं जात्यम् । एतयोः अवरूपकर्णैकत्वाद्भुजसाम्यात् कोटिसाम्यं तेन अप,अफरेखे तुल्ये वृत्तसंपातरेखे जाते । एवं अकच,अगचजात्ये तुल्ये तदा अक,अगरेखे समाने जाते तुल्याभ्यां तुल्यशोधनेन कप,गफरेखे समाने जाते । अथ अक,अगरेखयोः साम्याद्वृत्तबहिःस्थाभीष्टबिन्दुतो रेखे वृत्तोभयप्रदेशलग्ने वृत्तसंपातरेखास्वरूपे तुल्ये एव भवत इति सिद्धम् । तेन हप,हनरेखे तुल्ये तथा सत,सगरेखे तुल्ये जाते । एवं सन,सफरेखे तथा हक,हतरेखे च तुल्ये जाते । अथ सफ,गसरेखायोगे गफरेखा तदा तत्तुल्यसन,सतरेखायोगः कपरेखातुल्यः सिद्धः । अयं कहतुल्येन हतेन हीनः शेषं हपरेखामानं सन १ सत १ हत १ । एवं हत,सतयोगे हसरूपे सनहीनशेषं हनरेखामानं हत १ सत १ सन १ । हप,हनमानयोस्तुल्यत्वात् तद्योगे जातं (सत २) द्विगुणसतरेखातुल्यं द्विगुणहनरेखामितं च तदा तदर्धे च तुल्ये तेन हन,सतरेखे समाने । अर्थात् हप,हन,सत,सग,रेखा मिथस्तुल्याः सिद्धाः । अथ असहत्रिभुजान्तर्गतानि त्रीणि लघुत्रिभुजानि तत्रैकं अचहं द्वितीयं चहसं तृतीयं असचं एषां भूमिषु प्रकृतभुजरूपासु लम्बो वृत्तव्यासार्धेन कचमितेन तुल्य एव तत्र लम्बगुणं भूम्यर्धं फलमिति अह,हस,सअभूमीनामर्धं कचगुणं फलानि तद्योग एव असहत्रिभुजफलम् । अतः सर्वभुजयोगार्धं कचगुणं फलं स्यादिति सिद्धम् । अत्र अक,अगयोः हक,हतयोः गस,सतयोः योगदलानि अक,कह,हपमितानि तद्योगः अपरेखा सर्वभुजयोगार्धमिता सिद्धा । अक,अग,हक,हत,गस,सतरेखाणां योगस्य भुजत्रययोगरूपत्वात् । अत्र अपरेखा कचरेखाहता, अहसत्रिभुजफलमस्तीति सिद्धम् । अथ हक,हतयोर्वृत्तसंपातरेखयोरुपरि कचा तचरेखे तुल्ये लम्बौ तेन हकच,हतचजात्ये तुल्ये तदा कहच,चहतकोणौ,

तुल्यौ कहतकोणार्धमितौ कहतकोणोनभार्धांशा एव सहपकोणस्तदर्धरूपौ वहप,वहनकोणौ वर्त्तेते तुल्यावेव । हपव,हनवजात्ययोस्तुल्यत्वात् । अत्र कोणोनभार्धांश (को १ रू १८०) दलं को $\frac{1}{2}$ रू ९० कोणार्धकोटिमितं तेन कहत-कोणार्धस्य कहचकोणस्य कोटिः वहपकोणस्तदा कहचकोणतुल्यः पवहकोणः स्यात् । एककोणकोटेः परकोणसाम्यं जात्ये भवत्येवेति नियमात् । अतः ह-ककोटिः कचभुजः हचकर्ण इत्येकं तथा पवकोटिः पहभुजः हवकर्ण इति द्वितीयमेते सजातीये जाते । अतः कचभुजे कहकोटिस्तदा पहभुजे केति पवकोटिर्लभ्यते । अत्र कह,हपघातो हि कच,पवघाततुल्यः कह·हप=पव·कच एवं अकच,अपवजात्ये प्रत्यक्षं सजातीये तत्र अककोटौ कचभुजस्तदा अप-कोटौ क इति पवभुजः स्यादत्र पव,अकघातः कच,अपघाततुल्यः । पव·अक= कच·अप । अत्र पूर्वं अप,कचघातः फलमिति सिद्धं तदा पव,अकघातश्च फल-मेव द्वयोर्घाते तु फलवर्गस्तदा पव,अक,कच,अपरेखाणां घातः फलवर्गस्तत्र स्वेच्छया पव,कचघातः अक,अपघातः कृतः फलाविशेषात् । पव·कच·अक· अप । अत्र पूर्वं पव,कचघातः कह,हपघाततुल्य इति सिद्धमस्ति तेन कह, ह-प,अक,अपघात एव फलवर्गत्वेन स्वीकृतः । कह·हप·अक·अप । अत्र सर्वभुजयो-गार्धं अपमितं अहभुजोनं शेषं हपरेखा तथा अपरेखाया हसभुजशोधनेन शिष्टा अकरेखा सत,तहतुल्ययोः पह,हकरेखयोः अपरेखायाः शोधनात् । एवं अस-भुजखण्डे अग,गसमिते तत्तुल्ये अक,हपमिते तयोः अपरेखायाः शोधनात् कहरेखा शिष्टा । एवं सर्वभुजयोगदलं भुजैरूनं शेषत्रयं सिद्धं चतुर्थं तु सर्व-भुजयोगदलमितं तेषां घातः फलवर्गस्तन्मूलं फलमित्युपपन्नं यथोक्तम् ॥

$$\left(\begin{array}{l} \text{अप १ अह १} = \text{हप १} \\ \text{अप १ हस १} = \text{अक १} \\ \text{अप १ अस १} = \text{कह १} \\ \text{अप १} \qquad = \text{अप १} \end{array}\right)$$

अथान्यथोपपत्तिः । (४५ क्षेत्रं द्र०) अवसत्रिभुजे वअभुजस्तथा वर्धितो यथा असभुजतुल्या अहरेखा स्यात् हसरेखा वर्धिता हदरेखा जाता तदुपरि वदलम्बः कार्यः । हदरेखासमानान्तरा अकरेखा तथा वदरेखासमानान्तरा सपरेखा अखरेखा च । अत्र अह,असरेखयोस्तुल्यत्वेन अह-स,असहकोणौ तुल्यौ तथा खस,अनरेखे समानान्तरे असरेखया छिन्ने तेन असह,सअनकोणौ तुल्यौ तदा अहसकोणेन सअनकोणस्तुल्यः । एवं हस,अन-रेखे समानान्तरे हवरेखया छिन्ने तेन अहस,नअतकोणौ तुल्यौ । अतः सअ-न,नअतकोणौ तुल्यौ जातौ तयोः प्रत्येकं अहसकोणसाम्यात् । अथ अतस-त्रिभुजे अनलम्बेन भूम्यर्धं सनरेखामितं गुणितं फलं सन·अन । सअन,नअत-

कोणसाम्येन अनभुजसाम्येन अतन,असनजात्ये तुल्ये तदा तन,सनरेखे सत-रेखार्धतुल्ये एव । एवं वतसत्रिभुजे सतरेखैव भूमिस्तदर्धं सनमितं वपलम्ब-मितया कनरेखया गुणितं फलं फलयोर्योगे तु कन,अनयोगः अकरूपः सनगुणस्तदा अवसत्रिभुजफलं अक·सन,। वतस,अतसत्रिभुजयोर्योगस्य अवस-त्रिभुजत्वात् । अथ अनस,अकवजात्ये सजातीये द्वयोः सअन,कअवकोणसा-म्यात् । अतः सनभुजेन अनभुजस्य या निष्पत्तिः सैव वकभुजेन अकभुजस्य निष्पत्तिरिति न्यासः । सनः अन :: वकः अक। अत्र अक,सनघातः वक,अन-घाततुल्यस्तेन वक,अनघातश्च अवसत्रिभुजफलमिति अकः सन = वकः अन । अथ वहसत्रिभुजे वदलम्बः हद,सदे आबाधे तयोर्योगो द्विगुणः अकतुल्यः अक २ अन्तरं द्विगुणअनतुल्यं अन २। द्वयोर्घातः वह,वसभुजयोर्योगान्तरघा-तसमः सर्वत्र त्रिभुजे आबाधायोगान्तरघातस्य भुजयोगान्तरघातसमत्वात् । तत्र वहरेखा अव,असयोर्योगमिता सा वसरूपभूम्या युतोना तयोर्घात इति अवसत्रिभुजे भुजयोगो भूम्यूनयुतस्तयोर्घातः द्विगुणयोः अक,अनयोर्घातसम इति फलितम् । एवं वतसत्रिभुजे वपलम्बः वसवतौ भुजौ सप,तपमिते आ-बाधे । अनयोर्योगो द्विगुणवकतुल्यः । अन्तरं द्विगुणसनतुल्यं तयोर्घातो २ वक × २ सन भुजयोर्योगान्तरघातसमस्तत्र वतरेखा अस,अवयोरन्तरं तेन वसरूपभूमेर्युतोनघातः स च अवसत्रिभुजे भुजान्तरोनयुतभूमिघातः द्विगुणयोः वक,सनयोर्घातेन तुल्य इति सिद्धम् । अत्र पूर्वं वक,अनघातः अक,सनघात-तुल्यः फलं तत्र द्विगुणयोर्घातश्चतुर्गुणफलम् । २ वक × २ अन = २ अक २ सन = ४ फ अत्र अवसत्रिभुजे भुजयोगो भूमियुतोनस्तयोर्घातेन चतुर्गुणफ-लस्य या निष्पत्तिः सैव चतुर्गुणफलेन भुजान्तरोनयुतभूम्योर्घातस्य निष्पत्ति-स्तद्यथा । प्रथमखण्डेन २ अक × २ अन द्वितीयखण्डम् २ अक × २ सन भक्तं

लब्धं $\left\{\begin{matrix}\text{सन १}\\ \text{अन १}\end{matrix}\right\}$ द्वितीयखण्डतुल्येन तृतीयखण्डेन २ वक × २ अन चतुर्थख-

ण्डम् २ वक × २ सन भक्तं तदेव $\left\{\begin{matrix}\text{सन १}\\ \text{अन १}\end{matrix}\right\}$ अत एषां निष्पत्तिखण्डानां

न्यासः । भुजयोगस्य भूम्यूनयुतस्य घातः १ चतुर्गुणफलं २ चतुर्गुणफलं ३ भुजा-न्तरोनयुतभूम्योर्घातः ४ एषां चतुरपवर्त्तनं कृतं तदा द्वितीयतृतीयघातः फल-वर्गः प्रथमचतुर्थघाततुल्यः । तत्रप्रथमे भुजयोर्योगार्धं अव $\frac{1}{2}$ अस $\frac{1}{2}$ भूम्यर्धहीन-युतं अव $\frac{1}{2}$ अस $\frac{1}{2}$ वस $\frac{\dot{1}}{2}$। अव $\frac{1}{2}$ अस $\frac{1}{2}$ वस $\frac{1}{2}$ एवं चतुर्थे भुजयोरन्तरार्धेन अव $\frac{1}{2}$ अ-स $\frac{\dot{1}}{2}$ भूम्यर्धे हीनयुतं अव $\frac{\dot{1}}{2}$ अस $\frac{1}{2}$ वस $\frac{1}{2}$। अव $\frac{1}{2}$ अस $\frac{\dot{1}}{2}$ वस $\frac{1}{2}$ एषां घातः फलवर्ग-

स्त्रीमानि सर्वभुजयोगदलेन चतुःस्थितेन भुजैर्हीनेन समानीति तद्घतेर्मूलं फलमित्युपपन्नं यथोक्तम् ।

अथान्ययोपपत्तिः । (४६ क्षेत्रं द्र०) तत्र अगकत्रिभुजे अगरेखा वर्धिता अक-तुल्या असरेखा स्यात् । अकरेखायां अगतुल्यं अरखण्डं पृथक् कार्यं रगरेखा कार्या कसरेखा च कार्या । तदुपरि अचिन्हाल्लम्बः अफरेखा स्यात् । रग-रेखालम्बसंयोगे लचिन्हं । अथ सकरेखावर्द्धने लरतुल्या कपरेखा स्यात् । लप-रेखा च कार्या । तद्रेखाअकभुजसंपातगतमचिन्हात् मपव्यासार्धेन लफपं वृत्तं कार्यं वृत्तपाल्यवधि अकभुजो वर्धितस्तदा अछरेखा जाता । अकरेखावृत्तसंयोगे नचिन्हं कार्यं लम्बसमानान्तरा गतरेखा च कार्या । अत्र अक,असरेखयोः साम्यात् तथा अर,अगरेखयोः साम्यात् कसरेखासमानान्तरा रगरेखा जाता । अनयो-र्लम्बसंपातेनार्धीकरणं तेन रल,लगरेखे तुल्ये तथा कफ,फसरेखे च तुल्ये जाते समद्विबाहुकत्रिभुजे भूम्यर्ध एव लम्बपातात् । अथ लगरेखातुल्या पकरेखा जाता तस्या रलतुल्यतया कृतत्वात् । अत्र रग,पसरेखयोः समानान्तरयोर्गते लग,पकरेखे समानान्तरे सिद्धे । तयोस्तुल्यतया समानान्तरतया च तत्प्रान्त-गते लप,गकरेखे तुल्ये समानान्तरे च सिद्धे (रे·प्र·क्षे ३३) तदा लकक्षेत्रं तिर्यगायतं जातम् । अथ लपतुल्या नछरेखा वृत्तव्यासत्वात् । अतः गकतुल्या नछरेखा जाता तदर्धे मकेन्द्रमस्ति । अत्र लरम,मपकत्रिभुजयोः क्रमेण लम-र,पमककोणौ तुल्यौ संमुखगतत्वात् । एवं रग,पसरेखे समानान्तरे लपरेखया छिन्ने तेनैकान्तरगतौ मलर,मपककोणौ च तुल्यौ जातौ । अत्र लम,मपरेखे च वृत्तव्यासार्धमिते तुल्ये । अतः कोणद्वयसाम्याद्भुजैकसाम्याच्च शेषभुजयोः साम्यम् । (रे·प्र·क्षे २६) अतः रम,मकरेखे तुल्ये रल,पकरेखे च तुल्ये सिद्धे । अथ अकभुजे अगतुल्यअरशोधनाच्छेषं रकरेखा तदर्धं रमरेखा तस्यां अररेखा-योजनेन अमरेखा जाता सा तु अक,अगभुजयोगार्धमिता सिद्धा । अन्तरार्ध-युतलघुराशिरेव लघुबृहद्राशियोगार्धमिति प्रसिद्धिः । अथ गकभुजमिता नछ-रेखा तदर्धं मछरेखा तस्यां अमरेखा योजिता तदा अछरेखा जाता सर्वभु-जयोगार्धमितेति अछरेखाया अकभुजशोधनाच्छेषं कछरेखा अछ—अक=कछ । एवं अछरेखाया गकभुजतुल्यनछरेखाशोधनाच्छेषं अनरेखा अछ—गक=अन । एवं अछरेखाया अगभुजतुल्यअररेखाशोधनाच्छेषं रछरेखा तत्तुल्यैव कनरेखास्ति रम,मकरेखे तुल्ये एते छम,मनरेखाभ्यां तुल्याभ्यां युते रछ;कनरेखे तुल्ये एव स्तः । अछ — अग = कन । एवं सर्वभुजयोगदलं चतुःस्थितं बाहुभिर्विरहितं शेषाणां न्यासः । अछ १ कछ २ अन ३ कन ४ । अथ त्रिभुजफलार्थं लम्बभूम्यर्ध-

योर्घातः कर्त्तव्य इति अकसत्रिभुजे सकभूम्यर्धं कफरेखा सा अफगुणा फलमिति । अफ × कफ । अथ गकसत्रिभुजे भूम्यर्धं कफरेखा सा गतलम्बगुणा फलम् । गत × कफ । अत्र अफरेखाया गततुल्यलफशोधनाच्छेषं अलरेखा सा कफगुणा तदा अकगत्रिभुजफलम् । अल × कफ । अकसत्रिभुजे गकसत्रिभुजशोधनाच्छेषं अकगत्रिभुजक्षेत्रं तेन तत्फलयोरन्तरमेवास्य फलमिति सुगमम् । अथ अफकजात्यं अलरजात्यं मिथः सजातीयं द्वयोः कोणत्रयसाम्यात् । अत्र रलरेखया लअरेखाया या निष्पत्तिः सैव कफरेखया अफरेखाया निष्पत्तिः । रलः अल = कफः अफ । अत्र रल,अफघातः अल,कफघातसमस्तत्र अल,कफघातस्तु फलं तेन द्वयोर्घातः फलवर्गः रल × अफ × अल × कफ = फ² ॥

अथान्यथा फलवर्गः साध्यते । तत्र वृत्तबहिःस्थात् अचिह्नात् द्वे अछअफरेखे वृत्तपालिपर्यन्तं गते ते द्वे वृत्तबहिःस्थस्वखण्डाभ्यां अन,अलरेखाभ्यां हते समे एव भवतः (रे·अ ३ क्षे ३५) अतः अफ,अलघातः अछ,अनघातसमः अफ × अल = अछ × अन । एवं पफ,नछरेखे वृत्तपूर्णज्ये तद्योगजनितखण्डयोर्घातस्तुल्यः (रे·अ·तृ·क्षे ३६) अतः छक,कनघातः पक,कफघातसमः तत्र पकतुल्या रलरेखा । अतः रल,कफघात इति न्यासः । छक × कन = रल× कफ । अथास्य पूर्वलिखितस्य अछ × अन = अफ × अल । परखण्डानां घातः रल × कफ × अफ × अल फलवर्गोऽस्ति वा पूर्वखण्डानां तत्समानां घातः छक × कन × अछ × अन फलवर्गः । एतानि सर्वभुजयोगदलेन भुजोनेन समानानीति तद्घातिमूलं अकगत्रिभुजफलमित्युपपन्नं यथोक्तम् ॥

अथ गणितेनोपपत्तिः । अत्र भुजौ प्रथमद्वितीयसंज्ञौ भूमिस्तु भूसंज्ञा तत्र भुजयोर्वर्गान्तरं भूभक्तं तेन भूर्युता दलिता जाता बृहदाबाधा

$\frac{\text{प्रव १ द्विव १̇ भूव १}}{\text{भू २}}$ । अस्या वर्गेण प्रथमभुजवर्गो हीनः शेषं लम्बवर्गः ।

$\frac{\text{(प्रव १ द्विव १̇ भूव १) व १̇ प्रव·भूव ४}}{\text{भूव ४}}$ । अयं भूम्यर्धवर्गेण भूव $\frac{1}{4}$ गुणितस्तदा

गुणहरयोः समयोर्नाशे जातः फलवर्गः $\frac{\text{प्रव·भूव ४ (प्रव १ द्विव १̇ भूव १) व १̇}}{\text{१६}}$ ।

अत्रांशस्थाने प्रथमखण्डमूलम् । प्र·भू २ । द्वितीयखण्डमूलम् (प्रव १ द्विव १̇ भूव१) तेन मूलयोर्वर्गान्तरमंशस्थाने फलितं वर्गान्तरं तु योगान्तरघातसमं तेन मूलयोर्योगः प्र·भू २ प्रव १ द्विव १̇ भूव १ । अन्तरम् प्र·भू २ प्रव १̇ द्विव १ भूव १̇ अनयोर्घातः कर्त्तव्योऽस्ति तत्र योगस्वरूपे प्रव १ प्र·भू २ भू·व १ द्विव १̇ खण्डत्रयमूल-

म् । प्र १ भू १ चतुर्थखण्डमूलम् द्वि १ अनयोर्वर्गान्तरं योगस्वरूपमिदमपि योगान्तरघातमितं तेन मूलयोर्योगः प्र १ भू १ द्वि १ । अन्तरम् प्र १ भू १ द्वि १̇ अनयोर्घातः पूर्वयोगस्वरूपमितः सिद्धः । एवं पूर्वकृतान्तरं प्र·भू २ प्रव १̇ द्विव १ भूव १̇ क्रमेण लिखितं प्रव १̇ प्र·भू २ भूव १̇ द्विव १ अत्र खण्डत्रयमूलमिदं गृहीतम् । प्र १ भू १̇ चतुर्थखण्डमूलम् द्वि १ अत्राद्यमूल प्र १ भू १̇ वर्गेण प्रव १ प्र·भू २̇ भूव १ द्वितीयमूलवर्गो द्विव १ हीनश्चेत् तदा संशोध्यमानं स्वमृणत्वमेतीत्यादिना पूर्वकृतान्तरस्वरूपं भवति । प्रव १̇ प्र·भू २ भूव १̇ द्विव १ अत एतत्स्थाने मूलयो प्र १ भू १̇ । द्वि १ रनयोर्वर्गान्तरं गृहीतं तदपि योगान्तरघातसममिति मूलयोर्योगः प्र १ भू १̇ द्वि १ । अन्तरम् । प्र १̇ भू १ द्वि १ अनयोर्घातः पूर्वकृतान्तरस्वरूपतुल्यः सिद्धः । अतः पूर्वकृतयोगान्तरस्वरूपसिद्धयोर्न्यासः प्र १ भू १ द्वि १ । प्र १ भू १ द्वि १̇ । प्र १ भू १̇ द्वि १ । प्र १̇ भू १ द्वि १ एषां घातः फलवर्गांशस्थाने सिद्धः । अत्र हरः षोडशमितः स च चतुःस्थानस्थानां २ । २ । २ । २ द्विमितानां घातस्तेन सिद्धानामधो द्वयं हरः कृत एवं न्यासः प्र १/२ भू १/२ द्वि १/२ प्र १/२ भू १/२ द्वि १̇/२ | प्र १/२ भू १̇/२ द्वि १/२ | प्र १̇/२ भू १/२ द्वि १/२ एषां घातः फलवर्गस्तत्र सर्वभुजयोगदलं चतुःस्थितं भुजैरूनं तन्मितान्येव खण्डानि तद्घातमूलं फलमित्युपपन्नं यथोक्तम् । अत्र फलवर्गांशस्थाने सिद्धानि खण्डानि प्र १ भू १ द्वि १ | प्र १ भू १ द्वि १̇ | प्र १ भू १̇ द्वि १ | प्र १̇ भू १ द्वि १ एषां घातमूलं हर १६ मूलेन ४ भक्तं तदा फलं तेन कृतघातमूलं चतुर्गुणफलस्वरूपं सिद्धमिति । अतः फलवर्गांशस्थाने पूर्वसिद्धोऽय प्रव·भूव ४ (प्रव १ द्विव १̇ भूव १) व १̇ मपि चतुर्गुणफलतुल्यः सिद्ध इति ॥

अथ कोणज्यानयनं प्रकारान्तरेण तत्र कोणकोटिज्यात्रिज्यावर्गान्तरं कोणज्यावर्गोऽथवा कोटिज्यात्रिज्यायोगः कोटिज्यात्रिज्यान्तरेण गुणितो ज्यावर्गस्तत्र कोणकोटिज्यानयनं पूर्वकृतरीत्या यथा (४७ क्षेत्रं द्र·) । अत्र जाता आकोणकोटिज्या । (प्रव १ द्विव १̇ भूव १) त्रि १ / प्र·भू २ । इयं त्रिज्यायुता ।

(प्रव १ द्विव १̇ भू·व १ प्र·भू २) त्रि १ / प्र·भू २ । अत्र भाज्यस्थले गुणकस्त्रिज्यारूपस्तावत् पृथक् कृतस्तदा फलवर्गोपपत्तौ प्रथममूलयोर्योग प्र·भू २ प्रव १ द्विव १̇ भूव १ स्वरूपेण तुल्य एव । एवं कोणकोटिज्योना त्रिज्या (प्रव १̇ द्विव १ भूव १̇ प्र·भू २) त्रि १ / प्र·भू २ ।

अत्रापि त्रिज्या गुणकः पृथक् कृतस्तदा पूर्वकृतमूलयोरन्तरस्वरूपेण तुल्यः । अतः प्रागुक्तयुक्त्या भाज्यस्थले चतुर्गुणफलवर्गस्त्रिज्यावर्गगुणित इति सिद्धम् । (प्र १ भू १ द्वि १)(प्र १ भू १ द्वि १̇) त्रि १ । (प्र १ भू १̇ द्वि १)(प्र १̇ द्वि १ भू १) त्रि १ । एतन्मूलं चतुर्गुणफलं त्रिज्यागुणमिति सिद्धम् । इदं हरेण भाज्यं तत्र कोटिज्यायुतत्रिज्यास्थले हरः कोटिज्योनत्रिज्यास्थले हरस्तयोर्घाते हरवर्गस्तत्र भाज्यस्थाने मूलग्रहणाद्धरस्थाने हरवर्गमूलं हर एव तेन चतुर्गुणफलं त्रिज्यागुणं हरभक्तं कोणज्या जाता $\frac{४ फ \times त्रि}{२ प्र \cdot भू}$ । अथ भुजभूघातखण्डं तन्मध्यकोणज्यया गुणमिति पक्षेन भुजभूघातार्द्धम् । प्र·भू $\frac{१}{२}$ तन्मध्यकोणज्यया गुणितं त्रिज्याभक्तम् । $\left\{\frac{४ फ \times त्रि \times प्र \cdot भू}{४ प्र \cdot भू \times त्रि}\right\}$ । जातं फलम् । एतौ भाज्यहरौ भुजभूमिघातेन चतुर्भिस्त्रिज्यया चापवर्त्तितौ फ १ तदा फलमेव सिद्धम् ।

द्विघ्या भुजद्वयाहत्या त्रिज्याब्धिघ्नफलं हृतम् ।
भुजान्तर्गतकोणज्यामानमेवं प्रकीर्त्तितम् ॥

अथ त्रिभुजबहिर्लग्नवृत्तव्यासार्धानयनं प्रकारान्तरेण तत्र बीजगणितरीत्या कोणकोटिज्यानयने प्रथमद्वितीयभुजार्धसंबन्धिचापयोगज्या भूम्यर्धसमेति पूर्वमुक्तं ततो भुजौ प्रथमद्वितीयसंज्ञौ भूमिस्तु भूसंज्ञा । अत्र इंग्रेजीरीत्या धनर्णगुणवर्गमूलादिचिह्नैर्बीजरीत्या प्रदर्श्यते । एकचापज्या $\frac{प्र}{२}$ तत्कोटिज्या= $\sqrt{\frac{४ त्रि^{२} - प्र^{२}}{४}}$ । एवमन्यचापज्या $\frac{द्वि}{२}$ । तत्कोटिज्या $\sqrt{\frac{४ त्रि^{२} - द्वि^{२}}{४}}$ ।

अत्र दोर्ज्ये मिथः कोटिज्यागुणे त्रिज्याभक्ते तयोर्योगश्चापयोगज्या सा भूम्यर्धतुल्येति पक्षयोर्हरस्थानीयत्रिज्यानाशे जातौ पक्षौ

$$\sqrt{\frac{४ प्र^{२} त्रि^{२} - प्र^{२} द्वि^{२}}{१६}} + \sqrt{\frac{४ द्वि^{२} त्रि^{२} - प्र^{२} द्वि^{२}}{१६}} = \frac{१}{२} त्रि \cdot भू$$ समशोधनात् पक्षौ

$$\frac{१}{२} त्रि \cdot भू - \sqrt{\frac{४ प्र^{२} त्रि^{२} - प्र^{२} द्वि^{२}}{१६}} = \sqrt{\frac{४ द्वि^{२} त्रि^{२} - प्र^{२} द्वि^{२}}{१६}}$$ द्वयोर्वर्गौ $\frac{१}{४}$ त्रि^{२} भू^{२}

$$-\sqrt{\frac{\text{४प्र}^2\text{त्रि}^4\text{भू}^2-\text{प्र}^2\text{द्वि}^2\text{त्रि}^2\text{भू}^2}{\text{१६}}}+\frac{\text{४प्र}^2\text{त्रि}^2-\text{प्र}^2\text{द्वि}^2}{\text{१६}}=\frac{\text{४द्वि}^2\text{त्रि}^2-\text{प्र}^2\text{द्वि}^2}{\text{१६}}$$

पक्षयोस्तुल्या $-\frac{\text{प्र}^2\text{द्वि}^2}{\text{१६}}$ पगमे न्यासः $\frac{\text{१}}{\text{४}}\text{त्रि}^2\text{भू}^2$

$$-\sqrt{\frac{\text{४प्र}^2\text{त्रि}^4\text{भू}^2-\text{प्र}^2\text{द्वि}^2\text{त्रि}^2\text{भू}^2}{\text{१६}}}+\frac{\text{प्र}^2\text{त्रि}^2}{\text{४}}=\frac{\text{द्वि}^2\text{त्रि}^2}{\text{४}}$$ पुनः समशोधनात् पक्षयोर्न्यासः । $\frac{\text{१}}{\text{४}}\text{त्रि}^2\text{भू}^2+\frac{\text{प्र}^2\text{त्रि}^2}{\text{४}}-\frac{\text{द्वि}^2\text{त्रि}^2}{\text{४}}=\sqrt{\frac{\text{४प्र}^2\text{त्रि}^4\text{भू}^2-\text{प्र}^2\text{द्वि}^2\text{त्रि}^2\text{भू}^2}{\text{१६}}}$

अथवा त्रिज्याचतुर्थांशेनापवर्तनात् सिद्धौ पक्षौ $\text{त्रि}(\text{भू}^2+\text{प्र}^2-\text{द्वि}^2)=\sqrt{\text{४प्र}^2\text{त्रि}^2\text{भू}^2-\text{प्र}^2\text{द्वि}^2\text{भू}^2}$ अनयोर्वर्गौ $\text{त्रि}^2(\text{भू}^2+\text{प्र}^2-\text{द्वि}^2)^2=\text{४प्र}^2\text{त्रि}^2\text{भू}^2-\text{प्र}^2\text{द्वि}^2\text{भू}^2$ समशोधनाज्जातौ पक्षौ $\text{त्रि}^2\{\text{४प्र}^2\text{भू}^2-(\text{भू}^2+\text{प्र}^2-\text{द्वि}^2)^2\}=\text{प्र}^2\text{द्वि}^2\text{भू}^2$ मूलग्रहणाज्जातौ $\text{त्रि}\sqrt{\text{४प्र}^2\text{भू}^2-(\text{भू}^2+\text{प्र}^2-\text{द्वि}^2)^2}=\text{प्र}\cdot\text{द्वि}\cdot\text{भू}$ पक्षयोः $\sqrt{\text{४प्र}^2\text{भू}^2-(\text{भू}^2+\text{प्र}^2-\text{द्वि}^2)^2}$ अनेन भक्तयोः सिद्धं त्रिज्यामानम् $\text{त्रि}=\frac{\text{प्र}\cdot\text{द्वि}\cdot\text{भू}}{\sqrt{\text{४प्र}^2\text{भू}^2-(\text{भू}^2+\text{प्र}^2-\text{द्वि}^2)^2}}$ अत्रत्यो हरः $\sqrt{\text{४प्र}^2\text{भू}^2-(\text{भू}^2+\text{प्र}^2-\text{द्वि}^2)^2}$ अयं चतुर्गुणफलतुल्य इति पूर्वं त्रिभुजफलोपपत्तौ प्रदर्शितमतो भाज्यस्थो भुजत्रयघातश्चतुर्गुणफलभक्तस्तदा त्रिज्यामानमिदमेव त्रिभुजबहिर्लग्नवृत्तव्यासार्धमानम् । एतेन भुजानां संघातः श्रुतिगुणफलेनाथ विहृत इति पूर्वोक्तसूत्रमुपपन्नम् ।

अत्र लम्बभूमिघातार्धं फलं तच्चतुर्गुणं द्विगुणेन लम्बभूमिघातेन तुल्यम् । अनेन भुजत्रयघातो भक्तः $\frac{\text{प्र}\cdot\text{द्वि}\cdot\text{भू}}{\text{२ल}\cdot\text{भू}}$ भूम्यापवर्तितः $\frac{\text{प्र}\cdot\text{द्वि}}{\text{२ल}}$ तदा भुजयोर्घातार्धं लम्बभक्तं वृत्तव्यासार्धं भवतीति श्रीबापूदेवदैवज्ञैरुक्तम् ।

त्रिबाहुकबहिर्लग्नवृत्तव्यासदलं किल ।
भुजयोराहतेः खण्डाल्लम्बाप्तेन समं भवेत् ॥

अथान्यथा रेखागणितषष्ठाध्यायलिखितोपपत्तिः। (४८ क्षेत्रं द्र०) अकगं त्रिभुजं अछलम्बः अचं वृत्तव्यासः। अत्र अछगं जात्यं अकचं जात्यं अर्धवृत्ते त्रिभुजं जात्यमेव। अनयोः अगछ,अचककोणौ तुल्यौ द्वयोः कोणयोः कअचापसंमुखत्वात्। अत एते सजातीये तेन गअभुजेन अछलम्बस्य या निष्पत्तिः सैव अचव्यासेन अकभुजस्य निष्पत्तिः। गअ : लम्ब :: व्यासः अक। अतो भुजद्वयघातो लम्बव्यासघाततुल्यस्तेन भुजद्वयघातो लम्बभक्तो वृत्तव्यासस्तदर्धं वृत्तव्यासार्धमिति भुजयोराहतिः खण्डलम्बाप्तेन समं भवेदित्युपपन्नम्।

अथ प्रसंगाल्लम्बगुणं भूम्यर्धमित्यत्रोपपत्तिः। तत्र त्रिभुजे भूमिसमानान्तरा लम्बार्धे रेखा कार्या तदा (४९ क्षेत्रं द्र०) अपह,पचकजात्ये तुल्ये संमुखयोर्हकोणयोः साम्याल्लम्बार्धतुल्यभुजसाम्याच्च। एवं अपस,सछगजात्ये तुल्ये तत्रान्तर्लम्बक्षेत्रे हनक्षेत्रं अपहतुल्येन हचकत्रिभुजेन युतं तथा सनचतुर्भुजं अपसतुल्येन सछगत्रिभुजेन युतं चगक्षेत्रमायतं। अकगत्रिभुजसमम्। अत्रायतफलं तु लम्बार्धभूमिघातसमं तदेव त्रिभुजफलमिति। अथवा अनकजात्यफलं लम्बगुणितं बृहदाबाधार्धं तथा अनगजात्यफलं लम्बगुणितं लघ्वाबाधार्धं द्वयोर्योगे तु लम्बगुणितं भूम्यर्धं फलमिति। अथ बहिर्लम्बक्षेत्रेऽपि सकक्षेत्रं अपसतुल्येन सछगत्रिभुजेन युतं तदा चगक्षेत्रमायतमेवं सकक्षेत्रं अपहतुल्येन हचकत्रिभुजेन अहसत्रिभुजयुतेन युतं तदा अकगत्रिभुजं अपह,अहसक्षेत्रयोर्योगस्य सछगक्षेत्रतुल्यत्वात्। अतः अकगत्रिभुजं चगक्षेत्रायतेन तुल्यं सिद्धं तत्र लम्बार्धगुणभूमिमानं फलं तदेव त्रिभुजफलम्। अथवा अनगजात्यफलं लम्बगुणितं बृहदाबाधार्धं तत्र अनकजात्यफलं लम्बगुणितं लघ्वाबाधार्धं फलं जात्ययोरन्तरं अकगत्रिभुजं तेनाबाधार्धयोरन्तरं भूम्यर्धमितं लम्बगुणं फलमित्युपपन्नं यथोक्तम्॥

अथ चतुर्भुजक्षेत्रफलानयनम्।

कोणयोरभिमुखस्थयोर्युतेः
खण्डकोटिगुणवर्गसंगुणा।
सर्वबाहुहतिराद्यसंज्ञिका
सर्वदोर्युतिदलं चतुःस्थितम्॥
बाहुभिर्विरहितं च तद्वध-
श्चान्य आद्यरहितोऽस्य यत् पदम्।

तत् फलं तु विषमे चतुर्भुजे
ऽथान्यमूलमपि वृत्तमध्यगे ॥

अथोपपत्तिस्तत्र (५० क्षेत्रं द्र०) भुजाः अ, क, ग, घसंज्ञास्तथा कोणा आ, का, गा, घासंज्ञाः कर्णश्चसंज्ञस्तदा आकाघा, कागाघात्रिभुजयोः फलं तु भुजयोर्घाताधं तन्मध्यकोणज्यया गुणितमिति प्रागुक्तरीत्या सिद्धम् । तयोर्योगे तु स्वस्वकोणज्यागुणितयोर्भुजघातयोर्योगार्धमिति । $\frac{1}{2}$ (अघ·ज्याआ + कग·ज्यागा) = फ । इदं चतुर्भुजक्षेत्रफलमेतदर्थमुपायः । अत्र आकाघात्रिभुजे रूप १ त्रिज्यायां प्रोक्तरीत्या जाता आकोणकोटिज्या $\frac{अ^2 + घ^2 - च^2}{२ अघ}$ । कागाघाक्षेत्रे गाकोणकोटिज्या= $\frac{क^2 + ग^2 - च^2}{२ कग}$ । अथ आकोणकोटिज्या त्रिज्यया १ युता $\frac{अ^2 + २ अघ + घ^2 - च^2}{२ अघ}$ खण्डत्रयमूल (अ+घ) मिदं तेनैतद्वर्गात् चवर्गः शोध्य इति भाज्यस्थले सिद्धम् $\frac{(अ + घ)^2 - च^2}{२ अघ} = १ + कोज्याआ$ । एवं त्रिज्यया १ आकोणकोटिज्या हीना $\frac{- अ^2 + २ अघ - घ^2 + च^2}{२ अघ}$ अत्र भाज्ये खण्डत्रयस्य धनर्णव्यत्यासेन $अ^2 - २ अघ + घ^2$ मूलमिदम् । अ − घ । तेनैतद्वर्गः चवर्गाच्छोध्य इति सिद्धम् । $\frac{च^2 - (अ - घ)^2}{२ अघ} = १ - कोज्याआ$ एवं गाकोणकोटिज्या त्रिज्यायुता तत्स्वरूपं सिद्धम् । $\frac{(क + ग)^2 - च^2}{२ कग}$ तथा गाकोणकोटिज्योनत्रिज्यास्वरूपम् । $\frac{च^2 - (क - ग)^2}{२ कग}$ अथ आकोणकोटिज्यात्रिज्यायोगस्वरूपम् । $\frac{(अ + घ)^2 - च^2}{२ अघ}$ । अत्र भाज्ये हरभक्ते लब्धा आकोणकोटिज्या सा हरगुणिता भाज्यसमा जाता । २ अघ (१ + कोज्याआ) = (अ + घ)^2 − च^2 । इदं प्रथमम् । एवं गाकोणकोटिज्योनत्रिज्यास्थं हरगुणितफलं

भाज्यस्वरूपम् । २ कग (१ – कोज्यागा) = च^2 – (क – ग)^2 । इदं चतुर्थम् । तत्र प्रथमचतुर्थयोर्योगे धनर्णयोः चवर्गयोर्नाशे सिद्धम् । (अ + घ)^2 – (क – ग)^2 = २ अघ (१ + कोज्याआ) + २ कग (१ – कोज्यागा) । अत्र अघभुजयुतिवर्गात् कगभुजान्तरवर्गः शोध्य इति वर्गान्तरं योगान्तरघातसमं द्वयोर्योगः । अ + घ + क – ग । द्वयोरन्तरम् । अ + घ – क + ग । अनयोर्घातसमः पक्षः स यथा । (अ + क – ग + घ) (अ – क + ग + घ) = २ अघ (१ + कोज्याआ) + २ कग (१ – कोज्यागा) । एतौ पक्षौ तुल्यावतो द्विभक्तौ तदापि तुल्यावेव

$$\frac{\text{अ} + \text{क} - \text{ग} + \text{घ}}{२} \times \frac{\text{अ} - \text{क} + \text{ग} + \text{घ}}{२} = \frac{\text{अघ} \, (१ + \text{कोज्याआ})}{२} + \frac{\text{कग} \, (१ - \text{कोज्यागा})}{२}$$

अत्राद्यपक्षखण्डे तु सर्वभुजयोगार्धेन ससंज्ञेन ग,कभुजाभ्यां हीनेन तुल्ये ।

$$\frac{\text{अ} + \text{क} - \text{ग} + \text{घ}}{२} = \text{स} - \text{ग} \text{ । } \frac{\text{अ} - \text{क} + \text{ग} + \text{घ}}{२} = \text{स} - \text{क} \text{ । }$$

तत्समे परपक्षे प्रथमखण्डे कोटिज्यात्रिज्यायोगार्धं त्रिज्या १ गुणितं आकोणार्धकोटिज्यावर्गः सिद्धः । त्रिज्यकार्धमथ कोटिगुणार्धमितिज्योत्पत्तिसूत्रात् । अयं स्वगुणकेन अ,घभुजघातेन गुणित इति प्रथमखण्डम् । द्वितीयखण्डे गाकोणकोटिज्योनत्रिज्या तु तदुत्क्रमज्या सा त्रिज्यागुणा दलिता जातो गाकोणार्धज्यावर्गः । अयं स्वगुणगुणितो जातं द्वितीयखण्डम् । एवं न्यासः । (स – ग) (स – क) = अघ·कोज्या$^2 \frac{1}{2}$ आ + कग·ज्या$^2 \frac{1}{2}$ गा । इदं पञ्चमम् । अथ आकोणकोटिज्योनत्रिज्यास्यभाज्यसमः पक्षः । च^2 – (अ – घ)^2 = १ – कोज्याआ + २ अघ । इदं द्वितीयम् । तथा गाकोणकोटिज्यायुतत्रिज्यास्यभाज्यसमः पक्षः । (क + ग)^2 – च^2 = १ + कोज्यागा + २ कग । इदं तृतीयम् । द्वितीयतृतीययोर्योगे धनर्णयोर्नाशे सिद्धम् । (क + ग)^2 – (अ – घ)^2 = १ + कोज्यागा + २ कग + १ – कोज्याआ + २ अघ । अतः प्रागवत् सिद्धः षष्ठः । (स – अ) (स – घ) = अघ·ज्या$^2 \frac{1}{2}$ आ + कग·कोज्या$^2 \frac{1}{2}$ गा । अथ पञ्चमषष्ठयोर्गुणनात् सिद्धः सप्तमः खण्डचतुष्टयात्मकः । (स – अ) (स – क) (स – ग) (स – घ) = अ^2 घ^2 · ज्या$^2 \frac{1}{2}$ आ·कोज्या$^2 \frac{1}{2}$ आ + अकगघ·कोज्या$^2 \frac{1}{2}$ आ·कोज्या$^2 \frac{1}{2}$ गा + क^2 ग^2 · ज्या$^2 \frac{1}{2}$ गा·कोज्या$^2 \frac{1}{2}$ गा + अकगघ·ज्या$^2 \frac{1}{2}$ आ·ज्या$^2 \frac{1}{2}$ गा । अत्र प्रथमतृतीयखण्डयोर्मूले । अघ·ज्या $\frac{1}{2}$ आ·कोज्या $\frac{1}{2}$ आ । कग·ज्या $\frac{1}{2}$ गा·कोज्या $\frac{1}{2}$ गा । मूलयोर्वर्गयोगरूपे प्रथमतृतीयखण्डे वर्त्तेते ।

अथवा मूलयोर्युतिवर्गे मूलघातेन द्विगुणेन हीने मूलवर्गयोगः स्यात् तेन प्रथमतृतीयखण्डस्थले मूलयुतिवर्गग्रहणादवशिष्टद्वितीयचतुर्थखण्डयोगान्मूलघातो द्विगुणः शोधित एवं न्यासः । अकगघ·कोज्या$^2\frac{1}{2}$आ·कोज्या$^2\frac{1}{2}$गा − २ अकगघ·ज्या $\frac{1}{2}$ आ·कोज्या $\frac{1}{2}$ आ·ज्या $\frac{1}{2}$ गा·कोज्या $\frac{1}{2}$ गा + अकगघ·ज्या^{2} $\frac{1}{2}$ आ·ज्या$^2\frac{1}{2}$गा । एषां भुजचतुष्टयघातः समानगुणकस्तावत् पृथक् कृतस्तत्स्वरूपम् अकगघ (कोज्या$^2\frac{1}{2}$आ·कोज्या$^2\frac{1}{2}$गा − २ ज्या $\frac{1}{2}$ आ·कोज्या $\frac{1}{2}$ आ·ज्या $\frac{1}{2}$ गा·कोज्यागा + ज्या^{2} $\frac{1}{2}$ आ·ज्या$^2\frac{1}{2}$गा) । अस्य मूलं द्वितीयम् । कोज्या $\frac{1}{2}$ आ·कोज्या $\frac{1}{2}$ गा − ज्या $\frac{1}{2}$ आ·ज्या $\frac{1}{2}$ गा । अस्य द्वितीयमूलस्य वर्गो भुजचतुष्टयघातगुणित इति द्वितीयचतुर्थखण्डस्थाने सिद्धः । प्रथमतृतीयखण्डस्थाने पूर्वमूलयोर्युतिवर्गः सिद्ध एव। एवं न्यासः। (स − अ) (स − क) (स − ग) (स − घ) = (अघ·ज्या $\frac{1}{2}$ आ·कोज्या $\frac{1}{2}$ आ + कग·ज्या $\frac{1}{2}$ गा × कोज्या $\frac{1}{2}$ गा)^2 + अकगघ (कोज्या $\frac{1}{2}$ आ·कोज्या $\frac{1}{2}$ गा − ज्या $\frac{1}{2}$ आ·ज्या $\frac{1}{2}$ गा)^2 अत्रापि प्रथमद्वितीयखण्डे चापार्धभुजज्यातत्कोटिज्याघातस्त्रिज्या १ भक्तश्चापज्यार्धं स्यादिति पश्चात् तद्वर्गीकरणाद्वर्गचतुर्थांशः सिद्धः । $\frac{1}{4}$(अघ·ज्या आ + कग·ज्यागा)^2 तृतीयखण्डं तु आ,गाकोणयोश्चापयोगार्धकोटिज्यावर्गो भुजचतुष्टयघातगुणित इति। अकगघ·कोज्या$^2\frac{1}{2}$(आ + गा)। अत्रत्यपूर्वखण्डं तु पूर्वानीतफलस्य $\frac{1}{2}$(अघ·ज्याआ + कग·ज्यागा) वर्गरूपं तेन फलवर्गे तृतीयखण्डस्वरूपाधिकतास्ति तदपगमे फलवर्गसिद्धिरतोऽत्र (स − अ) (स − क) (स − ग) (स − घ) सर्वभुजयोगार्धानां भुजहीनानां चतुःस्थितानां घाते अन्यसंज्ञे कोणयोगार्धकोटिज्यावर्गस्य सर्वभुजघातगुणितस्य आद्यसंज्ञस्य शोध्यत्वं सिद्धम् । अथ चतुर्भुजे कोणचतुष्टययोगस्य चतुःसमकोणतुल्यत्वं त्रिभुजे कोणत्रययोगस्य समकोणद्वयतुल्यत्वेन चतुर्भुजस्य त्रिभुजद्वययोगरूपत्वात् । अतश्चतुर्भुजे कोणद्वययोगार्धेन हीना भार्धांशा एव शेषकोणद्वययोगार्धं भवति । तत्र चापज्या तु चापोनभार्धांशज्यातुल्यैव। प्रकृते आकोणगाकोणयोगार्धकोटिज्या तुल्यैव काकोणघाकोणयोगार्धकोटिज्या जाता । अतश्चतुर्भुजे संमुखकोणयोर्ज्ञाने भुजानां च ज्ञाने फलज्ञानार्थं यथोक्तमुपपन्नम् ॥

अथ वृत्तान्तर्गतचतुर्भुजे तु संमुखकोणयोर्योगो भार्धांशमितस्तदर्धं नवत्यंशास्तत्कोटिज्या शून्यं तेन भुजचतुष्टयघाते गुणिते शून्यमेव तेन हीने अन्यसंज्ञे विकाराभावस्तस्मादन्यमूलमेव तत्र फलमित्युपपन्नम् ॥

अथान्यथा वृत्तान्तर्गतचतुर्भुजफलोपपत्तिः । अत्रापि (५१ क्षेत्रं द्र॰) आका-

घात्रिभुजे आकोणकोटिज्या । $\frac{\text{अ}^2 + \text{घ}^2 - \text{च}^2}{२ \text{अघ}}$ एवं कागाघात्रिभुजे गा-

कोणकोटिज्या $\frac{\text{क}^2 + \text{ग}^2 - \text{च}^2}{२ \text{कग}}$ आकोणकोटिज्या $\frac{\text{अ}^2 + \text{घ}^2 - \text{च}^2}{२ \text{अघ}}$ अस्या

आकोणकोटिज्यया समीकरणे पक्षयोः समच्छेदीकृतयोः छेदापगमे न्यासः । $\text{अ}^2 + \text{घ}^2 - \text{च}^2 = २ \text{अघ} \times \text{कोज्या} \text{आ}$ । समशोधनात् पक्षौ । $\text{अ}^2 + \text{घ}^2 - २ \text{अघ} \times \text{कोज्या} \text{आ} = \text{च}^2$ । इदं चवर्गमानम् । एवं गाकोणकोटिज्यातोऽपि चवर्गमानम् । $\text{क}^2 + \text{ग}^2 - २ \text{कग} \times \text{कोज्या} \text{गा} = \text{च}^2$ । अत्र रेखागणिते तृतीयाध्याये एकविंशतित्ते वृत्तान्तर्गतचतुर्भुजे संमुखकोणयोर्योगः समकोणद्वयतुल्य इत्युक्तम् । अत आकोणोनभार्धांशा एव गाकोणः तज्ज्ये तत्कोटिज्ये च तुल्ये परन्तु द्वितीयपदे कोटिज्या ऋणमिति गाकोणकोटिज्या ऋणगता या सैव आकोणकोटिज्या जाता अतो गाकोणसंबन्धिचवर्गमाने । $\text{क}^2 + \text{ग}^2 - २ \text{कग} \times \text{कोज्या} \text{गा}$ । तृतीयखण्डमृणगुणितं तदा धनं द्विगुणकगभुजघात आकोणकोटिज्यागुणित इति सिद्धम् । $\text{क}^2 + \text{ग}^2 + २ \text{कग} \times \text{कोज्या} \text{आ}$ । इदं चवर्गमानं पूर्वानीतआकोणसंबन्धिचवर्गमानेन $\text{अ}^2 + \text{घ}^2 - २ \text{अघ} \times \text{कोज्या} \text{आ}$ सममिति समीकरणाल्लब्धं आकोटिज्यामानम् । $\frac{\text{अ}^2 + \text{घ}^2 - \text{क}^2 - \text{घ}^2}{२ (\text{अघ} + \text{कग})} = - \text{कोज्या} \text{गा}$ । साजात्यादुक्तरीत्या काकोणकोटिज्या । $\frac{\text{अ}^2 + \text{क}^2 - \text{ग}^2 - \text{घ}^2}{२ (\text{अक} + \text{गघ})} = - \text{कोज्या} \text{घा}$ । अत्र सिद्धा आकोणकोटिज्या त्रिज्यया रूपमितया १ युता । $\frac{\text{अ}^2 + २ \text{अघ} + \text{घ}^2 - \text{क}^2 + २ \text{कग} - \text{ग}^2}{२ (\text{अघ} + \text{कग})}$ । भाज्ये प्रथमखण्डत्रयमूलमिदम् । $\text{अ} + \text{घ}$ । तद्वर्ग एव खण्डत्रयस्वरूपः $(\text{अ} + \text{घ})$ शेषस्य धनर्णव्यत्यासे मूलम् । $\text{क} - \text{ग}$ । एतद्वर्गस्य ऋणत्वकल्पने शेषखण्डस्वरूपम् । $-(\text{क} - \text{ग})^2$ । एवं भाज्ये सिद्धम् । $(\text{अ}+\text{घ})^2 - (\text{क}-\text{ग})^2$ । इदं वर्गान्तरं योगान्तरघातसमं तेन द्वयोर्योगः । $\text{अ} + \text{घ} + \text{क} - \text{ग}$ । अन्तरम् । $\text{अ} + \text{घ} - \text{क} + \text{ग}$ । एते सर्वभुजयोगस्वरूपे । २स । द्विगुणाभ्यां ग, कभुजाभ्यां हीने जाते (२स − २ग) (२स − २क) अनयोर्घातः स्वहरेण भक्तः फलं आकोणकोटिज्यात्रिज्यायोगमितं जातम् । एवमाकोणकोटिज्योना त्रिज्या ।

$-\dfrac{\text{अ}^2-\text{घ}^2+\text{क}^2+\text{ग}^2+2\,\text{अघ}+2\,\text{कग}}{2(\text{अघ}+\text{कग})}$ अत्रापि भाज्यस्वरूपं सिद्धम् ।

$(\text{क}+\text{ग})^2-(\text{अ}-\text{घ})^2$ इदमपि वर्गान्तरं योगान्तरघातसमं तेन द्वयोर्योगान्तरे (क + ग + अ − घ), (क + ग − अ + घ) एते सर्वभुजयोगेन २ स। द्विगुणाभ्यां घ,अभुजाभ्यां हीनेन तुल्ये (२ स − २ घ), (२ स − २ अ) अनयोर्घातः स्वहरेण २ (अघ + कग) भक्तस्तु आकोणकोटिज्योनत्रिज्यास्वरूपः । कोटिज्यायुतोनत्रिज्ययोर्घातस्तु ज्यावर्गस्तेन तत्स्वरूपसिद्धघात आकोणज्यावर्गः (२ स − २ ग) (२ स − २ क) (२ स − २ घ) (२ स − २ अ) अत्र खण्डकेषु गुणो द्वयं तन्निष्काशने स्वरूपम् ।

$\left\{\begin{array}{l}2(\text{स}-\text{ग})\\2(\text{स}-\text{क})\\2(\text{स}-\text{घ})\\2(\text{स}-\text{अ})\end{array}\right\}$ अत्र सर्वभुजयोगार्धे ससंज्ञे भुजैर्हीने शेषाण्येव खण्डानि तेषां घातो गुणानां २।२।२।२। घातेन १६ गुणित इति सिद्धम् । अत्र हरयोर्घातो हरो जातः $4(\text{अघ}+\text{कग})^2$ भाज्यहरस्थगुणकौ चतुर्भिरपवर्त्तितौ तदा भाज्ये गुणकश्चतुर्मितः सिद्धः । $4(\text{स}-\text{ग})(\text{स}-\text{क})(\text{स}-\text{घ})(\text{स}-\text{अ})\,(\text{अघ}+\text{कग})^2$ अयं आकोणज्यावर्गस्तन्मूलं आकोणज्या ।

$\dfrac{2\sqrt{(\text{स}-\text{अ})(\text{स}-\text{क})(\text{स}-\text{ग})(\text{स}-\text{घ})}}{\text{अघ}+\text{कग}}$ अतः सर्वभुजयोगार्धं ससंज्ञं चतुःस्थानस्थितं स्वस्वभुजैरूनं शेषाणां घातमूलमन्यसंज्ञं तद् द्विगुणं अघयोर्घातेन कगभुजयोर्घातयुतेन भक्तं आकोणज्या भवतीति सिद्धम् । अथ अभुजघभुजघातार्धं आकोणज्यागुणं आकाघात्रिभुजफलम् । $\frac{1}{2}$ अघ·ज्याआ । तथाकभुज,गभुजघातार्धं गाकोणज्यातुल्यया आकोणज्यया गुणितं कागाघात्रिभुजफलम् । $\frac{1}{2}$ कग·ज्याआ । फलद्वययोगश्चतुर्भुजफलम् । $\frac{1}{2}$ अघ + कग + ज्याआ । अत्र अघ,कगयोगार्धं $\dfrac{\text{अघ}+\text{कग}}{2}$ पूर्वसिद्धया आकोणज्यया $\dfrac{2\,\text{अन्यमूल}}{\text{अघ}+\text{कग}}$ गुणितं तदा समयोर्हरगुणयोर्नाशे अन्यमूलमेव वृत्तान्तर्गतफलं जातमित्युपपन्नं यथोक्तम् ॥

अथ चतुर्भुजफलम् $\sqrt{(\text{स}-\text{अ})(\text{स}-\text{क})(\text{स}-\text{ग})(\text{स}-\text{घ})}$

इह चतुर्थभुजः शून्यमितस्तदा तच्चतुर्भुजं त्रिभुजत्वं याति तत्र फलम् ।
$\sqrt{\text{स (स − अ) (स − क) (स − ग)}}$। अत्र भुजत्रययोगार्धमेव ससंज्ञम् । स। एतेन पूर्वोक्तं त्रिभुजफलानयनमुपपन्नं त्रिभुजमात्रस्य वृत्तान्तर्गतत्वसंभवात् ॥

भुजसमासदलं हि चतुःस्थितं
निजभुजैः क्रमशः पृथगूनितम् ।
अथ परस्परमेव समाहतं
कृतिपदं चिचतुर्भुजयोः फलम् ॥

इति श्रीपत्युक्तमत एव संगच्छते । त्रिभुजचतुर्भुजयोर्वृत्तान्तर्गतयोः फलमिति तदभिप्रायो बोध्यः ।

अथ आद्यात्रिभुजे भुजद्वयघातार्धं आकोणज्यागुणं फलं तच्चतुर्गुणं भुजद्वयघातेन द्विगुणेन गुणा आकोणज्या । २ अघ·ज्याआ । अनेन भुजत्रयघातो भक्तः $\frac{\text{अघच}}{\text{२ अघ}}$ भुजघातेनापवर्त्तितः $\frac{\text{च}}{\text{२ ज्याआ}}$ इदं त्रिभुजबहिर्लग्नव्यासार्धं अर्थाद्वृत्तान्तर्गते त्रिभुजे सति व्यासार्धं ज्ञातम् । अस्यवर्गः $\frac{\text{च}^{2}}{\text{४ ज्याआ}^{2}}$

अथ पूर्वसिद्ध आकोणज्यावर्गश्चतुर्गुणः
$\frac{\text{१६ (स − अ) (स − क) (स − ग) (स − घ)}}{\text{(अघ + कग)}^{2}}$ अनेन वक्ष्यमाणसिद्धचवर्गमानं $\frac{\text{(अग + कघ) (अक + गघ)}}{\text{अघ + कग}}$ भक्तं लब्धं व्यासार्धवर्गमानं तुल्ययोर्गुणहरयोर्नाशात् संपन्नम् । $\frac{\text{(अग + कघ) (अक + गघ) (अघ + कग)}}{\text{१६ अन्य}^{2}}$ एतन्मूलं व्यासार्धम्

$\frac{\sqrt{\text{(अक + गघ) (अग + कघ) (अघ + कग)}}}{\text{४ फल}}$ अत्र अकघातः ग·घघातयुक्त एकः । तथा अ·गघातक·घघातयोगो द्वितीयः । तथा अ·घघातः क·गघातयुतस्तृतीयः । एषां घातमूलं चतुर्गुणफलेनभक्तं वृत्तव्यासार्धं भवतीति भुजचतु-

ष्टयसंबन्धेन सिद्धम् । अत इदमवगम्यते विषमचतुर्भुजमात्रं वृत्तान्तः कर्तुं शक्यते । अथ च भुजानां क्रमव्यत्यासेऽपि क्षेत्रफले विकाराभावः । किंतु कोणादिष्वेव विकारस्तथा यदि घभुजमानं शून्यं तदा कोणादीनां मानानि पूर्वानीतैस्त्रिभुजकोणादीनां मानैस्तुल्यान्येव भवन्तीति सिद्धम् ॥

अथ वृत्तान्तर्गतचतुर्भुजे कर्णानयनम् । तत्र त्रिभुजे पूर्वसिद्धा गाकोण-कोटिज्या $\frac{क^2 + ग^2 - च^2}{२ कग}$ इयं ऋणगता कृता । $-\frac{क^2 - ग^2 + च^2}{२ कग}$ । इयं आको-णकोटिज्यया $\frac{अ^2 \times घ^2 - च^2}{२ अघ}$ समा इति पक्षयोर्व्यपवर्तितहरयोः समच्छेदी-कृतयोः छेदापगमे न्यासः । $अघच^2 - अघक^2 - अघग^2 = कगच^2 - कगअ^2 - कगघ^2$ । समशोधनात् पक्षौ । $कगच^2 + अघच^2 = कगअ^2 + कगघ^2 + अघक^2 + अघग^2$ । पूर्वपक्षेण द्वितीयपक्षे भक्ते चवर्गमानं लभ्यत इति द्वितीयपक्षविचा-रस्तत्र वर्गस्थाने समद्विघात इति लिखितः । $कगअअ + कगघघ + अघकक + अघगग$ । अत्र प्रथमखण्डं $अग \times अक$ । चतुर्थखण्डं $अग \times गघ$ । द्वयोर्योगः । $अग\ (अक + गघ)$ एवं द्वितीयखण्डं $कघ \times गघ$ । तृतीयखण्डं $कघ \times अक$ । अनयोर्योगः $कघ\ (अक + गघ)$ अथ योगयोर्योगे सिद्धम् । $(अक + गघ) \times (अग + कघ)$ अयं द्वितीयपक्षः प्रथमपक्षभक्तस्तदा चवर्गमानं सिद्धम् । $\frac{(अग + कघ)\ (अक + गघ)}{अघ + कग}$ एवमनेन प्रकारेण द्वितीयकर्णसंमुखकोणकोटिज्ययोः $\frac{ग^2 + घ^2 - छ^2}{२ गघ} = \frac{अ^2 - क^2 + छ^2}{२ अक}$ साम्यकरणेन छवर्गमानं लभ्यते । $\frac{(अघ + कग)\ (अग + कघ)}{अक + गघ}$ । अनयोः कर्णवर्गयोर्घाते कर्त्तव्ये गुणहरयोरनयोः । $अघ + कग$ । तथानयोश्च । $अक + गघ$ । तुल्यत्वेन नाशे कृते जातम् । $(अग + कघ)\ (अग + कघ) = (अग + कघ)^2$ एतस्य मूलम् । $अग + कघ$ । कर्णघातसमं तेन भुजप्रतिभुजवधयोर्योगः कर्णघातसम इति सिद्धम् । एतेन ।

कर्णाश्रितभुजघातैक्यमुभयथाऽन्योन्यभाजितं गुणयेत् ।
योगेन भुजप्रतिभुजवधयोः कर्णौ पदे विषमे ॥

इति ब्रह्मगुप्तोक्तमानयनं वृत्तान्तर्गतचतुर्भुजपरमस्तीत्यवगम्यते। तथा ॥

वृत्तान्तःस्थचतुर्बाहुक्षेत्रे भूमिमुखाहतिः ।
भुजद्वयाहतियुता कर्णघातसमा भवेत् ॥

इति सम्राट्सिद्धान्तोक्तं चोपपन्नमिति श्रीबापूदेवदैवज्ञाः प्राहुः ।

अथान्यथात्रोपपत्तिः । (५२ क्षेत्रं द्र०) अइगकोणः कइउकोणतुल्यः कार्यः (प्र १ क्षे २३) तदा अइग,कइउकोणौ तुल्यौ एतौ गइककोणयुक्तौ तदा अइक,गइउकोणौ तुल्यौ जातौ अथ इकअ,इउगकोणौ च तुल्यौ । अइचापैकोपरिगतत्वात् (अ ३ क्षे २१) अतः अइक,इउगत्रिभुजे सजातीये जाते उभयोः कोणद्वयसाम्येन शेषकोणयोः सुतरां साम्यात् । अतः इउभुजेन उगभुजस्य या निष्पत्तिः सैव इकभुजेन कअभुजस्य निष्पत्तिः । इउः उग :: इकः कअ । अतः इउ·अकघातः इकउगघाततुल्यः इउ × अक = इक × उग। एवं अइग-इउकत्रिभुजयोः अइग,कइउकोणौ तुल्यौ कल्पितत्वात् । तथा इअग, इकउ-कोणौ तुल्यौ द्वयोः इउचापोपरिगतत्वात् । अतः शेषकोणौ च तुल्यौ तदा-द्वे सजातीये जाते तत्र इअभुजेन अगभुजस्य यानिष्पत्तिः सैव इकभुजेन कउ भुजस्य निष्पत्तिः। इअः अग :: इकः कउ । अत्र इअ·कउघातः इक·अगघात-समः। इअ × कउ = इक × अग। अत्र पूर्वसिद्धघातः। इउ × अक = इक × उग। योजितस्तदा इककर्णेन गुणितयोः अग,उगरेखयोर्योगो वा अग,उगयोगो अउ-कर्ण एव इककर्णगुणित इति सिद्धम्। तत्तुल्यस्वरूपयोर्योगः इअ × कउ × इउ × अक । भुजप्रतिभुजवधयोर्योगरूपः कर्णघातसम इति सिद्धम्। इयमुपपत्तिस्तु रेखागणितषष्ठाध्याये सिद्धान्तसम्राजि चोक्ता ।

अथ कर्णानयने वासना यथा । (५३ क्षेत्रं द्र०) वृत्तान्तर्गतचतुर्भुजे अ,क,ग, घभुजाः च,छकर्णौ । अत्र अ,गघातः क,घघातयुतः च,छघाततुल्यः अग + कघ = चछ । अत्र गचापघचापयोगपूर्णज्या छकर्णः तथा क,गचापयोगपूर्णज्या चकर्णः । अथ चतुर्भुजे भुजपरिवर्त्तनेन द्वितीयस्वरूपं तत्र अकघातः गघघा-तयुतः चकर्णजकर्णघातसमः। अक + गघ = चज। अत्र कगचापयोगपूर्णज्या पूर्व-तुल्या चकर्णः । तथा क·घचापयोगपूर्णज्या जकर्णः । एवं भुजपरिवर्त्तनेन तृतीयं क्षेत्रं तत्र अघघातः कगघातयुतः जछघाततुल्यः । अघ + कग = जछ । अत्र क·घचापयोगपूर्णज्या जकर्णः तथा ग,घचापयोगपूर्णज्या छकर्णः। एवं वृत्तान्तर्गतचतुर्भुजे भुजपरिवर्त्तनेन कर्णत्रयम्। च,छ,जसंज्ञमुत्पद्यते। अत्र द्वि-तीयसिद्धः कर्णघातः चज प्रथमसिद्धेन चछगुणितस्तृतीयसिद्धेन जछभक्तो जातः

$\frac{\text{अज} \times \text{चछ}}{\text{जछ}}$ तदा छतुल्ययोः जतुल्ययोश्च गुणहरयोर्नाशे सिद्धः चवर्ग एव ।

अतः कर्णघातस्थले भुजप्रतिभुजघातयोगस्वरूपाङ्गीकारेण चवर्गमानं सिद्धम् ।

$\frac{(\text{अक} + \text{गघ}) \times (\text{अग} + \text{कघ})}{\text{अघ} + \text{कग}} = \frac{\text{चज} + \text{चछ}}{\text{जछ}} = \text{च}^2$ एवं छकर्णवर्गमानम् ।

$\frac{\text{चछ} \times \text{जछ}}{\text{चज}} = \text{छ}^2 \; \frac{(\text{अघ} + \text{कग}) \times (\text{अग} + \text{कघ})}{\text{अक} + \text{गघ}}$ एतेन यत्कर्णज्ञानमभी-ष्टं तल्लग्नभुजयोर्घातयोगो हरः तदन्यकर्णलग्नभुजयोर्घातयोगो भाज्यः संमु-खस्थभुजयोर्घातयोगो गुणः कर्णवर्गज्ञानार्थमेतेन कर्णाश्रितभुजघातैक्यमिति सूत्रमुपपन्नम् ॥

———o———

॥ श्रीगणेशाय नमः ॥

॥ अथ गोलप्रकाशे गोलीयरेखागणितम् ॥

मनोनुकूले यमुनासुकूले
गोपीदुकूलेन विनोदमानम् ।
गतं कदम्बे सुखमाकदम्बे
सतां कदं वेणुधरं भजामि ॥ १ ॥
नीलाम्बरो मैथिलभूसुरोऽहं
सिद्धान्तसंभ्रान्तनिरस्तशङ्कम् ।
गोलस्वरूपावगमप्रकारं
गोलीयरेखागणितं प्रवच्ये ॥

तत्रादौ गोलरेखागणितस्य परिभाषाः ।

(१) अर्धवृत्तं स्वव्यासरेखोपरि भ्राम्यमाणं गोलमुत्पादयति ।

(२) तस्यार्धवृत्तस्य केन्द्रं गोलपृष्ठस्थितसर्वबिन्दुतस्तुल्यान्तरगतं भवति। अत एव तस्यार्धवृत्तस्य केन्द्रं गोलकेन्द्रं भवति ।

(३) येषां वृत्तानां धरातलं गोलकेन्द्रं भित्वा गच्छति तन्महद्वृत्तम् । अन्यल्लघुवृत्तम् ।

(४) गोलवृत्तक्षेत्रलम्बरेखा गोलवृत्तकेन्द्रगामिनी गोलोभयप्रान्तयोर्लग्ना तस्य गोलवृत्तस्य याम्योत्तररेखा ।

(५) तौ च गोलोभयप्रान्तौ वृत्तस्य ध्रुवबिन्दू पृष्ठकेन्द्रे वा स्याताम् ।

(६) गोलपृष्ठे बृहद्वृत्तस्य चापोभयप्रान्तौ बिन्दू तदन्तरं बिन्द्वोर्दूरत्वम् ।

(७) द्वयोर्बृहद्वृत्तचापयोः संपातेन गोलपृष्ठे गोलकोणो भवति स च तदीयक्षेत्रयोर्नमनेन मापितो भवति ।

(८) त्रिभिस्त्रिज्यावृत्तचापैरावृतं गोलपृष्ठोपरि यत् क्षेत्रं तच्च गोलत्रिकोणसंज्ञम् । तच्चापानि तस्य क्षेत्रस्य भुजाः स्युः । तानि प्रत्येकं खाष्टकुभागेभ्योऽल्पानि भवन्ति ।

(९) यत्त्रिकोणे एकभुजो नवत्यंशमितस्तद्गोलजात्यत्र्यस्रम् ।

(१०) द्वयोर्वृत्तार्धयोरन्तर्गतक्षेत्रं वप्रक्षेत्रसंज्ञम् ।

(११) यदि केनचित् क्षेत्रेण गोलश्छेदितस्तदा तत् खण्डं गोलखण्डसंज्ञम् ।

एवमेकादश परिभाषाः ।

अथ प्रथमक्षेत्रम् ।

यदि गोलघनक्षेत्रं छेदितं केनचिद्भवेत् ।
क्षेत्रेण च्छेदितः स स्यात् प्रदेशो वृत्त एव हि ॥

केनापि क्षेत्रेण छेदितस्य गोलस्य छेदितप्रदेशो वृत्त एव भवति ।

यथा (५४ क्षेत्रं द्र०) अचछगोलः अकखगक्षेत्रेण छिन्नस्तदा अकखगवृत्तमेव । गर्भकेन्द्रात् उबिन्दुतः अकखगक्षेत्रोपरि उघलम्बः कार्यः । घबिन्दुतो घअ, घक, घग, घख, रेखास्तथा उबिन्दोः उअ, उग, उक, उखरेखाः कार्याः । अत्र उघरेखायाः क्षेत्रलम्बत्वेन घचिह्नगतकोणानां समकोणत्वं तथा उअ = उख = उक = उग रेखा गोलव्यासार्धमितत्वेन तुल्याः कर्णरूपाः । तेषु उघरेखायाः सर्वत्र कोटिरूपत्वेन अघउ, गघउ, खघउ, कघउ, जात्यक्षेत्राणि मिथस्तुल्यानि (रे०प्र१क्षे४) अतः घअ = घग = घख = घक । रेखास्तुल्यास्तदा घबिन्दुश्छेदितप्रदेशरूपवृत्तस्य गर्भकेन्द्रम् (रे० अ३क्षे९) इदमेवेष्टम् ।

अथ प्रथमक्षेत्रस्यानुमानानि ।

(१) द्वयोर्बृहद्वृत्तयोः संपातौ गोलव्यासोपरि भवतः । अत एवैकेनापरमर्धितं भवति ।

(२) व्यासोभयप्रान्तबिन्दुद्वयभिन्नौ यौ बिन्दू तयोरुपरिगतं बृहद्वृत्तमेकमेव भवति ।

(३) गोलत्रिकोणस्यभुजयोः स्वमार्गेण वर्धितयोः संपातः प्रथमसंपाताद्वाधांशा१८०न्तर एव भवति ।

(४) वृत्तस्य ध्रुवबिन्दू तथा तस्य वृत्तस्य केन्द्रं गोलकेन्द्रं चेते चत्वारो बिन्दव एकस्यां सरलरेखायामेव सा च सरलरेखा तद्वृत्तक्षेत्रोपरि लम्बरूपा स्यात् ।

(५) काचिद्रेखा क्षेत्रं वा कस्यचिद्वृत्तस्योपरि लम्बः स च चतुर्णां बिन्दूनामन्यतमबिन्दुगतस्तदा शेषबिन्दुत्रयं च तल्लम्बगतं भवेत् । एवं रेखा क्षेत्रं वा चतुर्णां बिन्दूनां मध्ये बिन्दुद्वयगतं तदा वृत्तोपरि सा रेखा क्षेत्रं वा लम्बः शेषं च बिन्दुद्वयं तस्यामेव रेखायां क्षेत्रे वा गतमस्तीति ज्ञेयम् ।

(६) द्वयोर्बृहद्वृत्तयोः क्षेत्रे मिथो यदि लम्बरूपे तदैकवृत्तस्य ध्रुवबिन्दौ द्वितीयस्य क्षेत्रं गतं स्यात् । एकवृत्तस्य ध्रुवबिन्दौ द्वितीयवृत्तं गतं तदैकवृत्त-क्षेत्रं द्वितीयवृत्तक्षेत्रोपरि लम्बरूपं स्यात् ।

(७) एकं बृहद्वृत्तं द्वितीयबृहद्वृत्तस्यैकध्रुवबिन्दुगतं तदा द्वितीयबृहद्वृत्त-माद्यबृहद्वृत्तध्रुवबिन्दुद्वयगतं भवति ।

(८) समानान्तरवृत्तयोर्याम्योत्तररेखा या चतुर्थपरिभाषया सिद्धा सा तथा तद्वृत्तयोर्ध्रुवबिन्दू चैकस्यामेव सरलरेखायां भवन्ति । एवं ययोर्वृत्तयो-र्याम्योत्तररेखा द्वौ ध्रुवबिन्दू चैकत्र रेखायां ते समानान्तरवृत्ते भवतः ।

एवमष्टावनुमानानि प्रथमक्षेत्रसिद्धानि ।

अथ द्वितीयक्षेत्रम् ।

गोलोपरिगवृत्तस्य परिधिस्थितबिन्दुतः ।
तद्वृत्तध्रुवबिन्दुः स्यात् समानान्तर एव हि ॥ २ ॥

गोलोपरिगतवृत्तस्य सर्वपरिधिगतबिन्दोस्तद्वृत्तध्रुवबिन्दुस्तुल्यान्तरे भवति।

यथा (५५ क्षेत्रं द्र०) अचछगोलोपरिगतं अकखगवृत्तं चास्ति । अस्य परि-धिगतबिन्दोर्ध्रुवबिन्दुपर्यन्तं तुल्यदूरतास्ति । कल्पितवृत्तध्रुवबिन्दुः चबिन्दौ । चउघछरेखा तस्य याम्योत्तररेखा (प०४) वृत्तकेन्द्रं उचिह्नं गोलगर्भकेन्द्रं घ-बिन्दुः । अतः उअ, उख, उक, उग, रेखास्तुल्याः । उचरेखायाः सर्वत्र सत्त्वात् तथा उचिह्नगतकोणानां समकोणत्वेन अच, चख, चक, रेखास्तुल्याः । अतः अचचापं चखचापं चकचापं मिथस्तुल्यम् । एवमन्यदपि बोध्यम् ।

अत्र द्वितीयक्षेत्रस्य षडनुमानानि ।

(१) बृहद्वृत्तगसर्वबिन्दुतो ध्रुवबिन्दुर्नवत्यंशान्तरे स्यात् ।

(२) यत् क्षेत्रं रेखा वा गर्भकेन्द्रं भित्वा याति सा गोलस्य समानभाग-द्वयकर्त्री भवति ।

(३) गोलपृष्ठस्थः कोऽपि बिन्दुर्यद्यन्यबिन्दुभ्यां नवत्यंशान्तरे परं तौ बिन्दू व्यासोभयप्रान्तगतौ न भवतस्तदा प्रथमबिन्दुस्तस्य बृहद्वृत्तस्य ध्रुवः स्याद्यत् पूर्वोक्तबिन्दुद्वयगतं वृत्तमस्ति । गोलरेखागणितप्रथमक्षेत्रद्वितीयानु-मानात् तथा द्वितीयक्षेत्रप्रथमानुमानात् ।

(४) लघुवृत्तस्य त्रिज्या तच्चापज्यातुल्या स्याद्यच्चापं तद्वृत्तीयध्रुवतद्वृ-त्तान्तरेऽस्ति वा तल्लघुवृत्ततत्समानान्तरबृहद्वृत्तयोरन्तरचापस्य कोटिज्या-तुल्या भवति ।

(५) येषां लघुवृत्तानां क्षेत्रं गोलगर्भकेन्द्रात् तुल्यदूरगतं तानि वृत्तानि समानानि तथा यानि वृत्तानि समानानि तानि गर्भकेन्द्रात् तुल्यदूरगतानि भवन्ति यदि तुल्यदूरगतानि गर्भकेन्द्रान्न सन्ति तदा समीपगानि दूरगवृत्तप्रमाणतो महत्तमानि भवन्ति । तथा ये वृत्ते न्यूनाधिकप्रमाणके तयोर्महत्प्रमाणकवृत्तं गर्भकेन्द्रसमीपं अल्पप्रमाणकवृत्तं दूरगतं स्यात् ।

(६) समानान्तरवृत्तयोरुपरि तदीयध्रुवतो गतं वृत्तं तुल्यप्रमाणकं वृत्तध्रुवयोरन्तरे वा वृत्तयोरन्तरे तुल्यप्रमाणकं भवति ।

अथ तृतीयं क्षेत्रम् ।

वृत्तध्रुवादागतमण्डलान्तरे
वृत्तस्थचापं ध्रुवगः स कोणकः ।

वृत्तध्रुवादागतान्यवृत्तयोरन्तरचापं तद्वृत्तगतं ध्रुवगतकोणतुल्यं भवति ।

यथा (५६ क्षेत्रं द्र॰) अखपगवृत्तस्य ध्रुवः कबिन्दौ कध्रुवादागतयोः कअ, कखचापयोरन्तरगं अखचापं अकखकोणतुल्यं ज्ञेयम् । अकचापस्य छाया कचरेखा खकचापस्य छाया कछरेखा कार्या । अकखकोणः चकछकोणेन तुल्यः । अघखकोणेन च तुल्यः । अतः चकरेखासमानान्तरा अघरेखा तथा छकसमानान्तरा खघरेखा (अ ११ प ४ गो॰ प ७)

अथ तृतीयक्षेत्रसिद्धानुमानानि ।

(१) द्वयोर्बृहद्वृत्तयोः क्षेत्रं यदि परस्परं लम्बरूपं तदा वृत्तयोः परिधी मिथो लम्बौ भवतः । वा यदि वृत्तयोः परिधी लम्बौ मियस्तस्तदा वृत्तयोः क्षेत्रे मिथो लम्बरूपे स्तः । (२ गो॰ प ७)

(२) द्वयोर्बृहद्वृत्तयोः संपातेनोत्पन्नौ सम्मुखगौ कोणौ तुल्यौ स्तः । तथा समीपगतकोणद्वययोगः समकोणद्वयतुल्यः । अथ वृत्तयोः संपातोत्पन्नकोणतुल्य एव संपाताद्बाधांशान्तरे तद्वृत्तयोः संपातजकोणो भवति ।

(३) द्वयोर्बृहद्वृत्तयोर्ध्रुवयोर्यदल्पमन्तरं तदेव द्वयोर्वृत्तक्षेत्रयोर्नमनम् ।

(४) कस्यचिच्चापस्यध्रुवगतकोणः स एव यो हि तद्वृत्तस्य त्रिज्यासूत्रद्वयान्तरकोणः गर्भकेन्द्राच्चापप्रान्तगे त्रिज्यासूत्रे ।

(५) समानान्तरवृत्तयोर्ध्रुवगतं यदन्यवृत्तद्वयं तदन्तरगं समानान्तरवृत्तयोश्चापं सजातीयं अंशैस्तुल्यमित्यर्थः ।

(६) द्वयोश्चापयोः संबन्धिन्यौ ये छाये तदन्तरगतकोणो योगबिन्दौ स स्याद्यो हि द्वयोश्चापयोर्गोलकोण इति ।

अथ चतुर्थं क्षेत्रम् ।

व्यासाग्रबिन्दूपरि लम्बरूप-
क्षेत्रस्य संस्पर्श इहास्ति गोले ।

गोलव्यासस्याग्रोपरि यत् क्षेत्रं लम्बरूपं तद्गोले स्पर्शं करोति । स्पर्शशब्देन एकस्मिन्नेव बिन्दौ स्पर्श इत्यर्थः ।

यथा (५७ क्षेत्रं द्र०) अचगगोलस्य अघगव्यासाग्रोपरि गचिह्ने खकक्षेत्रं लम्बरूपं तदा खकक्षेत्रं अचगगोले गबिन्दौ स्पर्शं करोति यद्येवं न स्वीक्रियते तदा अचगगोलस्य उचिह्ने खकक्षेत्रस्पर्शः । गउरेखा घउरेखा च कार्या । घं गोलकेन्द्रं घगरेखोपरि खकक्षेत्रं लम्बस्तदा खकक्षेत्रोपरि घगरेखा लम्बः । तदा घगउकोणः समकोणः (अ ११ प १) घगउकोणादल्पः घउगकोणः । अतः (अ १ क्षे १९) उघभुजादल्पः घगभुजः । अत उबिन्दुः अचगगोले नास्ति । ततः सिद्धं गचिह्नादन्यत्र अचगगोले क्वापि खकक्षेत्रस्पर्शो न स्यात् ।

अत्रानुमानानि ।

(१) गोलस्य सरलक्षेत्रेण स्पर्श एकस्मिन् बिन्दावेव संभवति ।

(२) यदि सरलक्षेत्रं गोले स्पर्शं करोति तदा स्पर्शबिन्दुगं त्रिज्यासूत्रं तत्क्षेत्रोपरि लम्बरूपम् ।

(३) सरलक्षेत्रगोलस्पर्शे क्षेत्रोपरि लम्बरेखा गोलकेन्द्रं भित्वा याति ।

(४) यदि सरलक्षेत्रं गोले स्पर्शं करोति तदा स्पर्शबिन्दुगतं यद्वृत्तं तत्-क्षेत्रसरलक्षेत्रयोगरेखा तद्वृत्तच्छाया भवति ।

(५) कस्यचिदेकवृत्तस्य च्छाया तेषां सर्वेषां वृत्तानां छाया स्यात् येषां वृत्तानां क्षेत्रे सा छाया रेखा भवति । इति चतुर्थक्षेत्रानुमानानि ।

अथ पञ्चमं क्षेत्रम् ।

समद्विबाहुत्रिभुजे समानौ
कोणौ भवेतां धरणीविलग्नौ ।

समद्विबाहुत्रिभुजे आधारसंलग्नकोणौ तुल्यौ भवतः ।

कल्प्यताम् । (५८ क्षेत्रं द्र०) अकखगोलत्रिभुजे आधारसंलग्नकोणौ तुल्यौ स्तः । यथा अक,अखभुजौ तुल्यौ तदा अखक,अकखकोणौ तुल्यौ गोलगर्भस्य-गचिह्नतः गअ,गख,गकरेखाः कार्याः । गख,गघरेखयोरुपरि अचिह्नतः अउलम्बः

अघलम्बश्च कार्यः। उबिन्दुतः घबिन्दुतः गखकधरातले उच,घचलम्बौ कार्यौ गचरेखा कार्या।

अत्रोपपत्तिः। अघ,घचरेखयोरुपरि गघरेखा लम्बः। अउ,उचरेखयोरुपरि गउरेखा लम्बः। अतः (अ ११ क्षे ४) अघचत्रिभुजोपरि गघरेखा लम्बः। अउचक्षेत्रोपरि गउरेखा लम्बः पुनः गघ,गउरेखापतितधरातलं गखकक्षेत्रं अघच,अउचत्रिभुजयोरुपरि लम्बः (अ ११ क्षे १७) अतः गकखक्षेत्रोपरि द्वे त्रिभुजे लम्बौ जातौ। लम्बक्षेत्रयोर्योगरेखा अचलम्बः गकखक्षेत्रोपरि जातः (अ ११ क्षे १८) अतः अचउकोणः समकोणः अचघकोणश्च समकोणः अगख,अगककोणौ तुल्यौ (अ ६ क्षे ३३) अख,अकयोस्तुल्यत्वात्। अउग,अघगकोणौ समकोणौ तुल्यौ। अगरेखा द्वयोरेकैव। अतः अउग,अघगत्रिभुजे तुल्ये। अउ,अघरेखे गउ,गघरेखे तुल्ये। अउ = अघ। गउ = गघ। पुनः अउच,अघचत्रिभुजयोः अचरेखा एकैव। अउ,अघरेखे उच,चघरेखे तुल्ये। अउ = अघ। उच = चघ। अतः अउच,अघचकोणौ तुल्यौ परन्तु अउचकोणः अगख,गखकक्षेत्रयोर्नमनम्। अथ तयोर्योगरूपगखरेखोपरि अउ,उचरेखे लम्बौ। अतः अउचकोणतुल्यः अखककोणः। एवं अघचकोणतुल्यः अकखकोणः। अतः अखक,अकखकोणौ तुल्यौ जातौ॥

अथ षष्ठं क्षेत्रम्।

भूलग्नकोणौ यदि तुल्य मानौ
तदा तु तल्लग्नभुजौ समानौ।

गोलत्रिभुजस्याधारलग्नकोणौ तुल्यौ तदा तल्लग्नभुजौ तुल्यौ भवतः। यथा (५९ क्षेत्रं द्र०) अकखगोलत्रिभुजस्य अकख,अखककोणौ यदि तुल्यौ तदा अक,अखभुजावपि तुल्यौ स्तः। अत्रापि पूर्वक्षेत्रवत् कर्त्तव्यता कार्या।

अत्रोपपत्तिः। पूर्वरीत्या अचउ,अचघकोणौ समकोणौ सिद्धावेव। अगख,गखकक्षेत्रयोर्योगरेखा गखरेखा तस्या उपरि उच,उअरेखे लम्बौ। अतः तयोः क्षेत्रयोर्नमनम्। अउचकोणः गखककोणतुल्यः (अ ११ प ४ गो० प ७) एवं अघचकोणतुल्यः अकखकोणः। अथ अउच,अघचकोणौ तुल्यौ जातौ अखक,अकखकोणयोस्तुल्यत्वात्। अचरेखा उभयत्रैकैव। अतः अघ,अउरेखे तुल्ये। अथ अउरेखा तु अखचापज्या तथा अघरेखा अकचापज्या। अतः अखचापतुल्यं अकचापं जातम् (अ १ क्षे २६ अ १ क्षे ८। वा) अगउ,अगघत्रिभुजयोः अगरेखा एकैव। अघ,अउरेखे गउ,गघरेखे तुल्ये। अतः अगउ,अगघकोणौ तुल्यौ जातौ।

ततः षष्ठाध्यायस्य त्रयस्त्रिंशप्रतिज्ञया तुल्यकोणयोश्चापे च तुल्ये । अत एव अकचापतुल्यं अखचापमिति सिद्धम् ॥

अथ सप्तमं क्षेत्रम् ।

गोलत्रिकोणे भुजयुग्मयोग-
स्तृतीयबाहोरधिको निरुक्तः ।

गोलत्रिभुजे भुजद्वययोगस्तृतीयभुजादधिको भवति ।

यथा (६० क्षेत्रं द्र०) अकखत्रिभुजे अक,कखयोगः अखभुजादधिकः ।

गोलगर्भस्थगचिह्नतः गख,गअ,गकरेखाः कार्याः । अथ द्वादशाध्यायप्रथमप्रतिज्ञया अगक,कगखकोणयोर्योगः खगअकोणादधिकः अतः षष्ठाध्यायस्य त्रयस्त्रिंशप्रतिज्ञया खक,अकभुजयोर्योगः अखभुजादधिक इति सिद्धम् ॥

अथाष्टमं क्षेत्रम् ।

गोलत्रिबाहौ खरसाग्निभागा-
दल्पा भुजानामपि संयुतिः स्यात् ।

गोलत्रिभुजे भुजत्रययोगो वृत्तादल्पो भवति ।

यथा (६० क्षेत्रं द्र०) अकखत्रिभुजे अक,अख,कखभुजानां योगः समकोणचतुष्टयान्न्यूनः ।

द्वादशाध्यायद्वितीयक्षेत्रतः अगक,कगख,अगखकोणानां योगः समकोणचतुष्कादल्पस्तेन तत्संमुखचापत्रययोगोऽपि वृत्ता ३६० दल्पो भवतीति सिद्धम् । (अ ६ क्षे ३३) ।

अथ नवमं क्षेत्रम् ।

उरुकोणसंमुखभुजाच्च लघु-
र्लघुकोणसंमुखभुजस्त्रिभुजे ।
उरुबाहुसंमुखगकोणतनु-
र्लघुबाहुसंमुखगकोणमितिः ॥

गोलत्रिभुजे बृहत्कोणसंमुखभुजाल्लघुकोणसंमुखभुजोऽल्पो भवति । तथा बृहद्भुजसंमुखकोणाल्लघुभुजसंमुखकोणोऽपि लघुर्भवति ।

यथा (६१ क्षेत्रं द्र०) अकखगोलत्रिभुजे कअखकोणात् अकखकोणोऽल्पस्तदा कखभुजादल्पः अखभुजः स्यात् ।

अथोपपत्तिः। अत्र कअखकोणतः अगरेखा चापरूपा तथा कार्या यथा अकखकोणतुल्यः कअगकोणः स्यादिति। अकख,कअगकोणौ तुल्यौ अतः कग,अगभुजौ तुल्यौ (गो·रे·क्षे ६) अथ अगखत्रिभुजे अग,गखभुजयोगादल्पः अखभुजः वा कग,गखभुजयोगादल्पः अखभुजः अतः कग,गखयोगः कखमितः अखभुजादधिको जातः (गो·रे·क्षे ७) एवं प्रथमाध्यायस्यैकोनविंशक्षेत्रेण गोलरेखागणितस्य पञ्चमक्षेत्रेण च कखभुजसंमुखः कअखकोणः अखभुजसंमुखात् अकखकोणादधिको जात इत्युक्तमुपपन्नम् ॥

अथ दशमं क्षेत्रम्।

गोलत्रिबाहौ भुजयुग्मयोगः
खाष्टेन्दुतोऽल्पश्च समोऽधिको वा।
तदा तु दोःसंमुखकोणयोगः
खाष्टेन्दुतोऽल्पश्च समोऽधिकः स्यात् ॥

भूलग्नकोणयोरेको न्यूनस्तुल्योऽधिकस्तथा द्वितीयस्य बृहत्कोटिसंज्ञकोणादिहेरितः गोलत्रिभुजे भुजद्वययोगो वृत्तार्धादल्पो वा समो वाऽधिकस्तदा आधारलग्नकोणयोर्मध्य एको द्वितीयस्य बृहत्कोटिकोणात् क्रमेण लघुः समोऽधिको वा स्यात्। तथा आधारसंलग्नकोणद्वययोगोऽपि समकोणद्वयतो लघुः समो वा बृहद्भवति।

यथा (६२ क्षेत्रं द्र·) अकखगोलत्रिभुजे अकचापं वर्धितं गबिन्दौ योगं करोति। अगचापं वृत्तार्धं कल्प्यम्। अत्र अक,कखयोगः समकोणद्वयादधिको वा समो वा न्यूनस्तदा कअखकोणः कखगकोणात् क्रमेणाधिको वा समो वा न्यूनः स्यात्। एवं कअख,कखअकोणयोर्योगश्च समकोणद्वयात् क्रमेणाधिको वा समो वा न्यूनः स्यात्।

अत्रोपपत्तिः। कखअकोणो भार्धांशशुद्धः कखगकोणो जातः स च कखअकोणस्य बृहत्कोटिकोणाख्यः। यदि कोणो नवत्यंशेभ्यः शोध्यते तदा शेषस्तस्य कोटिकोणः। एवं कोणोनभार्धांशमितः कोणबृहत्कोटिकोणो ज्ञेयः।

अथोपपत्तिः। कअख,कगखकोणौ तुल्यौ अगस्य वृत्तार्धत्वात् (गो·रे·क्षे ३ अ २) अथ यदि अक,कखयोगः समकोणद्वयतुल्यस्तदा तत्तुल्य एव अक,कगयोगोऽस्ति तस्य वृत्तार्धत्वात्। अतः कख,कगभुजौ तुल्यौ जातौ। तदा (गो·रे·क्षे ५) कखग,कगखकोणौ च तुल्यौ तत्तुल्यः कअखकोणश्च जातः अतो भुजद्वययो-

गस्य समकोणद्वयतुल्यत्वे कअखकोण आधारगत एकः द्वितीयस्य भूलग्नस्य अखककोणस्य बृहत्कोटिकोणेन कखगकोणेन तुल्य इति सिद्धम् ।

अथ यदि अक,कखयोगः समकोणद्वयादधिकोऽस्ति तदा स योगः अक, कगयोगादप्यधिकः । अतः कगभुजादधिकः कखभुजो जातः । अतः (गो·रे·क्षे ९) कगखकोणः कखगकोणादधिको जातः । तथा कअखकोणश्च कखगकोणादधिकः कअख,कगखकोणयोस्तुल्यत्वात् । (गो·रे·क्षे ३ अ २) अतो भुजद्वययोगस्य समकोणद्वयाधिकत्वे एक आधारगतकोणो द्वितीयस्याधारगत-कोणस्य बृहत्कोटिकोणादधिकः स्यादिति सिद्धम् । एवं अक,कखयोगः समकोणद्वयाल्पस्तदा अक,कगयोगादपि लघुः कगभुजादल्पः कखभुजः स्यात् । कखगकोणादल्पः कगखकोणः कअखकोणश्चाल्पः सिद्धः । अतो भुजद्वययो-गस्य समकोणद्वयाल्पत्वे द्वितीयस्य भूलग्नकोणस्य बृहत्कोटिकोणादेको भूलग्नकोणो न्यूनो भवतीति सिद्धम् ।

अथ शेषोपपत्तिः । यदि अक,कखयोगः समकोणद्वयतुल्यस्तदा कअख, कखगकोणयोगोऽप्यनन्तरोक्तात् समकोणद्वयतुल्यः स्यात् । कअखकोणस्य कखगकोणसाम्यात् । कखअ,कखगकोणयोगस्य समकोणद्वयतुल्यत्वात् (गो·रे· क्षे ३ अ २ क्षे १०) एवं कअख,कखअकोणयोगः समकोणद्वयाधिकस्तदा कखगको-णादधिकः कअखकोणस्तत्र अक,कखयोगः समकोणद्वयाधिक इति सिद्धम् । एवं कअख,कखअकोणयोगः समकोणद्वयाल्पस्तत्र कखगकोणादल्पः कअख-कोणः स चैको द्वितीयस्य बृहत्कोटिकोणादल्पो जातस्तदा अक,कखभुजयो-गोऽपि समकोणद्वयाल्प एवेति सिद्धम् ॥

अथैकादशं क्षेत्रम् ।

एकगोलत्रिकोणस्य कोणस्थितै-
र्बिन्दुभिर्मण्डलान्यभ्रनन्दांशकैः ।
यानि तद्योगजातं त्रिकोणं परं
ते मिथः स्पर्धिनी कीर्त्तिते पण्डितैः ॥
एकस्य कोणजबृहत्कोटिः संमुखगोऽन्यदोः ।
द्वितीयदोर्बृहत्कोटिरेकस्य स्यात् स कोणकः ॥

कस्यचिद्गोलत्रिभुजस्य कोणत्रयचिह्नानि ध्रुवाणि प्रकल्प्य गोलोपरि नव-त्यंशैर्वृत्तत्रयं क्रियते तेषां संयोगेन यत् त्रिभुजमुत्पद्यते द्वितीयं तस्य प्रथम-

त्रिभुजस्य च एतादृशः संबन्धो भवति। यथा एकस्य कोणसंबन्धिबृहत्कोटिकोणो द्वितीयस्य भुजः द्वितीयस्य भुजसंबन्धिबृहत्कोटिरेकस्य कोण एवं मिथः संबन्धः संमुख एव बोध्यः ।

यथा (६३ क्षेत्रं द्र·) अकखगोलत्रिभुजस्योक्तवत्कृते घउगत्रिभुजमुत्पन्नम् । अत्र कअभुजबृहत्कोटिः घउगकोणः। कखभुजबृहत्कोटिः घगउकोणः। अखभुजबृहत्कोटिः गघउकोणः । एवं घउबृहत्कोटिः कअखकोणः । उगबृहत्कोटिः अकखकोणः। गघबृहत्कोटिः कखअकोण इति। खक,खअ,अकभुजा उभयदिशि वर्धनीयाः । तदा चस,लर,जछरेखाश्चापरूपाः स्युः । घउचापध्रुवः अबिन्दुः । अखचापध्रुवो घबिन्दुः। घगचापध्रुवः खबिन्दुः । एवं कखचापध्रुवो गचिह्ने । अकध्रुवः उचिह्ने । छउध्रुवः अचिह्ने । अरध्रुवो घबिन्दौ । अतः घरचापं, छउचापं च तुर्यमितं तदा घर,छउयोगः समकोणद्वयतुल्यः । घउ,छरयोगश्च तत्तुल्यः । परं तु छरचापं छअरकोणतुल्यम् । अतः घउचापबृहत्कोटिः कअखकोणः (गो·रे·क्षे २ क्षे ३) एवमन्यदपि। छउध्रुवः अबिन्दुः । गउध्रुवः कबिन्दुः । अतः अछ,कजचापे तुर्यमिते तयोर्योगः समकोणद्वयतुल्यः तत्सम एव कअ,छजयोगश्च तत्रछजचापं घउगकोणः । अतः कअचापबृहत्कोटिः घउगकोणः । एवमन्यदपि ॥

अथ द्वादशं क्षेत्रम् ।

गोलत्रिबाहौ कोणानां योगः षट्समकोणतः ।
न्यून एव तथा ज्ञेयः समकोणद्वयाधिकः ॥

गोलत्रिभुजे कोणत्रययोगः समकोणद्वयादधिकः षट्समकोणान्न्यून एव भवति ।

तद्यथा (६३ क्षेत्रं द्र·) प्रथमस्य अकखक्षेत्रस्य कोणत्रययोगः द्वितीयस्य घगउक्षेत्रस्य भुजत्रययोगेन युक्तः षट्समकोणतुल्यः स्यात् ।

तथाहि । १८० — अकोण = घउ । १८० — ककोण = गउ । १८० — खकोण = गघ । एषां द्वितीयक्षेत्रभुजानां योगः । ६ समकोण — अकोण — खकोण — ककोण । अयं प्रथमस्य कोणत्रययोगेन अ + क + ख युक्तः षट्समकोणमितो जातः ।

अथ द्वितीयस्य भुजत्रययोगः समकोणचतुष्टयान्न्यूनः (गो·रे·क्षे ८) अतः प्रथमस्य कोणत्रययोगः समकोणद्वयादधिक इति सिद्धम् ।

अथ गोलत्रिभुजमात्रेऽन्तःकोणत्रययोगः बहिःकोणत्रययोगयुक्तः षट्समकोणतुल्यः (गो·रे·क्षे ३ अ २) अतोऽन्तःकोणत्रययोगः षट्समकोणान्न्यून इति सिद्धम् ॥

अथ त्रयोदशं क्षेत्रम् ।

स्वध्रुवान्येष्टबिन्दोः स्ववृत्तावधि
स्युर्हि चापानि यानीह तेषां भवेत् ।
इष्टबिन्दोर्गतं नैजवृत्तध्रुवे
चापमेवाधिकं सर्वचापोन्मितेः ॥
तद्बृहत्कोटिचापं तु सर्वाल्पकं
चोरुकोदण्डतो दूरचापोन्मितेः ।
यत्समीपस्थचापं तदेवाधिकं
गोलपृष्ठेऽवगम्यं सुधीभिः सदा ॥

कस्यचिद्वृत्तस्य परिध्यवधि स्वध्रुवातिरिक्तगोलगताभीष्टबिन्दुतो यावन्मितानि चापानि क्रियन्ते तेषां मध्ये यच्चापमभीष्टबिन्दुवृत्तध्रुवयोर्गतं तत्सर्वचापेभ्यो महत्तमं भवति । तद्बृहच्चापस्य यद्बृहत्कोटिचापं तत्सर्वेभ्यो लघुतमं भवति । तथा पूर्वोक्तबृहच्चापाद्दूरस्थचापापेक्षया समीपस्थचापं बृहद् भवति ।

यथा (६४ क्षेत्रं द्र·) अगकवृत्तस्य ध्रुवः छचिह्नेऽस्ति तदन्यः क्वापि गोले खमभीष्टबिन्दुः कल्पितः । खबिन्दोर्निःसृतचापानां मध्ये वृत्तध्रुवोपरिगतं खछअचापं अन्येभ्यो वृत्तपर्यन्तं गतेभ्यो हि खग,खघ,खउ,चापेभ्यो बृहदस्ति । खछअचापस्य बृहत्कोटिचापं खकचापं सर्वेभ्योऽल्पं भवति ।

अथ अछखचापादल्पं खगचापं ततोऽप्यल्पं खघचापं तस्मादल्पं खउचापमतः पूर्वबृहच्चापाद्दूरस्थचापापेक्षया समीपचापं बृहद्भवत्येव ।

अत्रोपपत्तिः । अकरेखोपरि खचलम्बः कार्यः । खअ,खग,घख,खउ,खक, रेखाः कार्याः । चग,चघ,चउरेखाश्च कार्याः । अगकवृत्तस्य अ,कचिह्ने अछ, खकवृत्तं छिनत्ति । अतः अकरेखा अगकवृत्तस्य व्यासरेखा जाता । पुनः अगकवृत्तस्य ध्रुवः अछखकवृत्ते गच्छति । ततः अगकवृत्तोपरि अछखकवृत्तं लम्बरूपं जातम् (गो·रे·क्षे १ अ) अतः अछखकवृत्तक्षेत्रं अगउकक्षेत्रोपरि लम्बो जातः अतः खचरेखापि अगकक्षेत्रोपरि लम्बरूपा चचिह्नगतः कोणः

समकोणः सिद्धः । चअरेखा तु चग,चघ,चङ,चक,प्रत्येकरेखाभ्योऽधिकास्तीति रेखागणिततृतीयाध्यायसप्तमक्षेत्रेण सिद्धमस्ति । तत्र चकरेखा सर्वरेखातोऽल्पा यतः पूर्वोक्तरेखासु चअसमीपस्थाऽधिका दूरस्था । यथा । चअतो न्यूना चगरेखा चगतो न्यूना चघरेखा चघतो न्यूना चङरेखा चङतो न्यूना चकरेखेति । अथ च अचखवर्गयोगान्न्यूनः चख,चगवर्गयोगस्तथा चअ,चखवर्गयोगतुल्यः अखवर्गस्तथा खच,चगवर्गयोगतुल्यः गखवर्गः । अतः अखरेखातो न्यूना गखरेखा जाता अखवर्गतो गखवर्गस्य न्यूनत्वात् । अतः अखचापतो गखचापं न्यूनम् । अखरेखा पूर्णज्या तस्या अखं चापम् । एवं गखरेखारूपपूर्णज्यायाश्चापं गखचापमिति । एवं अखचापं प्रत्येकतः घख,खङ,खकचापतोऽधिकमेव । तथा गखचापतो न्यूनं घखचापं ततो न्यूनं खङचापं ततो न्यूनं खकचापमिति । एवं अखचापोनभार्धांशास्तद्बृहत्कोटिचापं खकं पूर्वोक्तप्रकारेण खकचापं प्रत्येकतः खङ,खघ,खग,खअचापतो न्यूनमिति सिद्ध्यति ॥

अथ चतुर्दशं क्षेत्रम् ।

चापजात्ये भुजस्तुर्यभागाल्पकः
संमुखस्तस्य कोणोऽपि तुर्याल्पकः ।
एवमभ्राङ्कभागाधिकश्चेद्भुजः
संमुखस्तस्य कोणोपि खाङ्काधिकः ॥

गोलजात्ये भुजतत्संमुखकोणयोरेकगुणत्वं भवति ये कोणा वा भुजा नवत्यंशतोऽल्पास्ते सर्वे एकगुणाख्याः । अथ ये नवत्यंशतोऽधिकास्तेऽपि एकगुणाख्याः । ये च नवत्यंशाल्पा ये च नवत्यंशाधिका एतादृशा भिन्नगुणाख्याः (अ११ अनु ९) ।

यथा (६५ क्षेत्रं द्र॰) अकखगोलजात्ये खअककोणः समकोणस्तत्र यदि अकभुजस्तुर्यान्न्यूनस्तदा अखककोणश्च तुर्यान्न्यूनः । एवं यदि अकभुजस्तुर्यादधिकस्तदा अखककोणोऽपि तुर्यादधिकः ।

अत्रोपपत्तिः । प्रथमं अघचापं तुर्यमितं खघचापं च तुर्यमितम् । अः समकोणः । अखवृत्तध्रुवो घबिन्दौ अतः खघं तुर्यमितम् । अखघकोणोऽपि समकोणो जातः । अतः अखककोणः समकोणान्न्यूनः अखघकोणखण्डत्वात् । अत्र अकभुजस्य समकोणाऽल्पत्वे तत्संमुखः अखककोणोऽपि समकोणाल्प इति सिद्धम् । यदा अकभुजस्तुर्यादधिकः ६६ क्षेत्रेऽस्ति तत्र अघचापं तुर्यमितं

खघचापं च तुर्यमितम् । अखवृत्तध्रुवौ घबिन्दौ अतः अः समकोणः अखघकोणोऽपि समकोणः । अखघकोणादधिकः अखककोण इति भुजस्य समकोणाधिकत्वे तत्संमुखकोणस्याऽपि समकोणाधिकत्वं सिद्धम् ॥

अथ पञ्चदशं क्षेत्रम् ।

यदा खाङ्कभागाल्पकौ वाऽधिकौ तौ
भुजौ कर्णचापं तदा खाङ्कतोऽल्पम् ।
यदैको नवत्यंशतोऽल्पोऽधिकोऽन्य-
स्तदा चापजात्ये श्रुतिः खाङ्कगुर्वी ॥

यदा गोलजात्ये भुजौ सगुणौ द्वौ समकोणाच्यूनौ वाऽधिकौ तदा कर्णः खाङ्कादल्पः स्यात् । यदा भुजौ भिन्नगुणावर्थादेको नवत्यंशाऽल्पःपरो नवतिभागाधिकस्तदा कर्णो नवत्यंशाधिकः स्यात् ।

अत्रोपपत्तिः (६५ क्षेत्रं द्र०) यदा अक,अखभुजौ तुर्याच्यूनौ तदा कखचापं तुर्याच्यूनं भवति । तद्यथा । अकचापध्रुवः चचिह्ने अतः खघचापाच्यूनं खकचापम् । क्षे १३ । परन्तु खघं तुर्यमितं ततोऽल्पं खकचापमिति सिद्धम् ।

अथ गक,गखभुजौ समकोणाधिकौ तदा (६५ क्षेत्रं द्र०) खकगं चापजात्यं द्रष्टव्यम् । तत्र गकोणः समकोणः (क्षे ३ अनु २) पूर्वं खघं तुर्यमितं ततोऽल्पं खकचापमित्युक्तकर्णः समकोणाल्प इति सिद्धम् । द्वितीयन्तु (६६ क्षेत्रं द्र०) तत्र अकभुजस्तुर्यादधिकः अखं तुर्यमितम् । अतः खघं तुर्यमितं खघचापादधिकं खकचापं तस्माद्भुजयोर्भिन्नगुणत्वे कर्णस्तुर्यादधिक इति सिद्धम् ।

अत्रानुमानम् । यदा कर्णस्तुर्यादधिकस्तदा भुजौ भिन्नगुणौ एवं कर्णस्य तुर्याल्पत्वे भुजावेकगुणौ भवतः ।

द्वितीयानुमानम् । कर्णस्य तुर्याधिकत्वे कोणौ भिन्नगुणौ तथा कर्णस्य तुर्याऽल्पत्वे कोणावेकगुणौ भवतः ॥

अथ षोडशं क्षेत्रम् ।

अन्तर्लम्बे चापत्र्यस्रे भूसंलग्नौ खाङ्काल्पौ स्तः ।
खाङ्कोरू वा कोणौ चाथो बाह्ये लम्बे खाङ्काल्पोरू ॥

त्रिभुजे शीर्षकोणादाधारान्तर्लम्बो यदा पतति तदाऽऽधारसंलग्नकोणावेकगुणौ । एवमाधाराद्बहिर्लम्बपतने आधारसंलग्नकोणौ भिन्नगुणौ भवतः

(६७ क्षेत्रं द्र०) अकखत्रिभुजस्यान्तः खगलम्बः तदा खअक,खकअकोणाविकगुणौ। खअककोण,खगभुजाविकगुणौ। तथा खकगकोण,खगभुजाविकगुणौ। अतः खअक,अकखकोणाविकगुणौ जातौ। एवं बहिर्लम्बपतने (६८ क्षेत्रं द्र०) तत्र खअगकोण,खगभुजाविकगुणौ तथा खकअकोण,खगभुजाविकगुणौ। अतः खगअ,-खकअकोणाविकगुणौ परन्तु खअगकोणस्य बृहत्कोटिकोणः खअककोणः खकअकोणेन भिन्नगुणोऽस्तीति सिद्धम्।

अनुमानम्। यदाधारगतौ कोणाविकगुणौ तदा आधारान्तर्लम्बपातः स्यात्। एवं तावाधारगतौ कोणौ भिन्नगुणौ तदाधाराद्बहिर्लम्बपतनं बोध्यमिति॥

अथ सप्तदशं क्षेत्रम्।

भूमेरल्पविवर्धनेन गदितो लम्बः समीपाभिध-
स्तज्ज्ञा लघ्ववधा भवेल्लघुभुजे लग्ना परं दोर्युतिः।
वृत्तार्धाल्पमिताथ दोर्युगयुतिः खाष्टेन्दुभागाधिका
सा लघ्वी त्ववधा बृहद्भुजगता या प्रोक्तलम्बाश्रिता॥

गोलत्रिभुजे चेदन्तर्लम्बपतनं वा बहिर्लम्बपतनं तत्र यद्दिशि समीपलम्बस्तद्दिशि लघ्वाबाधा लघुभुजसंलग्ना भवति परं भुजद्वययोगस्य वृत्तार्धाल्पत्वे एव यदा भुजद्वययोगो वृत्तार्धाधिकस्तदा लघ्वाबाधा बृहद्भुजसंलग्ना स्यात्। अत्र भूमेर्लघुवर्द्धनेन यद्दिशि लम्बः स एव समीपलम्बस्तद्दिशि ज्ञेयः।

यथा (६९ क्षेत्रं द्र०) घकअउगोलपरिधेर्ध्रुवः छचिन्हेऽस्ति। अकघउवृत्तोपरि चछगवृत्तं लम्बःकार्यः पुनः चछगवृत्ते क्वापि खचिह्नं कार्यं पुनः क,खचिह्नोपरिगतं कखउवृत्तं अ,खचिह्नोपरिगतं अखघवृत्तं कार्यं अकघउवृत्तोपरि कछउलम्बः अछघलम्बश्च कार्यः अत्र अकघउ, कखउ, अखघ, वृत्तजनितानि चत्वारि त्रिभुजान्युत्पन्नानि अखकं १ अखउं २ घखउं ३ घखकं ४। अथ अखकत्रिभुजे खगलम्बोऽन्तः पतितोऽस्ति तत्र अख, खक भुजयोर्योगो वृत्तार्धादल्पोऽस्ति यदा तदा लघ्वाबाधा लघुभुजसंलग्ना स्यात्। चछखचापस्य बृहत्कोटिचापं खगं खगलम्बसमीपे खअचापं खगदूरे खकचापमतः कखचापादल्पं अखचापमस्ति (१३ क्षेत्रात्) एवं खकचापादधिकं खघचापं परन्तु घख,खअयोगः समकोणद्वयतुल्यः। अतः अख, खकभुजयोगः समकोणद्वयाल्पो जातः। अत्र कगभुजादल्पः अगभुजः। अतः अगं लघ्वाबाधा अखलघुभुजसंलग्ना जाता। अथ अखउत्रिभुजे खबिन्दुतः खचलम्बो बहिः पतितः खगलम्बश्च बहिः पतितः

परन्तु चउचापादल्पं अगचापमतः खगचापं समीपलम्बसंज्ञं तत्र उख,खअभुजयेागः समकोणद्वयाल्पः । अत्र लघ्वाबाधा अगचापरूपा लघुभुजसंलग्नास्तीति सिद्धम् । अउभुजात् अगभुजस्य न्यूनत्वात् । अथ उख,खकयेागः समकोणद्वयतुल्यः परन्तु खकभुजः अखभुजादधिकः अतः उख,अखभुजयेार्योगो वृत्तार्धान्न्यूनोऽस्ति परन्तु पूर्ववत् खगलम्बसमीपे अखं खगदूरे उखं अतः उखचापादल्पं अखचापं ततो लघुभुजस्य अखस्य संलग्ना लघ्वाबाधा अगचापरूपा जाता । अथ घखउत्रिभुजे उख,घखयेागः समकोणद्वयादधिकः अतस्तस्मिन् त्रिभुजे लघ्वाबाधा घचरूपा बृहद्भुजघखसमीपगास्ति घखभुजादल्पः उखभुजः । यतः घख,खअयेागः उख,खकयेागश्च समकोणद्वयतुल्यः । खअभुजात् खकभुजस्याधिकत्वात् खअभुजेानभार्धांशाः खघमिताः कखभुजेानभार्धांशमितात् उखभुजाद्धिका एव जाताः । अथ घखकगोलत्रिभुजे खघ,कखयेागः समकोणद्वयादधिकः परमत्र बहिर्लम्बः खचरूपः समीपलम्बः । अतोऽत्रापि बृहद्भुजसमीपगा लघ्वाबाधा घचचापरूपास्ति । घखभुजादल्पः कखभुजः घख, कखयेागः समकोणद्वयादधिक इति । इदमेवेष्टम् ॥

अथाष्टादशं सेत्रम् ।

लघूरुवृत्ते बृहदन्यवृत्त-
द्वयध्रुवस्थानविलग्नके ये ।
तदन्तरस्थे बृहदन्यवृत्त-
द्वयस्य चापे भवतः समाने ॥

गोले यदि द्वे वृत्ते अन्यवृत्तयेार्ध्रुवगते तदा ध्रुवगतवृत्तयेारन्तरगे अन्यवृत्तयेाश्चापे तुल्ये भवतः ॥

यथा (७० क्षेत्रं द्र·) पीवीन, पीजीनवृत्ते सीफडी,एफवीवृत्तयेार्ध्रुवगते तदा ध्रुवगतवृत्तयेाः पीवीन,पीजीनवृत्तयेारन्तरगे अन्यवृत्तयेाः सीफडी,एफवीवृत्तयेाश्चापे जीडी,चवीरूपे तुल्ये भवतः । यथा एफवी,सीफडीवृत्तयेाः फबिन्दौ संपातः । अनयेार्व्यासरेखामिलनं ईबिन्दौ । पीवीनवृत्तस्य केन्द्रं ईबिन्दुः । अतः एफवी,सीफडीवृत्तयेार्ध्रुवः पीवीनवृत्ते स्यात् । एवीरेखेापरि मनरेखा लम्बः सीडीरेखेापरि पीपूरेखालम्बः तदा तयेार्वृत्तयेार्ध्रुवः म,न,-पो,पू,बिन्दुषु सिद्धः । पीजीनवृत्तं कार्यम् । तस्य वृत्ताभ्यां संपातः च,जीचिह्नयेारस्ति । एफवी,सीफडीवृत्तयेाः पीवीनवृत्तेन संयेागः वी,डीचिह्नयेारस्ति । पी-

वीन,पीजीनवृत्ते एफवी,सीफडीवृत्तयोर्ध्रुवगते तिष्ठतः । अतः जीडी,चवीचापे तुल्ये ॥

अत्रोपपत्तिः । पीवीन,पीजीनवृत्तयोः संपातरेखा पीकलनरेखा । अथ ईच, चक,ईजी,जील,पीजी,नचरेखाः कृताः । पीईल,नईकत्रिभुजयोः पीकोण,नकोणौ तुल्यौ । यतः पीकोणः पूनचापसंमुखस्तथा तत्तुल्यमपीचापसंमुखो नकोणोऽस्ति । अथ पीईल,नईककोणौ समकोणौ । अथ द्वयोः क्षेत्रयोः ईपी,ईनभुजौ तुल्यौ । अतः (रे·प्र१क्षे२६) पीलभुजः नकभुजेन तुल्यस्तथा ईलभुजः ईकभुजेन तुल्यो जातः । अथ सीफडीवृत्तोपरि पूईरेखा लम्बः अतः पीईजीकोणः समकोणः । एवं नईचकोणः समकोणः अतस्तत्संमुखे पीजी,नचचापे तुर्यमिते सिद्धे । अथवा सीफडीवृत्तस्य प्रदेशविशेषो जीबिन्दुस्तद्वृत्तध्रुवात् पीबिन्दोर्नवत्यंशान्तरे तेन पीजीचापं तुर्यमितम् । एवं एफवीवृत्तध्रुवात् नचिह्नात् तद्वृत्तप्रदेशः चबिन्दुस्तुर्यमित एवास्ति । पीजी,नचचापे तुल्ये चजीचापहीने शेषे पीच,नजीचापे तुल्ये एव । अथ पीलजी,नकचत्रिभुजयोः पील,नकभुजे तुल्ये पूर्वसिद्धत्वात् । पीजी,नचरेखे च तुल्ये नवत्यंशपूर्णज्यारूपे । एवं लपीजीकोणः नजीचापसंमुखः तथा कनचकोणः पीचचापसंमुखः नजी,पीचचापयोस्तुल्यत्वेनैतौ कोणौ तुल्यौ । अतस्त्रिभुजयोर्भुजद्वयकोणैकसाम्येन शेषौ लजी,कचभुजौ तुल्यौ जातौ । अथ ईकच,ईलजीत्रिभुजयोः ईक,ईलभुजौ तथा लजी,कचभुजौ तुल्यौ पूर्वसिद्धत्वात् । अथ गोलकेन्द्रात् ईबिन्दोः ईच ईजीरेखे त्रिज्यातुल्ये तेनानयोः सर्वे भुजास्तुल्याः । अतः चईककोणः जीईलकोणतुल्यः । तत्कोणसंमुखे चवी,जीडीचापे तुल्ये सिद्धे । ईच,ईवीरेखे त्रिज्यासूत्रे ईजी,ईडीरेखे च त्रिज्यामिते । अतः केन्द्रगतकोणमानं चवीजीडीचापसमम् । इदमेवेष्टम् ॥



॥ श्रीगणेशाय नमः ॥

॥ अथ चापीयत्रिकोणगणितम् ॥

भक्तहृन्मन्दिरं गोकुले चन्दिरं
सेन्दिरं सुन्दरं नन्दरं कुन्दरम् ।
कामदानां वरं युक्तनीलाम्बरं
नौति पीताम्बरं विघ्ननीलाम्बरः ॥ १ ॥

रचितं निचितं सकलं सकलं
ललितं चलितं गणितं भणितम् ।
विबुधैरथ चापभवे त्रिभुजे
प्रवदामि सुसज्जनरञ्जनकम् ॥ २ ॥

अथ चापत्रिभुजं गोलपृष्ठे त्रिभिर्महद्वृत्तचापैरुत्पन्नं तत्र त्रयो भुजास्त्रयः कोणाश्चेति षट् पदार्थास्तेषु त्रयाणां पदार्थानां ज्ञाने शेषपदार्थत्रयज्ञानं वक्ष्यमाणरीत्या संपद्यते । अत्र कोणा विषमा एव भवन्ति । यत्र लम्बरूपवृत्तयोः संयोगजनितः समकोणस्तत् किल चापजात्यं तत्र समकोणस्तु नियत एव भुजकोटिकर्णा द्वौ कोणौ विषमौ चेति पञ्च पदार्थास्तेषां द्वयोर्ज्ञाने शेषाणां ज्ञानं जायते तदर्थं चापजात्यसाध्यानि लिख्यन्ते ॥

तत्र प्रथमप्रतिज्ञा । चापजात्ये एकभुजज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव द्वितीयभुजच्छायया द्वितीयभुजसंमुखकोणच्छायाया निष्पत्तिः ॥

तद्यथा (७१ क्षेत्रं द्र०) एबीसीत्रिभुजे गोलगर्भकेन्द्रात् डीबिन्दुरूपात् डीबी,डीए,डीसीरेखाः कार्याः । डीबीएक्षेत्रे डीबीरेखोपरि एबिन्दुतः एफलम्बः कार्यः । तदग्रात् फबिन्दुतः डीबीसीक्षेत्रे फईलम्बः कार्यः । डीसीरेखा ईबिन्दुपर्यन्तं वर्द्धनीया । ईएरेखाकार्या । एबीचापज्या एफरेखा स्यात् । अथ डीबीरेखोपरि ईफ, एफरेखे लम्बौ अतः डीबीरेखा ईफ,एफरेखयोरुपरि लम्बस्तेन एफईक्षेत्रोपरि डीबीरेखैव लम्बः । अयमेकादशाध्यायस्य चतुर्थक्षेत्रेण सिद्धः । तत्र रेखाद्वययोगे लम्बः स क्षेत्रोपरि लम्ब इत्युक्तमस्ति । अथ

तस्मिन्नेवाध्याये सप्तदश १७ क्षेत्रे एवंप्रतिपादितम् । कस्मिंश्चिद्धरातले या रेखा लम्बस्तद्रेखापतितधरातलमपि पूर्वधरातले लम्ब इत्यतः एईफक्षेत्रोपरि लम्बभूतडीबीरेखापतितं डीबीएक्षेत्रं लम्बो जातः । अथो भुजकोट्योर्मिथो लम्बत्वेन तत्क्षेत्रयोरपि मिथो लम्बत्वं तेन डीबीएक्षेत्रोपरि डीसीएक्षेत्रं लम्बोऽस्ति । अथ यस्यैकं खण्डं लम्बस्तत्संपूर्णमपि लम्ब इति डीईएक्षेत्रखण्डं डीसीएक्षेत्रं तेन डीबीएक्षेत्रोपरि डीईएक्षेत्रं लम्बः सिद्धः । पूर्वं डीबीएक्षेत्रोपरि एईफक्षेत्रं लम्बरूपत्वेन सिद्धमतो लम्बरूपक्षेत्रयोर्योगेनोत्पन्ना ईएरेखा डीबीएक्षेत्रोपरि लम्बरूपा सिद्धा । एकधरातलोपरि यदि धरातलद्वयं लम्बो भवति तदा तद्योगरूपरेखापि लम्बो भवतीत्यष्टादशक्षेत्रेण सिद्धत्वात् । अथ रेखाद्वययोगे यो लम्बः स क्षेत्रोपरि लम्ब इत्येकादशेऽध्याये चतुर्थक्षेत्रे निरूपितम् । तत्र क्षेत्रोपरि लम्बस्तु रेखाद्वययोगे लम्ब एवेति नियमात् प्रकृते डीबीएक्षेत्रोपरि लम्बरूपा ईएरेखा फए, डीएरेखायोगे एचिह्ने लम्बः स्यात् तेन ईएरेखा फए, डीएरेखयोरुपरि लम्बरूपा सिद्धा । अतः फएईकोणः समकोणस्तथा डीएईकोणश्च समकोणो जातः । फएई, डीएईक्षेत्रे जात्यक्षेत्रे सिद्धे । तत्र डीएरेखायास्त्रिज्यामितत्वेन तदुपरि एईरेखाया लम्बत्वेन एईरेखा एसीचापस्यच्छाया जाता । यतश्चापस्य एकप्रान्ततो द्वितीयप्रान्तगतवृत्तखण्डिनीरेखावधिका छाया भवति । प्रकृते डीईरेखा वृत्तखण्डिन्यस्ति तेन एईरेखायाश्छायात्वं सिद्धम् । अथ कर्णक्षेत्रकोटिक्षेत्रयोगरेखा डीबीरेखा तत्स्थफबिन्दुतः फई, फएरेखे कर्णकोटिक्षेत्रयोः क्रमेण लम्बरूपे कृते तदुत्पन्नकोणः ईफएकोणः कर्णकोटिक्षेत्रयोर्नमनतुल्य एकादशाध्यायस्य चतुर्थपरिभाषया सिद्धः । कर्णकोटिक्षेत्रनामनं तु सीबीएकोणस्तेन सीबीएकोणतुल्यः ईफएकोणः सिद्धः । अथ जात्ये क्षेत्रे कोट्या त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव भुजेन भुजसंमुखकोणच्छायाया निष्पत्तिरिति त्रिकोणगणिते पूर्वमुक्तमतः एफईजात्ये एफरूपया एबीचापज्यया कोट्या त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव एईभुजेन एसीचापच्छायारूपेण एईभुजसंमुखस्य ईफएकोणस्य सीबीएकोणतुल्यस्यच्छायाया निष्पत्तिरिति प्रथमप्रतिज्ञोपपन्ना ॥

एबीज्याः त्रिज्या=एसीछाः सीबीएकोणच्छा ॥

एवं सर्वत्र चापजात्ये प्रथमक्षेत्रमुपपन्नं भवति ॥

अत्र निष्पत्तिस्वरूपस्य त्रैराशिकस्वरूपाभिन्नत्वात् प्रमाणतत्फलेच्छातत्फलस्वरूपाणि भवन्ति । तत्र प्रथमचतुर्थखण्डघातो द्वितीयतृतीयघाततुल्यो

भवत्येव । सीबीएकोणच्छाया कोणलग्नस्य एबीचापस्य ज्यया गुणिता त्रिज्या-भक्ता फलं कोणसंमुखएसीचापस्यच्छाया स्यादिति सिद्धम् ॥

चापजात्ये कोणलग्नभुजज्याकोणभाहतिः ।
त्रिज्याभक्ता फलं छाया कोणसंमुखबाहुजा ॥
कोणसंमुखदोश्छाया त्रिज्याघ्नी कोणभाहृता ।
कोणलग्नभुजज्या स्यात् तद्भक्ता कोणभा फलम् ॥

अस्योपपत्तिरुक्तप्रकारवैपरीत्येन बोध्या । उक्तप्रकारोपपत्तिरपि प्रकारान्तराभ्यामग्रे वक्ष्यत इत्यलम् ॥

अथ द्वितीय प्रकारः । कोणचापज्या त्रिज्यागुणा कोटिज्याभक्ता कोणच्छाया $\frac{भु \cdot त्रि}{को}$ । एवं कोणकोटिज्या त्रिज्यागुणा कोणज्याभक्ता कोणकोटिच्छाया $\frac{को \cdot त्रि}{भु}$ । अत्र त्रिज्यया कोणच्छायायां भक्तायां $\frac{भु \cdot त्रि}{को \cdot त्रि}$ कोणकोटिच्छायया त्रिज्यायां भक्तायां वा $\frac{भु \cdot त्रि}{को \cdot त्रि}$ । फलं तुल्यं तेन त्रिज्यया कोणच्छायाया या निष्पत्तिः सैव कोणकोटिच्छायया त्रिज्याया निष्पत्तिः । त्रिःबीकोणछा= बीकोणकोटिच्छाः त्रि । अथ प्रथमक्षेत्रसिद्धस्वरूपस्य एबीज्याःत्रि=एसीछाः बीकोणच्छा । एकान्तरनिष्पत्तिस्वरूपम् । त्रिः बीकोणछा=एबीज्याः एसीछा । अस्य सांप्रतोक्तसिद्धस्वरूपस्य च न्यासः ॥

त्रिःबीकोणच्छा=एबीज्याःएसीछा
त्रिःबीकोणच्छा=बीकोणकोटिच्छाःत्रि
अत्र तुल्यनिष्पत्त्योरपगमे शेषयोर्न्यासः ।

एबीज्याःएसीछा
बीकोणकोटिच्छाःत्रिज्या
अतः एबीचापज्यया सीबीएकोणकोटिच्छायाया या निष्पत्तिः सैव एसीचापच्छायया त्रिज्याया निष्पत्तिरिति सिद्धं प्रथमक्षेत्रान्तर्गतं साध्यम् ॥

कोणस्य कोटिच्छायाघ्नी कोणसंमुखबाहुभा ।
त्रिज्याभक्ता चापजात्ये कोणलग्नभुजज्यका ॥
कोणकोटिभया भक्ता कोणलग्नभुजज्यका ।
त्रिज्याघ्नी च फलं ज्ञेया कोणसंमुखबाहुभा ॥

अथ द्वितीयं क्षेत्रम् । चापजात्ये कर्णज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव भुजज्यया भुजसंमुखकोणज्याया निष्पत्तिः ॥

कज्याः त्रि = भुज्याः भुसंकोणज्या ॥

अत्रोपपत्तिः। (७२ क्षेत्रं द्र०) एबीसीक्षेत्रे डीबिन्दोर्गर्भरूपात् डीसी,डीए,डीबीरेखात्रयं कार्यम्। अथ डीबीरेखोपरि कर्णधरातले ईसीलम्बः कार्यः। ईसीरेखा कर्णज्या। अथ कोटिधरातले तस्मादेव बिन्दोः ईफलम्बः कृतः। सीफरेखा कार्या। अथैकादशाध्यायचतुर्थक्षेत्रे रेखाद्वययोगे यो लम्बः स क्षेत्रोपरि लम्ब इत्युक्तत्वात् प्रकृते डीबीरेखोपरि ईसी, ईफरेखे लम्बौ तद्रेखयोर्योगे ईबिन्दौ डीबीरेखा लम्बो जातः। एकरेखोपरि द्वितीयरेखा लम्बस्तदा द्वितीयरेखोपरि एकरेखापि लम्ब एवेति प्रसिद्धत्वात् । प्रकृते रेखाद्वययोगे डीबीरेखाया लम्बत्वेन सीफईक्षेत्रोपरि डीबीरेखा लम्बः सिद्धः। (अ ११ क्षे ४) अथ डीबीरेखापतितं डीएबीक्षेत्रं सीफईक्षेत्रोपरि लम्बो जातः (अ ११ क्षे १७) तेन डीएबीक्षेत्रोपरि सीफईक्षेत्रं लम्बो जातः। डीएबीक्षेत्ररूपकोटिक्षेत्रोपरि एडीसीक्षेत्रं भुजक्षेत्रं लम्बोऽस्त्येव तेन डीएबीक्षेत्रोपरि लम्बरूपयोः सीफई,एसीडीक्षेत्रयोर्योगरेखा सीफरेखापि लम्बो जातः। (अ ११ क्षे १९) क्षेत्रोपरि लम्बरेखा तु स्वमूलगतासु सर्वरेखासु लम्बरूपैवेति (अ ११ क्षे ४) सिद्धत्वात् प्रकृते लम्बमूले फचिह्नगतासु फए,फडी, फईरेखासु सीफरेखा लम्बो जातः। अत एडीरेखोपरि सीफलम्बस्तेन भुजज्या जाता। चापैकाग्रगतसीबिन्दोस्तदन्याग्रगतएबिन्दुलग्नएडीरेखावधि सीफरेखायाः स्थितत्वात्। अथ फईरेखोपरि सीफरेखायाश्च लम्बत्वात् सीफईकोणः समकोणस्तेन सीफईक्षेत्रं जात्यं सिद्धम्। फईसीकोणस्तु सीबीएकोणतुल्योऽस्ति। तद्यथा। कर्णकोटिक्षेत्रयोगरेखास्यस्य ईबिन्दोः क्रमेण कर्णकोटिक्षेत्रयोर्लम्बौ ईसी,ईफरेखे कृतौ तदुत्पन्नकोणः कर्णकोटिक्षेत्रयोर्नमनेन तुल्यः (अ ११ प ४) अथ सीफईजात्ये सीफभुजज्या सीई, कर्णज्या। अतः कर्णज्यया तत्संमुखकोणज्या त्रिज्या लभ्यते तदा सीफरेखया एसीचापज्यया केति तत्संमुखसीईफकोणज्या लब्धा सैव सीएचापरूपभुजसंमुखी एबीसीकोणज्या लभ्यते। एवं कर्णज्यया त्रिज्या तदा एबीचापज्यया केति एसीबीकोणज्यापि सिद्ध्यति। अत उपपन्नं प्रागुक्तमिति ॥

कर्णज्या कोणजीवाघ्नी त्रिज्याभक्ता फलं भवेत् ।
कोणसंमुखबाहुज्या चापजात्याभिधानके ॥

कोणसंमुखबाहुज्या त्रिज्याघ्नी कर्णजीवया ।
भक्ता फलं तु कोणज्या चापजात्याभिधानके ॥

अथ तृतीयं क्षेत्रम् ॥

तत्र कोणकोटिज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव कोणसंलग्नभुजच्छायया कर्णच्छायाया निष्पत्तिः ॥

कोकोज्याः त्रि=कोलभुछाः कछा ॥

अत्रोपपत्तिः । (७३ क्षेत्रं द्र०) एबीसीक्षेत्रे बीएभुजो वर्द्धितः डीपर्यन्तं वृत्तपादमित एवं बीकेन्द्रात् बीडीरूपनवत्यंशैर्वृत्तपादः डीईफः कार्यः बीसीवर्द्धिता ईपर्यन्तं वृत्तपादमिता एसीफचिह्नावधि वर्द्धिता वृत्तपादमिता जाता फडीचापध्रुवे डीबीचापं गतमतः डीबीचापध्रुवे फडीचापं गमिष्यति । पुनः सीएचापं डीबीचापोपरि लम्बोऽस्त्येव । अतः डीबीचापध्रुवे सीएचापं गमिष्यति । द्वयोः संपाते फचिह्ने बीडीचापध्रुवः सिद्धः । अत्र एबीसीकोणः ईडीचापरूपः । तथा कोणकोटिः फईचापरूपा । कर्णकोटिः ईसीचापरूपा । सीएभुजकोटिः फसीचापम् । एबीभुजकोटिः डीएचापम् । अथ एसीबी, ईसीफकोणौ संमुखगौ तुल्यावेव । ईसीफचापजात्ये प्रथमसाध्यतः फईचापज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव ईसीचापच्छायया तत्संमुखफकोणच्छायाया निष्पत्तिः । फईज्याःत्रि= ईसीछाः फकोणछा । अत्र फईचापं बीकोणकोटिः । ईसीचापं कर्णकोटिः । फकोणः डीएचापं बीएचापकोटिरूपम् । बीएभुजः एबीसीक्षेत्रे । तेन एबीसीक्षेत्रे बीकोणकोटिज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव कर्णकोटिच्छायया कोणलग्नभुजकोटिच्छायाया निष्पत्तिः । कोकोज्याः त्रि=ककोछाः कोलभुकोछा अत्रैकान्तरनिष्पत्तिस्वरूपे कृते न्यासः । कोकोज्याः ककोछा=त्रिः कोलभुकोछा । कोणकोटिज्यया कर्णकोटिच्छायाया या निष्पत्तिः सैव त्रिज्यया कोणलग्नभुजकोटिच्छायाया निष्पत्तिः । अथ त्रिज्यया चापकोटिच्छायाया या निष्पत्तिः सैव चापच्छायया त्रिज्याया निष्पत्तिरिति प्रसिद्धत्वात् । कोणकोटिज्यया कर्णकोटिच्छायाया या निष्पत्तिः सैव कोणलग्नभुजच्छायया त्रिज्याया निष्पत्तिः । कोणकोज्याः ककोछा=कोलभुछाः त्रि ॥

कोणलग्नभुजच्छाया कर्णकोटिभया हता ।
त्रिज्याभक्ता चापजात्ये कोणकोटिज्यका भवेत् ॥
त्रिज्याघ्नी कोणकोटिज्या कर्णकोटिभया हृता ।
कोणलग्नभुजच्छाया जायते चापजात्यके ॥

अथ कर्णकोटिच्छायया भुजकोटिच्छायाया या निष्पत्तिः सैव भुजच्छायया कर्णच्छायाया निष्पत्तिः। तद्यथा। कर्णकोटिज्या त्रिज्यागुणा कर्णज्याभक्ता जाता कर्णकोटिच्छाया $\frac{\text{कको} \cdot \text{त्रि}}{\text{कज्या}}$। भुजकोटिज्या त्रिज्यागुणा भुजज्याभक्ता भुजकोटिच्छाया $\frac{\text{भुको} \cdot \text{त्रि}}{\text{भुज्या}}$। अथ भुजज्या त्रिज्यागुणा भुजकोटिज्याभक्ता भुजच्छाया $\frac{\text{भुज्या} \cdot \text{त्रि}}{\text{भुको}}$। कर्णज्या त्रिज्यागुणा कर्णकोटिज्या भक्ता कर्णच्छाया $\frac{\text{कज्या} \cdot \text{त्रि}}{\text{कको}}$। अत्र कर्णकोटिच्छायया भुजकोटिच्छाया भक्ता $\frac{\text{कज्या} \cdot \text{भुको} \cdot \text{त्रि}}{\text{कको} \cdot \text{त्रि} \cdot \text{भुज्या}}$। भुजच्छायया कर्णच्छाया भक्ता वा फलं तुल्यमेव तेन पूर्वसिद्धनिष्पत्तौ। कोणकोटिज्याः त्रिज्या=कर्णकोछाः कोलभुकोछा। कर्णकोटिच्छायास्थाने कोणलग्नभुजच्छाया तथा कोणलग्नभुजकोटिच्छायास्थाने कर्णच्छाया लिखिता। न्यासः। कोणकोटिज्याः त्रि=कोलभुछाः कछा। अतः कोणकोटिज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव कोणलग्नभुजच्छायया कर्णच्छायाया निष्पत्तिः॥

कर्णच्छाया चापजात्ये कोणकोटिज्यकाहता।
त्रिज्याभक्ता फलं कोणसंलग्नभुजभा मता॥
कोणलग्नभुजच्छाया त्रिज्याघ्नी कर्णभाहृता।
कोणकोटिज्यका प्रोक्ता तदाप्ता कर्णभा फलम्॥

एतेन तृतीयसाध्यमुपपन्नमिति॥

अथ ईसीफचापजात्ये द्वितीयक्षेत्रतः फसीचापज्यया तत्संमुखकोणज्या त्रिज्या लभ्यते तदा फईचापज्यया केति ईसीफकोणज्या $\frac{\text{फईज्या} \cdot \text{त्रि}}{\text{फसीज्या}}$। एतत्तुल्यैव एसीबीकोणज्या। अतस्त्रिज्यया कोणज्यया सीबीचापज्या लभ्यते तदा एसीबीकोणज्यया $\frac{\text{फईज्या} \cdot \text{त्रि}}{\text{फसीज्या}}$ केति लब्धा एबीचापज्या $\frac{\text{फईज्या} \cdot \text{त्रि} \cdot \text{सीबीज्या}}{\text{फसीज्या} \cdot \text{त्रि}}$।

अत्र त्रिज्ययोर्गुणहरयोर्नाशे फसीचापज्याकर्णे फईचापज्या भुजस्तदा सीबीज्याकर्णे क इति वा एबीचापज्या स्यात् । $\frac{\text{फईज्या} \times \text{सीबीज्या}}{\text{फसीज्या}}$ । अत्र प्रमाणफलेच्छाफले तुल्यकोणसंमुखगे भुजज्ये भवतः सर्वत्रेति बोध्यम् । अत्र फईचापज्या बीकोणकोटिज्या सा सीबीचापरूपकर्णज्यया हता कोणसंमुखभुजकोटिज्यया फसीचापज्यया भक्ता फलं बीकोणलग्नएबीचापज्यारूपो भुजः स्यात् ।

कर्णज्याकोणकोटिज्याघाते कोटिज्यया हृते ।
कोणसंमुखबाहोस्तु कोणलग्नभुजज्यका ॥
कोणलग्नभुजज्याघ्नी कोणसंमुखबाहुजा ।
कोटिज्या कर्णजीवाप्ता कोणकोटिज्यका फलम् ॥

इति सिद्धम् ।

अथ चतुर्थं क्षेत्रम् । तत्र कर्णकोटिज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव एककोणकोटिच्छायया द्वितीयकोणच्छायाया निष्पत्तिः । ककोः त्रि=एककोकोछाः द्विकोछा ।

अत्रोपपत्तिः (७३ क्षेत्रं द्रष्टव्यम्) ईसीफचापजात्ये प्रथमसाध्यतः ईसीचापज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव फईचापच्छायया तत्संमुखईसीफकोणच्छायाया निष्पत्तिः सिद्धा । इसीज्याः त्रि=फईछाः सीकोणछा । अत्र ईसीज्या कर्णकोटिज्या । फईछाया बीकोणकोटिच्छाया । ईसीफकोणच्छायातुल्या एसीबीकोणच्छाया । द्वयोः कोणयोस्तुल्यत्वात् । अतः एसीबीचापजात्ये कर्णकोटिज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव एबीसीकोणकोटिच्छायया एसीबीकोणच्छायाया निष्पत्तिः सिद्धा ।

एककोणभया निघ्नी कर्णकोटिज्यका हृता ।
त्रिज्यया परकोणस्य कोटिच्छाया फलं भवेत् ॥

अत्रास्या निष्पत्तेरेकान्तरस्वरूपे कृते कर्णकोटिज्यया एककोणकोटिच्छायाया या निष्पत्तिः सैव त्रिज्यया द्वितीयकोणच्छायाया निष्पत्तिः । अथ द्वितीयकोणकोटिच्छायया त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव त्रिज्यया द्वितीयकोणच्छायाया निष्पत्तिः । द्वयोर्न्यासः । ककोज्याः एककोणकोछा=त्रिः द्विकोणछा ।
द्विकोणकोछाः त्रि=त्रिः द्विकोणछा

थ

अत्र तुल्ययोर्निष्पत्त्योर्नाशे शेषम्। $\frac{\text{कक्रोज्या: एककोणकोछा}}{\text{द्विकोणकोछा: त्रिज्या}}$ । अतः कर्णकोटि-ज्यया एककोणकोटिच्छायाया या निष्पत्तिः सैव द्वितीयकोणकोटिच्छायया त्रिज्याया निष्पत्तिः सिद्धा ।

कोणयोः कोटिजच्छायाघाते त्रिज्याविभाजिते ।
लब्धं तु कर्णकोटिज्या चापजात्याभिधानके ॥

इति सूत्रमुपपन्नम् ।

अथ पञ्चमं क्षेत्रम् । तत्रैकभुजकोटिज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव कर्णकोटिज्यया द्वितीयभुजकोटिज्याया निष्पत्तिः ।

अत्रोपपत्तिः (७३ क्षेत्रं द्रष्टव्यम्) ईसीफचापजात्ये द्वितीयसाध्यतः फसीचापज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव ईसीचापज्यया तत्संमुखफकोणज्याया निष्पत्तिः । फसीज्याः त्रि=इसीज्याः फकोणज्या । अत्र फसीचापज्या तु एसीबीचापजात्यस्य एसीभुजकोटिज्यास्ति । ईसीचापज्या तु सीबीरूपकर्णस्य कोटिज्या । फकोणस्तु एबीभुजस्य कोटिरूपः । अत उपपन्नमुक्तसाध्यम् ।

दोर्जकोटिज्ययोर्घाते त्रिज्यया भाजिते फलम् ।
कर्णचापस्य कोटिज्या चापजात्याभिधानके ॥
कर्णकोटिज्यकात्रिज्याघाते चैकभुजोत्थया ।
कोटिज्यया हृते लब्धं परदोःकोटिमौर्विका ॥

एकभुको: त्रि=ककोः द्विभुको ।

अथ षष्ठं क्षेत्रम् । एकभुजकोटिज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव एकभुजसंमुखकोणकोटिज्यया द्वितीयभुजसंमुखकोणज्याया निष्पत्तिः ।

अत्रोपपत्तिः (७३ क्षेत्रं द्रष्टव्यम्) ईसीफचापजात्ये द्वितीयसाध्यतः फसीचापज्यया कर्णज्यारूपया तत्संमुखकोणज्यायास्त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव फईचापज्यया ईसीफकोणज्याया निष्पत्तिः । अत्र फसीचापज्या तु एबीसीचापजात्यस्य एसीभुजकोटिज्या फईचापज्या तु एबीसीकोणकोटिज्या । ईसीफकोणज्यैव एसीबीकोणज्या द्वितीयभुजस्य एबीचापस्य संमुखकोणज्या ।

कोणज्यका कोणलग्नदोर्जकोटिज्यया हता ।
त्रिज्याभक्ता फलं चान्यकोणकोटिज्यका भवेत् ॥

अथ पञ्चमषष्ठसाध्ययोर्न्यासः ।

एकभुजकोटिज्या: त्रिज्या = कर्णकोटिज्या: द्वितीयभुजकोटिज्या ।

एकभुजकोटिज्या: त्रिज्या = एकभुजसंकोकोटिज्या: द्वितीयभुजसंकोज्या ।

अत्र तुल्यनिष्पत्त्योर्नाशे शेषम् ।

कर्णकोटिज्या:द्वितीयभुकोटिज्या=एकभुसंकोकोटिज्या:द्वितीयभुसंकोज्या ।

तेन कर्णकोटिज्यया एकभुजसंमुखकोणकोटिज्याया या निष्पत्तिः सैव द्वितीयभुजकोटिज्यया द्वितीयभुजसंमुखकोणज्याया निष्पत्तिः ।

भुजसंमुखकोणज्या कर्णकोटिज्यकागुणा ।
भुजकोटिज्ययाप्ताऽन्यकोणकोटिज्यका भवेत् ॥

अथवा ईसीफचापजात्ये ईसी,ईफचापज्ययोर्या निष्पत्तिः सैव तत्संमुखयोः कोणज्ययोः ईफसी, ईसीफकोणज्यारूपयोर्निष्पत्तिः । अत्र एसीबीचापजात्यस्य कर्णकोटिज्या ईसीचापज्या । एबीसीकोणकोटिज्या ईफचापज्या । ईफसीकोणज्या द्वितीयभुजकोटिज्या । ईसीफकोणज्यातुल्यैव एबीभुजसंमुखकोणज्या । एतेनानन्तरोक्तसूत्रमुपपन्नम् ।

अथैभ्यः सिद्धपदार्थेभ्यः संपन्ना क्रिया लिख्यते ।

कोटिर्भुजः कर्णकोटिः कोटी ये कोणयोस्तथा ।
चापजात्यस्य पञ्चाङ्गान्येतान्युक्तानि पण्डितैः ॥
तेषामेको मध्यसंज्ञो मध्यलग्नौ तु यौ स्थितौ ।
संलग्नसंज्ञौ तौ ज्ञेयावन्यौ संमुखसंज्ञकौ ॥
मध्यज्यात्रिज्यकाघातः संलग्नजभयोर्हतिः ।
संमुखस्थितकोट्यंशज्ययोर्घात इमे समाः ॥

अत्र चापजात्ये भुजयोरेको भुजस्तदन्या कोटिः कल्प्या ।

यथा (७४ क्षे॰ द्र॰) कोटिः १ भुजः २ कर्णकोटिः ३ भुजसंमुखकोणकोटिः ४ कोटिसंमुखकोणकोटिः ५ एतदङ्कपञ्चकमेषामेको मध्यसंज्ञः मध्यलग्नौ संलग्नसंज्ञौ संमुखगौ संमुखसंज्ञौ । तत्र मध्यज्यात्रिज्याघातः संलग्नयोश्छायाघातः संमुखाङ्कयोः कोटिज्याघात एते तुल्याः । अत्र कोटिलग्नः अकोणः भुजलग्नः खकोणः कल्पितः । यदा कर्णकोटिर्मध्यस्तदा कोणकोटी संलग्नसंज्ञे शिष्टौ कोटिभुजौ संमुखौ तत्र कर्णकोटिज्यात्रिज्याघातः अकोणकोटिच्छायाखको-

णकोटिच्छायाघातः कोटिकोटिज्याभुजकोटिज्याघात एते तुल्याः। तद्यथा। पञ्चमसाध्यनिष्पत्तौ प्रथमचतुर्थघातो द्वितीयतृतीयघाततुल्य इति कर्णकोटिज्यात्रिज्याघातो भुजसंबन्धिकोटिज्ययोर्घातेन तुल्यो जातः। तथा चतुर्थसाध्यसिद्ध्या कोणयोः कोटिजच्छायाघाते त्रिज्याविभाजिते। लब्धं तु कर्णकोटिज्येति रीत्या कर्णकोटिज्यात्रिज्याघातः कोणकोटिच्छाययोर्घाततुल्य इति सिद्धम्। एवं यदा भुजो मध्यस्तदा खकोणकोटि,कोटी संलग्नौ अकोणकोटिकर्णकोटी संमुखौ। तत्र द्वितीयसाध्यतः त्रिज्याभुजज्याघातः संमुखयोः कोटिज्ययोः अकोणज्याकर्णज्ययोर्घातेन तुल्यो जातः। अथ प्रथमसाध्यसिद्ध्या कोणस्य कोटिच्छायाघ्नी कोणसंमुखबाहुभा। त्रिज्याभक्ता चापजात्ये कोणलग्नभुजज्यकेति रीत्या खकोणकोटिच्छायाकोटिजच्छायाघातस्त्रिज्याभुजज्याघाततुल्य इति सिद्धम्। एवं यदा कोटिर्मध्यसंज्ञा तदा अकोणकोटिभुजौ संलग्नौ खकोणकोटिकर्णकोटी संमुखौ। अत्राप्युक्तरीत्या भुजकोट्योः स्वरूपाभेदात् कोटिज्यात्रिज्याघातः अकोणकोटिच्छायाभुजच्छायाघातः खकोणज्याकर्णज्याघातश्च एते तुल्याः सिद्धाः। अथच अकोणकोटिर्मध्यसंज्ञा तदा कर्णकोटि,कोटी संलग्नौ खकोणकोटि,भुजौ संमुखौ। अत्र षष्ठसाध्यतः अकोणकोटिज्यात्रिज्याघातः भुजकोटिज्याखकोणज्याघाततुल्यः सिद्धः। तेन संमुखयोः कोटिज्याघात इति सिद्धम्। अथ तृतीयसाध्यसिद्ध्या कोणलग्नभुजच्छाया कर्णकोटिभया हता। त्रिज्याभक्ता चापजात्ये कोणकोटिज्यका भवेदिति रीत्या अकोणकोटिज्यात्रिज्याघातः कर्णकोटिच्छायाघाततुल्य इति संलग्नयोश्छायाघातः सिद्धः। एवं खकोणकोटिर्मध्यः कर्णकोटि,भुजौ संलग्नौ। अकोणकोटि,कोटी संमुखौ। तत्राप्युक्तप्रकारेण कोणयोः स्वरूपाभेदात् खकोणकोटिज्यात्रिज्याघातः संलग्नयोः कर्णकोटिच्छायाभुजच्छाययोर्घातेन तुल्यः संमुखयोः कोटिज्ययोः अकोणज्याकोटि,कोटिज्यारूपयोर्घातेन तुल्य इति सिद्धम्। एतेन चापजात्ये मध्यसंज्ञज्यात्रिज्याघातः संलग्नयोश्छायाघातः संमुखाङ्गयोः कोटिज्याघात एते तुल्याः प्रोक्तप्रकारत उपपन्नाः।

अथान्यदाह। (तृतीयसाध्यं द्रष्टव्यम्) तत्र एसीबीक्षेत्रे तृतीयसाध्यनिष्पत्तौ। कोणकोज्याः त्रि = कोणलग्नभुजच्छाः कर्णच्छा। एकान्तरनिष्पत्तिस्वरूपे कृते कोणकोटिज्यया कोणलग्नभुजच्छायाया या निष्पत्तिः सैव त्रिज्यया कर्णच्छायाया निष्पत्तिरित्यतः सीकोणस्य बीकोणस्य च न्यासः।

सीकोकोः एसीछा = त्रिः कछा
बीकोकोः एबीछा = त्रिः कछा । अत्र तुल्ययोर्निष्पत्त्योर्नाशे शेषम्। सीकोकोः

एसीछा=बीकोको: एबीछा। अतः सीकोणकोटिज्यया बीकोणकोटिज्याया या निष्पत्तिः सैव एसीचापच्छायया एबीचापच्छायाया निष्पत्तिरिति सिद्धम्।

कोणसंमुखबाहोस्तु छाया संगुणिता यदा ।
कोणकोटिज्यया तुल्या तदा कोणद्वये भवेत् ॥

इत्युपपन्नम् ।

अत्र सर्वत्र ययोर्ययोर्घातस्तुल्यो यथा प्रथमद्वितीययोर्घातस्तृतीयचतुर्थघाततुल्यस्तत्र प्रथमद्वितीयघाते तृतीयभक्ते चतुर्थमानमेवं चतुर्थभक्ते तृतीयमानं स्यात्। अथवा तृतीयचतुर्थघाते प्रथमभक्ते द्वितीयमानं द्वितीयभक्ते प्रथममानं लभ्यत इति सर्वत्र बोध्यम् ।

अथैकभुजकर्णाभ्यां द्वितीयभुजज्ञानम्। अत्र पञ्चमसाध्ये कर्णकोटिज्यात्रिज्याघात एकभुजकोटिज्याभक्तः फलं द्वितीयभुजकोटिज्यास्वरूपम्।

$\frac{\text{ककोि·त्रि १}}{\text{एकभुकोज्या १}}$। एतद्वर्गेण त्रिज्यावर्गो हीनः जातो द्वितीयभुजज्यावर्गः।

$\frac{\text{ककोव·त्रिव१एभुकोव·त्रिव १}}{\text{एभुकोव १}}$। अत्र कर्णकोटिज्यैकभुजकोटिज्यावर्गान्तरं यदेव तदेव कर्णज्यैकभुजज्यावर्गान्तरं त्रिज्यावर्गगुणं कृतं त्रिज्यावर्गस्य खण्डयोर्गुणत्वात् कोटिज्ययोर्वर्गान्तरस्य भुजज्ययोर्वर्गान्तरेण तुल्यत्वाच्च सिद्धो द्वितीयभुजज्यावर्गः। $\frac{\text{त्रिव (कज्याव १एज्याव १)}}{\text{एभुकोव १}}$। एतस्य मूलं तु कर्णज्यैकभुजज्यावर्गान्तरमूलं त्रिज्यागुणमेककोटिज्याभक्तं लब्धं द्वितीयभुजज्यामानम्। एतेन

अच ज्ञाते चापबाहुश्रुती ये
तज्ज्याकृत्योरन्तराद्यत्पदं तत् ।
त्रिज्यानिघ्नं ज्ञातकोटिज्ययाप्तं
तच्चापं स्यान्मानमज्ञातबाहोः ॥

इति तत्त्वविवेकोक्तमुपपन्नम् ।

अथान्यथोपपत्तिः (७५ क्षे·द्र·) अत्र पूर्वं सीफईजात्यं सिद्धमस्ति। एसीचापज्या सीफरेखा भुजः फई कोटिः सीबीचापज्या ईसीरेखा कर्ण इत्येकम्। तथा सीफं भुजः तत्कोटिज्या फडी कोटिः सीडी त्रिज्या कर्ण इति

द्वितीयम् । अथ सीई भुजः तत्कोटिज्या ईडी कोटिः सीडी त्रिज्या कर्णः । अत्र सीफरेखासीईरेखयोर्वर्गान्तरतुल्यं फडीरेखाईडीरेखावर्गान्तरं भुजज्ययोर्वर्गान्तरस्य कोटिज्ययोर्वर्गान्तरतुल्यत्वात् । अतः फईरेखा भुजः ईडीरेखा कोटिः फडीरेखा कर्ण इति चतुर्थजात्यम् । अथ एबीचापज्या एपीरेखा भुजः तत्कोटिज्या पीडीरेखा कोटिः एडी त्रिज्या कर्ण इति पञ्चमं जात्यम् । अत्र बीडीरेखोपरि ईफलम्बः पूर्वं कृतोऽस्ति इदानीं बीडीरेखोपरि एपीलम्बश्च कृतः एडीरेखास्थए, फचिह्नाभ्यां कृतयोर्लम्बयोः बीडीरेखोपरिगतयोः समकोणजनकयोः समानान्तरत्वात् पञ्चमजात्यान्तर्गतं चतुर्थजात्यं मिथः सजातीयं द्वयोः कोणत्रयसाम्यात् । अतो डीफकर्णे फईभुजस्तदा एडीत्रिज्याकर्णे क इति एपीरेखा सैव एबीचापज्या । अत्र डीफरेखा तु एसीचापकोटिज्यास्ति । फईरेखा तु कर्णज्याभुजज्यावर्गान्तरमूलरूपा सा त्रिज्यागुणा भुजकोटिज्यया फडीरेखया भक्ता लब्धा एपीरेखा इयं एबीचापज्या । एतेन अत्र ज्ञाते चापबाहुश्रुती ये इति पद्यमुपपन्नम् ।

अथ चडीफकर्णे डीईरेखा कोटिस्तदा डीएत्रिज्याकर्णे केति एबीचापकोटिज्या पीडीरेखा लब्धा । अत्र डीफरेखा भुजकोटिज्या डीईरेखा कर्णकोटिज्या । एतेन पञ्चमसाध्यमुपपन्नम् । तथा

यद्वा कर्णोत्था च या कोटिजीवा
त्रिज्यानिघ्नी ज्ञातकोटिज्ययाप्ता ।
तच्चापांशैरूनखाङ्कैर्मितं स्या-
दज्ञातस्याव्यक्तमानं हि बाहोः ॥

इति तत्त्वविवेकोक्तं चोपपन्नम् ।

अथ सीफईजात्ये ईकोणकोटिः सीकोणः तत्र ईकोणस्तु एबीसीचापजात्यस्थबीकोणतुल्यः । अत्र जात्ये फकोणज्यया तत्संमुखी सीईरूपा कर्णज्या लभ्यते तदा बीकोणकोटिज्यातुल्यया सीकोणज्यया केति लब्धा फईरेखा इयं त्रिज्यागुणा फडीरेखाभक्ता एपीरेखा स्यात् तत्र त्रिज्यातुल्ययोर्गुणहरयोर्नाशे कर्णज्या कोणकोटिज्यागुणा एकभुजकोटिज्यया भक्ता कोणलग्नो भुजः स्यात् । एतेन तृतीयसाध्यसिद्धिः ।

कर्णज्याकोणकोटिज्याघाते कोटिज्यया हृते ।
कोणसंमुखबाहोस्तु कोणलग्नभुजज्यका ॥

इति प्रकारश्चोपपन्नः ।

अत्र प्रथमसाध्यजं एईपीजात्यं द्वितीयसाध्यजसीफईजात्यसजातीयं एपीई-कोणस्य फईसीकोणस्य च बीकोणतुल्यत्वात् कोणत्रयसाम्यात् । तेन एसी-चापच्छाया भुजः एबीचापज्या कोटिः ईपीरेखा कर्ण इत्येकम् । तथा एसीचाप-ज्या भुजः कर्णज्या कर्णः फईरेखा कोटिरिति द्वितीयम् । अनयोरनुपाता-न्मिथो भुजकोटिकर्णज्ञानं संभवति ।

अथ प्रथमसाध्योपपत्तिः । यदि त्रिज्याकर्णे एकभुजज्या एपीरेखा भुजस्तदा द्वितीयभुजकोटिज्याकर्णे डीफरूपे क इति फईरेखा लब्धा । $\frac{\text{एभुज्या} \times \text{द्विभुको}}{\text{त्रि}}$ ।

अथ सीफईजात्ये बीकोणकोटिज्यया सीकोणज्यया फईरेखा तदा बीकोण-ज्यया केति जाता सीफरेखा सैव द्वितीयभुजज्या ।

$\frac{\text{एभुज्या} \times \text{द्विभुको} \times \text{बीकोणज्या}}{\text{त्रि} \times \text{बीकोणकोटिज्या}}$ । इयं त्रिज्यागुणा द्वितीयभुजकोटिज्याभक्ता जाता समगुणहरयोर्नाशे द्वितीयभुजच्छाया । $\frac{\text{एभुज्या} \times \text{बीकोणज्या}}{\text{बीकोणकोटिज्या}}$ । अत्र भा-ज्यहरौ स्वेच्छया त्रिज्यागुणितौ । $\frac{\text{एभुज्या} \times \text{बीकोणज्या} \times \text{त्रि}}{\text{बीकोकोज्या} \times \text{त्रि}}$ । अत्र बीकोण-ज्या त्रिज्यागुणा स्वकोटिज्याभक्ता बीकोणच्छाया तदा द्वितीयभुजच्छाया-स्वरूपमिदम् । $\frac{\text{एभुज्या} \times \text{बीकोछा}}{\text{त्रि}}$ । एतेन

चापजात्ये कोणलग्नभुजज्याकोणभाहतिः ।
त्रिज्याभक्ता फलं छाया कोणसंमुखबाहुजा ॥

इति प्रथमसूत्रमुपपन्नम् ।

अथवा

कर्णज्याकोणकोटिज्याघाते कोटिज्यया हृते ।
कोणसंमुखबाहोस्तु कोणलग्नभुजज्यका ॥

इतिप्रकारेणोच्यते । बीकोणकोटिज्या कर्णज्यागुणा एसीचापकोटिज्यया

भक्ता जाता एबीचापज्या। $\frac{\text{बीको} \times \text{कज्या}}{\text{एसीको}}$। अथ चापज्या त्रिज्यागुणा स्वकोटिज्याभक्ता चापच्छाया स्यादिति प्रसिद्धत्वात् प्रकृते बीकोणज्या त्रिज्यागुणा बीकोणकोटिज्यया भक्ता बीकोणच्छाया। $\frac{\text{बीज्या} \times \text{त्रि}}{\text{बीछा}}$। इयं यदि कोणलग्नएबीचापज्यया गुणिता तदा तुल्ययोर्गुणहरयोर्नाशे सिद्धं स्वरूपम्।

$\frac{\text{बीज्या} \times \text{कज्या} \times \text{त्रि}}{\text{एसीको}}$। बीकोणज्याकर्णज्यात्रिज्याघात एसीकोटिज्याभक्त इति सिद्धम्। अथ त्रिज्यया कोणज्यया कर्णज्या लभ्यते तदा बीकोणज्यया केति जाता एसीचापज्या। $\frac{\text{बीज्या} \times \text{कज्या}}{\text{त्रि}}$। इयं त्रिज्यागुणा स्वकोटिज्याभक्ता तदा त्रिज्ययोर्नाशे एसीचापच्छाया $\frac{\text{बीज्या} \times \text{कज्या}}{\text{एसीको}}$ बीकोणज्याकर्णज्याघातः एसीचापकोटिज्याभक्त इति स्वरूपा। अत्र पूर्वसिद्धकोणच्छायाकोणलग्नभुजज्याघाते $\frac{\text{बीज्या} \times \text{कज्या} \times \text{त्रि}}{\text{एसीको}}$ त्रिज्यया भजनेन $\frac{\text{बीज्या} \times \text{कज्या}}{\text{एसीको}}$ एसीचापच्छायास्वरूपं लभ्यत इत्युक्तम्।

चापजात्ये कोणलग्नभुजज्याकोणभाहतिः।

इति पद्यस्यमानयनमुपपन्नम्।

अथ द्वितीयक्षेत्रस्यसीफईक्षेत्रस्य जात्यत्वनिश्चयाय रेखागणितानभिज्ञानां प्रसिद्धमार्गेण तत्त्वविवेकोक्ता रीतिः प्रदर्श्यते। यथा नाडीवृत्तक्रान्तिवृत्तसंपातो बीबिन्दौ कल्प्यः। एबीचापं विषुवांशाः सन्ति नाडीवृत्ते क्रान्तिवृत्ते ग्रहभुजांशाः सीबीचापं ग्रहस्थानं सीबिन्दौकल्प्यम्। डीचिह्नं गोलगर्भेऽस्ति बीडीरेखा संपातमध्यसूत्रं संपाताद्ग्रहभुजांशैः कृतं भुजांशवृत्तं अस्य गर्भकेन्द्रं ईचिह्नं अस्माद्ग्रहभुजज्यया कृतं भुजांशवृत्तमेव इदं ग्रहलग्नमस्ति। अथ नाडीवृत्तपृष्ठकेन्द्रे ध्रुवद्वये सक्तं ग्रहगतं ध्रुवसूत्रमिष्टवृत्तसंज्ञं वा भुजांशवृत्तेष्टवृत्तयोर्यौ संयोगौ तौ नाडीवृत्तात् समान्तरगतावेव। द्वयोर्वृत्तयोरुपरि नाडीवृत्तस्य

लम्बरूपत्वात् । नाडीवृत्ताद्भयतस्तुल्यान्तरे भुजांशवृत्तेष्टवृत्तसंपातत्वात् । भुजांशवृत्तगर्भकेन्द्राद्भुजांशवृत्तनाडीवृत्तयोगावधि भुजांशवृत्तमध्यसूत्रम् । एवं गोलगर्भात् नाडीवृत्तेष्टवृत्तयोगावधि इष्टवृत्तमध्यसूत्रम् । स्वस्ववृत्तमध्यसूत्रस्य योगः पूर्णज्यार्धे नियत एव । कथमन्यथा वृत्ते पूर्णज्यार्धमध्यसूत्रयोर्मिथो लम्बरूपत्वम् । अतः प्रकृते ईबिन्दोर्गता ईफरेखा स्वमार्गवर्द्धिता नाडीवृत्तावधि कृता भुजांशवृत्तमध्यसूत्ररूपा तथा एडीरेखा इष्टवृत्तमध्यसूत्ररूपा । अनयोर्योगः पूर्णज्यार्धरूपे फबिन्दावस्ति । भुजांशवृत्तेष्टवृत्तसंपातयोर्बद्धसूत्रं पूर्णज्यासंज्ञम् । पूर्णज्यार्धं सीफरेखा सा इष्टवृत्ते क्रान्तिज्यारूपा भुजांशवृत्तेऽपि स्वगतचापज्या सैव एसीचापमिष्टवृत्तेऽस्ति । अत्र भुजांशवृत्ते मध्यसूत्रखण्डरूपा ईफरेखा कोटिः सीफरेखा भुजः केन्द्रपाल्यन्तरे तद्वृत्तत्रिज्यारूपा ग्रहभुजज्या कर्णः । अतः फईरेखोपरि सीफरेखा लम्बरूपा यतो वृत्तकेन्द्रगतमध्यसूत्रोपरि वृत्तपालिगतबिन्दुतो लम्बः कृत एव चापज्यारूपः स्यात् तेन सीफईकोणः समकोणो जातः । अतः सीफईक्षेत्रं जात्यं सिद्धम् । अत्र सीफं क्रान्तिज्या,फडी द्युज्या,सीईरेखा ग्रहभुजज्या,ईडीरेखा ग्रहकोटिज्या,एपी विषुवांशज्या,पीडी विषुवांशकोटिज्या,बीकोणो जिनांशाः । अतः सर्वं स्वधियोह्यमिति ।

अथ चापजात्यद्वययोः कर्णैकत्वेन योगाच्चतुर्भुजाकारत्वं तत्र गणितं प्रदर्श्यते । (७६ क्षे· द्र·) अत्र अ,कमितौ भुजौ चः कर्ण इत्येकं चापजात्यं तथा ग,घमितौ भुजौ कर्णः स एवेत्यन्यचापजात्यम् । अनयोर्योगाच्चतुरस्रं क्षेत्रं दृश्यते । अत्र अभुजकभुजयोगजः गभुजघभुजयोगजश्च समकोणः । यदि अभुजगभुजयोगजोऽपि कोणः समकोणस्तदा चतुरस्रे समकोणत्रयं जातम् । अत्र चकर्णसंमुखौ समकोणौ तज्ज्या त्रिज्यैव । यदि त्रिज्यया चकर्णज्या लभ्यते तदा अभुजचकर्णोत्पन्नकोणज्यया केति कचापज्या एकविषमभुजज्यासंज्ञा । अथ यदि अगकोणः संपूर्णः समकोणो नवत्यंशमितस्तदा अचकोणकोटिरूप एव चगकोणः स्यात् । अत्रापि त्रिज्यया चचापज्या लभ्यते तदा अचकोणकोटिज्यातुल्यया गचकोणज्यया केति घचापज्या द्वितीयविषमभुजसंज्ञज्या । द्वयोर्न्यासः । $\frac{\text{अचज्या}\times\text{चज्या}}{\text{त्रि}}$ | $\frac{\text{अचकोज्या}\times\text{चज्या}}{\text{त्रि}}$ । अनयोर्वर्गौ ।

$\frac{\text{अचज्या}^2\times\text{चज्या}^2}{\text{त्रि}^2}$ | $\frac{\text{अचकोज्या}^2\times\text{चज्या}^2}{\text{त्रि}^2}$ । द्वयोर्योगे कर्त्तव्ये खण्डयोः च-

कर्णवर्गरूपगुणस्य साम्यात् अचकोणज्यावर्गः अचकोणकोटिज्यावर्गयुतस्त्रिज्यावर्ग एव चवर्गगुणः सिद्धः। $\frac{\text{त्रि}^2 \times \text{चज्या}^2}{\text{त्रि}^2}$। भाज्ये हरेण भक्ते त्रिज्यावर्गयोर्नाशात् फलं कर्णवर्ग एव तन्मूलं कर्ण इति विषमभुजयोर्वर्गयोगान्मूलं कर्णः स्यादित्युपपन्नम्। अथ अत्र ज्ञाते चापबाहुश्रुती ये तज्ज्याकृत्योरन्तराद्यत् पदं तत्। त्रिज्यानिघ्नं ज्ञातकोटिज्ययाप्तमिति पद्येन चापजात्ये कर्णैकविषमभुजयोर्ज्यावर्गान्तरमूलं द्वितीयविषमभुजज्यारूपं त्रिज्यानिघ्नमेकविषमभुजकोटिज्यया भक्तं लब्धचापमेकविषमभुजलग्नः समभुजः स्यादेव। एवमुभयथापि। कर्णाग्रसक्तैककोणस्य विषमत्वात्। तल्लग्नौ भुजौ विषमसंज्ञौ तच्चापाश्रितवृत्तयोः परस्परं लम्बरूपत्वाभावात्। अन्यौ शिष्टौ समभुजौ तच्चापाश्रितवृत्तयोर्मिथो लम्बरूपत्वात् तल्लग्नकर्णाग्रसक्तकोणस्य समकोणत्वात्। एतेन

गोलेऽथ चापकर्णाद्यो पार्श्वयोश्चापजात्यके।
तद्वशाच्चतुरस्रं तु दृश्यते यद्विदां वर ॥
तस्य कर्णाग्रसक्तैककोणः स विषमाभिधः।
समं तु कोणत्रितयं विषमाभिधकोणतः ॥
पार्श्वयोर्यौ भुजौ तौ तु विषमौ समकोणतः।
कर्णाग्रसक्तात् पार्श्वस्थौ भुजौ यौ तौ समाभिधौ ॥
यत्पार्श्वासमबाहुज्याकृतिं कर्णज्यकाकृतेः।
विशोध्य मूलं तच्चापं नियतं चान्यपार्श्वगः ॥
भवेत् स विषमो बाहुरेवं यद्विषमो भुजः।
ज्ञातस्तज्ज्या त्रिभज्याघ्नी भक्ताऽन्यविषमाख्यया ॥
कोटिमौर्व्याथ तच्चापमन्यपार्श्वसमो भुजः।
सदेत्थं गणितं प्राज्ञैर्ज्ञेयमेतादृशस्थले ॥

इति तत्त्वविवेकोक्तं चापचतुरस्रतृतीयभुजानयनमुपपन्नं भवति।

अथ यत्र समभुजावेव ज्ञातौ तत्र कर्णमानं यावत्तावन्मितं प्रकल्प्य कर्णसमभुजाभ्यामन्यौ विषमभुजौ प्रसाध्य तद्वर्गयोगस्य यावत्तावद्वर्गेण समीकरणात् कर्णमानं ज्ञातव्यम्। यत्र चापचतुरस्रे कर्णाग्रसक्तौ विषमकोणौ तत्रा-

क्तक्रिया विषमभुजयोर्वर्गयोगमूलरूपकर्णज्यकादिका न संभवति । उक्तोपपत्तेस्तत्राप्रसक्तेः । अथच यद्वा कर्णत्या च या कोटिजीवा त्रिज्यानिघ्नी ज्ञातकोटिज्ययाप्ता इति तत्त्वविवेकोक्तपद्धेन पञ्चमसाध्येन वा चापजात्ये भुजसंबन्धिकोटिज्ययोर्घातस्य कर्णकोटिज्यात्रिज्याघाततुल्यत्वात् चापचतुरस्रे भुजसंबन्धिकोटिज्ययोर्घातस्तुल्य एव स्यात् । द्वयोश्चापजात्ययोः कर्णैकत्वात् कर्णकोटिज्यात्रिज्याघातस्य तुल्यत्वात् । यथा प्रकृते अभुजकोटिज्याकभुजकोटिज्याघातः गभुजकोटिज्याघभुजकोटिज्याघाततुल्य एव जातः । अतो राशिचतुष्टये प्रथमद्वितीयघाते तृतीयभक्ते चतुर्थं चतुर्थभक्ते तृतीयं स्यादेवं तृतीयचतुर्थघाते प्रथमभक्ते द्वितीयं द्वितीयभक्ते प्रथमं लभ्यते । अतः प्रकृते अचापकोटिज्यया तत्संमुखी घचापकोटिज्या तदा गचापकोटिज्यया केति लब्धा तत्संमुखी कचापकोटिज्या । एवं कचापकोटिज्यया गचापकोटिज्या तदा घचापकोटिज्यया केति अचापकोटिज्या । एवमन्यदपि ज्ञेयम् । इयं क्रिया कर्णाग्रसक्तयोः कोणयोर्द्वयोरेकस्य वा विषमत्वे संभवतीति सर्वचापचतुरस्रे विद्भिरूहनीया । इति चापजात्यप्रपञ्चः समाप्तः ॥

अथ विषमत्रिभुजगणितं प्रारभ्यते ।

यत्र त्रयो विषमकोणास्तत् किल विषमत्रिभुजं तत्रैको भुजः स्वेच्छया आधारसंज्ञो भूसंज्ञो वा कल्प्यः । अन्यौ भुजसंज्ञावेव । आधारवृत्तोपरि लम्बरूपं यद्वृत्तं भुजद्वययोगबिन्दुगतं तस्य त्रिभुजान्तर्गतं चापं विषमत्रिभुजे लम्बसंज्ञं लम्बनिपातादाधारखण्डे चापरूपे एवाबाधे भवतः । यथा (११ क्षे·द्र·) एबीसीसंज्ञं विषमत्रिभुजं तत्र सीडी लम्बः एडी,बीडीचापे आबाधे ।

अथ प्रथमप्रतिज्ञा । लम्बलग्नकोणज्ययोर्या निष्पत्तिः सैवाबाधालग्नकोणकोटिज्ययोर्निष्पत्तिः ।

अथोपपत्तिः । एसीबीत्रिभुजे सीडीलम्बनिपाताद्द्वे चापजात्ये समुत्पन्ने तत्र चापजात्यस्यषष्ठसाध्यतः सीडीकोटिज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव एकोणकोटिज्यया एसीडीकोणज्याया निष्पत्तिरेकचापजात्ये । एवमपरचापजात्येऽपि सीडीकोटिज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव बीकोणकोटिज्यया बीसीडीकोणज्याया निष्पत्तिः । द्वयोर्न्यासः ।

सीडीकोज्याःत्रि=एकोकोज्याःएसीडीज्या
सीडीकोज्याःत्रि=बीकोकोज्याःबीसीडीज्या ।

अत्र तुल्यनिष्पत्त्योर्नाशे शेषम् ।

एकोकोज्या:एसीडीज्या=बीकोकोज्या:बीसीडीज्या ।

अतः एकोणकोटिज्यया बीकोणकोटिज्यायाया या निष्पत्तिः सैव एसीडीकोणज्यया बीसीडीकोणज्यायाया निष्पत्तिरित्युपपन्नं प्रथमक्षेत्रम् ।

एकाबाधालग्नकोणकोटिज्या लम्बलग्नया ।
अन्याबाधासंमुखस्थकोणमौर्व्या हता समा ॥

अथ द्वितीयसाध्यम् । तत्र भुजसंबन्धिकोटिज्ययोर्या निष्पत्तिः सैवाबाधाकोटिज्ययोर्निष्पत्तिः ।

तद्यथा । पञ्चमसाध्यतश्चापजात्ययोर्लम्बकोटिज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव भुजकोटिज्यया आबाधाकोटिज्याया निष्पत्तिः भुजस्य कर्णरूपत्वात् । न्यासः । सीडीकोज्या:त्रि=एसीको:एडीको
सीडीकोज्या:त्रि=सीबीको:डीबीको ।

तुल्यनिष्पत्त्योरपगमाच्छेषम् । एसीको:एडीको = सीबीको:डीबीको ।

अतः एसीकोटिज्यया सीबीकोटिज्याया या निष्पत्तिः सैव एडीकोटिज्यया बीडीकोटिज्याया निष्पत्तिः ।

एकाबाधालग्नबाहुकोटिजीवा यदा हता ।
अन्याबाधाचापकोटिज्यकया सा समा भवेत् ॥

अथ तृतीयसाध्यम् ।

तत्राबाधाज्ययोर्या निष्पत्तिः सैवाधारलग्नकोणयोश्छायावैपरीत्ये निष्पत्तिः ।

अत्र चापजात्यप्रथमसाध्यतः आबाधाज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव लम्बच्छायया लम्बसंमुखकोणच्छायाया निष्पत्तिः । द्वयोर्न्यासः ।

एडी:त्रि = सीडीछा:एकोणच्छा
बीडी:त्रि = सीडीछा:बीकोणच्छा ।　अत्रापि तुल्यनिष्पत्त्योरपगमाच्छेषम् ।

एडी:एछा
बीडी:बीछा ।　अतः एडीचापज्यया बीडीचापज्याया या निष्पत्तिः सैव बीकोणच्छायया एकोणच्छायाया निष्पत्तिः ।

आबाधाचापजीवा तु स्वलग्ना स्वभया हता ।
तुल्या भवेदुभयतश्चापीये त्रिभुजे सदा ॥

अथ चतुर्थसाध्यम् ।

तत्र लम्बलग्नकोणकोटिज्ययोर्या निष्पत्तिः सैव भुजयोश्छायावैपरीत्ये निष्पत्तिः ।

चापजात्यतृतीयसाध्यतः कोणकोटिज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव कोणलग्नभुजच्छायया कर्णच्छायाया निष्पत्तिरिति । द्वयोर्न्यासः ।

एसीडीकोणकोटिज्या: त्रिज्या = सीडीछाया:एसीछा ।

बीसीडीकोणकोटिज्या:त्रिज्या = सीडीछाया:बीसीछा

तुल्यनिष्पत्त्योर्नाशे शेषम् । एसीडीको:बीसीडीको = बीसीछा: एसीछा । अतः एसीडीकोणकोटिज्यया बीसीडीकोणकोटिज्याया या निष्पत्तिः सैव बीसीचापच्छायया एडीचापच्छायाया निष्पत्तिः ।

लम्बलग्नस्य कोणस्य कोटिज्या या द्वयोर्भवेत् ।
सा स्वलग्नभुजच्छायासंगुणा चेत्समा भवेत् ॥

इत्युपपन्नम् ।

यत्र निष्पत्तौ मध्यखण्डयोर्नाशः क्रियते तत्रान्त्ये वैपरीत्यं स्यात् । तद्यथा । त्रिज्यायां एसीडीकोणकोटिज्याभक्तायां फलं प्रथमं तथा सीडीछायाभक्तायां एसीछायायां द्वितीयं फलं च तुल्यम् । $\frac{\text{त्रि}}{\text{एसीडीको}}$ (प्र) = $\frac{\text{एसीछा}}{\text{सीडीछा}}$ (द्वि) ।

एवं त्रिज्यायां बीसीडीकोणकोटिज्याभक्तायां फलं तृतीयं बीसीडीछायाभक्तायां बीसीछायायां फलं चतुर्थम् । $\frac{\text{त्रि}}{\text{बीसीडीको}}$ (तृ) = $\frac{\text{बीसीछा}}{\text{सीडीछा}}$ (च) ।

अत्र प्रथमद्वितीययोस्तृतीयचतुर्थयोः फलयोः साम्यात् तृतीयेन प्रथमस्य या निष्पत्तिः सैव चतुर्थेन द्वितीयस्य निष्पत्तिः स्यात् तेन तृतीयेन प्रथमे भक्ते फलम् । $\frac{\text{बीसीडीको}}{\text{एसीडीको}}$ । चतुर्थेन द्वितीये भक्तेफलम् । $\frac{\text{एसीछा}}{\text{बीसीछा}}$ ।एतेचतुल्ये। एसीडीकोटिज्यया बीसीडीकोटिज्याया या निष्पत्तिः सैव बीसीछायया एसीछायाया निष्पत्तिः सिद्धा । एवं तृतीयसाध्येऽपि युक्तिर्ज्ञेया ।

अथ पञ्चमसाध्यम् ।

तत्र भुजयोर्योगार्धच्छायया आबाधयोर्योगार्धच्छायाया या निष्पत्तिः सैव आबाधयोरन्तरार्धच्छायया भुजयोरन्तरार्धच्छायाया निष्पत्तिः ।

अत्रैकान्तरनिष्पत्त्या तु आबाधयोर्योगार्धच्छायया भुजयोरन्तरार्धच्छायाया या निष्पत्तिः सैव भुजयोर्योगार्धच्छायया आबाधयोरन्तरार्धच्छायाया निष्पत्तिः। अत्र भुजयोर्योगार्धच्छायान्तरार्धच्छायाघातस्तु आबाधयोरन्तरार्धच्छायायोगार्धच्छायाघाततुल्य इत्यस्ति। तत्रोपपत्तिर्यथा। अत्र सर्वत्र राश्योर्योगेन तदन्तरस्य या निष्पत्तिः सैव समानगुणितराश्योरपि योगेन तदन्तरस्य निष्पत्तिः। यथा राशी। अ। क। अनयोर्योगेनान्तरे भक्ते फलम्। $\frac{\text{अ १ क }\dot{\text{१}}}{\text{अ १ क १}}$।

अथवा राशी। अ। क। समानाङ्केन यसंज्ञेन गुणितौ। अय। कय। अनयोर्योगेनान्तरे भक्ते फलम्। $\frac{\text{अय १ कय }\dot{\text{१}}}{\text{अय १ कय १}}$। अत्र यकारेणापवर्त्तने कृते पूर्वफलतुल्यं $\frac{\text{अ १ क }\dot{\text{१}}}{\text{अ १ क १}}$ जातम्। अत्र विषमत्रिभुजीयद्वितीयसाध्ये भुजसंबन्धिकोटिज्ययोर्या निष्पत्तिः सैव तदाबाधाकोटिज्ययोरपि निष्पत्तिरुक्ता तेन भुजसंबन्धिकोटिज्ययोर्योगेन तदन्तरस्य या निष्पत्तिः सैव आबाधाकोटिज्ययोर्योगेन तदन्तरस्य निष्पत्तिः सिद्धा। अथ चापयोर्योगार्धकोटिच्छायया अन्तरार्धच्छायाया या निष्पत्तिः सैव चापयोरन्तरार्धकोटिच्छायया योगार्धच्छायाया निष्पत्तिः सैव तच्चापयोः कोटिज्ययोर्योगेन कोटिज्ययोरन्तरस्य निष्पत्तिरिति ज्योत्पत्तौ निरूपितम्। अतः प्रकृते भुजचापयोर्योगार्धकोटिच्छायया अन्तरार्धच्छायाया या निष्पत्तिः सैवाबाधाचापयोर्योगार्धकोटिच्छायया अन्तरार्धच्छायायाश्च निष्पत्तिः सिद्धा। अस्या एकान्तरनिष्पत्त्या तु भुजचापयोर्योगार्धकोटिच्छायया आबाधाचापयोर्योगार्धकोटिच्छायाया या निष्पत्तिः सैव भुजयोरन्तरार्धच्छायया आबाधयोरन्तरार्धच्छायाया निष्पत्तिः। अथ भुजयोर्योगार्धकोटिच्छायया $\frac{\text{झ}\times\text{त्रि}}{\text{ज}}$ आबाधयोर्योगार्धकोटिच्छाया $\frac{\text{क}\times\text{त्रि}}{\text{अ}}$ भक्ता फलम् $\frac{\text{ज}\times\text{क}}{\text{अ}\times\text{झ}}$। वा आबाधयोर्योगार्धच्छायया $\frac{\text{अ}\times\text{त्रि}}{\text{क}}$ भुजयोर्योगार्धच्छाया $\frac{\text{ज}\times\text{त्रि}}{\text{झ}}$ भक्ता फलं तदेव। $\frac{\text{ज}\times\text{क}}{\text{अ}\times\text{झ}}$।

अतो भुजयोरन्तरार्धच्छायया आबाधयोरन्तरार्धच्छायाया निष्पत्तिर्या सैव

आबाधयोर्योगार्धच्छायया भुजयोर्योगार्धच्छायाया निष्पत्तिः । अस्या उत्क्रमगणनया पञ्चमसाध्यसिद्धिः ।

बाह्वोर्योगार्धजा छाया विवरार्धभया हता ।
आधारार्धभया भक्ता लब्धचापं भवेत् किल ॥
छायाखण्डैरन्तरार्धं द्वयोराबाधयोर्यतः ।
अतोऽनेन युतं हीनमाधारार्धं तदाऽबधे ॥

भुजयोर्योगार्धच्छायान्तरार्धच्छायाघातः आबाधयोर्योगरूपाधारस्यार्धच्छायया भक्तः फलमाबाधयोरन्तरार्धच्छाया तस्या श्छायासारण्यां चापमन्तरार्धमनेन हीनयुतमाधारार्धं क्रमेणाबाधे भवत एव मन्तर्लम्बे । बहिर्लम्बे तु आबाधयोरन्तरार्धमेवाधारार्धं तेन भक्ते आबाधयोर्योगार्धच्छायारूपं फलं तस्यच्छायासु चापं योगार्धमिदमाधारार्धेन हीनयुतं क्रमेणाबाधे स्याताम् ।

अथ षष्ठसाध्यम् ।

तत्राधारलग्नकोणयोर्योगज्यया तदन्तरज्याया या निष्पत्तिः सैव आधारार्धच्छायया आबाधयोरन्तरार्धच्छायाया निष्पत्तिरित्यन्तर्लम्बे । बहिर्लम्बे तु आधारार्धकोटिच्छायया आबाधयोर्योगार्धकोटिच्छायाया निष्पत्तिरिति ।

अत्रोपपत्तिः । तत्र विषमत्रिभुजीयतृतीयसाध्यतः आबाधाज्ययोर्या निष्पत्तिः सैवाधारलग्नकोणयोश्छायाया निष्पत्तिः । अतः आबाधाज्ययोर्योगेन तदन्तरस्य या निष्पत्तिः सैव भूलग्नकोणयोश्छायायोगेनच्छायाऽन्तरस्य निष्पत्तिः सैव भूलग्नकोणयोर्योगज्यया तदन्तरज्याया निष्पत्तिरिति । अथ चापयोर्युतिगुणेन हृता विवरज्यका भवति चापभयोः । विवरं तदैक्यविहृतं च सममिति ज्योत्पत्तिसूत्रात् । अथाबाधाज्ययोर्योगेन तदन्तरस्य या निष्पत्तिः सैवाबाधयोर्योगार्धच्छायया तदन्तरार्धच्छायाया निष्पत्तिर्ज्योत्पत्तिसिद्धाऽस्ति अत आधारलग्नकोणयोर्योगज्यया तदन्तरज्याया या निष्पतिः सैवाबाधयोर्योगार्धच्छायया तदन्तरार्धच्छायाया निष्पत्तिः । अत्रान्तर्लम्बे क्षेत्रे आबाधयोर्योगरूपा एव भूमिस्तत उक्तमुपपन्नम् । बहिर्लम्बे तु आबाधान्तरं भूमिस्तेनाधारार्धकोटिच्छायया योगार्धकोटिच्छायाया निष्पत्तिः स्वीकृता । अस्या आबाधयोर्योगार्धच्छायया तदन्तरार्धच्छायाया निष्पत्तितुल्यत्वात् ।

अथान्ययोपपत्तिः । तत्र (७१ क्षे · द्र·) आधारलग्नयोः एकोणबीकोणयोश्चापयोगान्तरज्यासाधनम् । तत्र एसीचापज्यया त्रिज्यातुल्या कोणज्या तदा

सीडीचापज्यया केति जाता एकोणज्या। $\frac{\text{त्रि} \times \text{सीडीज्या}}{\text{एसीज्या}}$। अथ चापजात्य-

तृतीयसाध्यसिद्धरीत्या बीकोणलग्नभुजज्या बीडीज्या सा द्वितीयभुजरूपसीडी-

कोटिज्यया हता सीबीज्याभक्ता तदा बीकोणकोटिज्या। $\frac{\text{बीडीज्या} \times \text{सीडीको}}{\text{सीबीज्या}}$।

अस्या एकोणज्यायाश्च घातस्त्रिज्याभक्तः प्रथमफलम्।

$\frac{\text{बीडीज्या} \times \text{सीडीको} \times \text{सीडीज्या}}{\text{सीबीज्या} \times \text{एसीज्या}}$। एवं द्वितीयफलार्थं बीकोणज्या।

$\frac{\text{सीडीज्या} \times \text{त्रि}}{\text{सीबीज्या}}$। एकोणकोटिज्या। $\frac{\text{एडीज्या} \times \text{सीडीको}}{\text{एसीज्या}}$। अनयोर्घात-

स्त्रिज्याभक्तो जातो द्वितीयफलरूपः। $\frac{\text{एडीज्या} \times \text{सीडीको} \times \text{सीडीज्या}}{\text{सीबीज्या} \times \text{एसीज्या}}$।

अत्र लम्बज्यालम्बकोटिज्याघातेन भुजद्वयघातभक्तेन $\frac{\text{सीडीज्या} \times \text{सीडीको}}{\text{सीबीज्या} \times \text{एसीज्या}}$

बीडीज्याएडीज्यारूपे आबाधाज्ये गुणिते प्रथमद्वितीयफले वर्त्तेते। तेन फल-योर्योगेनान्तरस्य या निष्पत्तिः सैव आबाधाज्ययोर्योगेन तदन्तरस्य निष्पत्तिः सैव आबाधयोर्योगार्धच्छायया तदन्तरार्धच्छायाया निष्पत्तिः पूर्वसिद्धा। प्रकृते फलयोर्योगरूपया कोणयोगज्यया फलान्तररूपायाः कोणान्तरज्याया या निष्पत्तिः सैव आबाधयोर्योगार्धच्छायया आबाधयोरन्तरार्धच्छायाया निष्पत्तिरुपपन्ना। अत्रान्तर्लम्बे त्रिभुजे आबाधायोग आधार एव। बहिर्लम्बे तु आबाधाऽन्तरमाधारस्तेन निष्पत्तौ आधारकोणयोर्योगज्यया तदन्तरज्याया या निष्पत्तिः सैवाबाधान्तररूपाधारार्धकोटिच्छायया आबाधयोर्योगार्धको-टिच्छायाया निष्पत्तिः सिद्धा।

आधारार्धभया निघ्नी कोणयोरन्तरज्यका।
कोणयोर्योगजीवाप्ताऽवधयोरन्तरार्धभा॥

तस्याश्छायासु यच्चापं तेनाधारदलं किल।
हीनं युतं भवेतां ते विषमत्रिभुजावधे॥

अन्तर्लम्बे क्रियैवं स्याद्बहिर्लम्बेऽथ कथ्यते ।
भूम्यर्धकोटिभानिघ्नी कोणयोरन्तरज्यका ॥
कोणसंयोगजीवाप्ताबधयोर्योगखण्डजा ।
कोटिच्छायाथ तच्चापं छायासु खनवच्युतम् ॥
इदं भूम्यर्धयुक्तोनमाबाधे भवतः क्रमात् ।

कोणद्वये ज्ञाते कोणलग्नभुजे च ज्ञाते आबाधाज्ञानं कृतमित्युपपन्नम् ।

अथ सप्तमं साध्यम् ।

तत्र भुजयोर्योगज्यया तदन्तरज्याया या निष्पत्तिः सैव तन्मध्यगतकोणार्धकोटिच्छायया आबाधासंमुखयोः कोणयोरन्तरार्धच्छायाया निष्पत्तिरित्यन्तर्लम्बे । बहिर्लम्बे तु आबाधासंमुखयोः कोणयोर्योगार्धच्छाया चतुर्थस्थाने बोध्या ।

अत्रोपपत्तिः (७८ क्षे · द्र·) चापान्तरयोगभावनारीत्या भुजसंबन्धिज्ये मिथः कोटिज्यागुणे त्रिज्याभक्ते फले तत्र चापजात्यतृतीयसाध्येन कोणलग्नभुजज्या द्वितीयभुजकोटिज्यागुणा कोणकोटिज्याभक्ता कर्णज्या स्यात् । एवं जाता एसीज्या सा तु एडीकोटिज्यासीडीज्याघातेन पकोणकोटिज्याभक्तेन तुल्या ।

$\frac{\text{सीडीज्या}\cdot\text{एडीकोज्या}}{\text{पकोणकोज्या}}$ । अथैवं सीडीज्याबीडीकोटिज्याघातः फकोणकोटिज्याभक्तो लब्धा सीबीज्या । $\frac{\text{सीडीज्या}\cdot\text{बीडीकोज्या}}{\text{फकोकोज्या}}$ । अथ पञ्चमसाध्यतश्चापजात्ये भुजसंबन्धिकोटिज्ययोर्घातस्त्रिज्याभक्तः कर्णकोटिज्या स्यादतो लम्बको·टिज्याएडीकोटिज्याघातस्त्रिज्याप्तः एसीकोटिज्या। $\frac{\text{सीडीकोज्या}\cdot\text{एडीकोज्या}}{\text{त्रि}}$ ।

अथ सीडीकोटिज्याबीडीकोटिज्याघातस्त्रिज्याप्तः सीबीकोटिज्या ।

$\frac{\text{सीडीकोज्या}\cdot\text{बीडीकोज्या}}{\text{त्रि}}$ । अथ एसीज्यासीबीकोटिज्याघातस्त्रिज्याभक्तः प्रथमफलरूपः । $\frac{\text{सीडीज्या}\cdot\text{एडीकोज्या}\cdot\text{सीडीकोज्या}\cdot\text{बीडीकोज्या}}{\text{त्रि}^{2}\cdot\text{पकोकोज्या}}$ । एवं सीबीज्याएसीकोटिज्याघातस्त्रिज्याप्तो द्वितीयफलम् ।

$\frac{\text{सीडीज्या}\cdot\text{बीडीकोज्या}\cdot\text{सीडीकोज्या}\cdot\text{एडीकोज्या}}{\text{त्रि}^{2}\cdot\text{फकोकोज्या}}$ । अत्राबाधाद्वयकोटिज्यालम्बकोटिज्यालम्बज्याघातस्त्रिज्यावर्गभक्तस्तृतीयफलमिदमेकस्थाने पकोणकोटिज्यया भक्तमन्यत्र फकोणकोटिज्यया भक्तं लब्धे प्रथमद्वितीयफले सिद्धे । अतो प,फकोणयोः कोटिज्ययोर्या निष्पत्तिः सैव प्रथमद्वितीयफलयोर्निष्पत्तिः । यथा । तृतीयफलस् ३० कोणकोटिज्याभ्यां ५ । ३ भक्तं लब्धी । ६ । १० । अत्र प्रथमेन ६ द्वितीय १० फलस्य या निष्पत्तिः सैव द्वितीयकोणकोटिज्यया ३ प्रथमकोणकोटिज्याया निष्पत्तिरिति । समाननिष्पत्तिकराश्योर्योगान्तरनिष्पत्तिरपि तुल्या पूर्वं दर्शिता । अतो हि प्रथमद्वितीयफलयोर्योगेनान्तरस्य या निष्पत्तिः सैव प,फकोणयोः कोटिज्ययोर्योगेन तदन्तरस्य निष्पत्तिः सैव कोणयोर्योगार्धकोटिच्छायया कोणयोरन्तरार्धच्छायायाश्च निष्पत्तिर्ज्योत्पत्तौ साधितास्ति । प्रथमद्वितीयफलयोगान्तररूपे भुजयोर्योगान्तरज्ये । प,फकोणावाबाधासंमुखौ । तयोर्योगो भुजद्वयमध्यगतः कोणः तेन भुजयोर्योगज्यया तदन्तरज्याया या निष्पत्तिः सैव तन्मध्यगतकोणार्धकोटिच्छायया आबाधासंमुखकोणयोरन्तरार्धच्छायाया निष्पत्तिरुपपन्नैवमन्तर्लम्बे । बहिर्लम्बे तु आबाधासंमुखकोणयोरन्तरं भुजद्वयमध्यगः कोणः । अन्तरार्धकोटिच्छायया योगार्धच्छायायाश्च सैव निष्पत्तिरिति चतुर्थस्थाने योगार्धच्छाययैवोपपन्ना ।

अथान्ययोपपत्तिः । विषमत्रिभुजीयचतुर्थसाध्यतः लम्बलग्नकोणकोटिज्ययोर्या निष्पत्तिः सैव भुजच्छाययोर्निष्पत्तिः । वा लम्बलग्नकोणकोटिज्ययोर्योगेन तदन्तरस्य या निष्पत्तिः सैव भुजच्छाययोर्योगेनच्छायान्तरस्य निष्पत्तिः सैव भुजयोर्योगज्यया भुजान्तरज्याया निष्पत्तिर्ज्योत्पत्तौ साधितास्ति । एवं कोणकोटिज्ययोर्योगेन तदन्तरस्य या निष्पत्तिः सैव कोणयोर्योगार्धकोटिच्छायया तदन्तरार्धच्छायाया निष्पत्तिरतः प्रकृते भुजयोर्योगज्यया तदन्तरज्याया या निष्पत्तिः सैव तन्मध्यगतकोणार्धकोटिच्छायया लम्बलग्नकोणयोरन्तरार्धच्छायाया निष्पत्तिरन्तर्लम्बे सिद्धा । बहिर्लम्बे तूक्तैवेति । एतेन भुजद्वयतदन्तर्गतकोणज्ञानेन लम्बलग्नकोणयोर्ज्ञानं कृतं ततस्त्रिज्यया यदि भुजज्यारूपा कर्णज्या तदा लम्बलग्नकोणज्यया केति तच्चापरूपे आबाधे भवतः ।

भुजयोरन्तरज्याघ्नी मध्यकोणार्धकोटिभा ।
भुजसंयोगजीवाप्ता कोणयोर्लम्बलग्नयोः ॥

अन्तरार्धभवा छाया तस्याश्छायासु यद् धनुः ।
तेनानयुङ्मध्यकोणः कोणौ तौ लम्बलग्नकौ ॥

अथाष्टमं क्षेत्रम् ।

तत्र भुजज्ययोर्या निष्पत्तिः सैव तत्संमुखकोणज्ययोर्निष्पत्तिः ।

तद्यथा । अत्र चापजात्यद्वितीयसाधनतः कर्णज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव भुजज्यया भुजसंमुखकोणज्याया निष्पत्तिः सिद्धास्ति । यथा (७८ क्षे· द्र·) एबीसीत्रिभुजे डीसीलम्बनिपाताद् द्वे चापजात्ये समुत्पन्ने । एकं एसीडीक्षेत्रं द्वितीयं बीसीडीक्षेत्रम् । तत्र एसीभुजज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव सीडीलम्बज्यया एकोणज्याया निष्पत्तिः । अतः एसीज्यया त्रिज्या तदा लम्बज्यया केति एकोणज्या । $\frac{\text{लं} \times \text{त्रि}}{\text{एसीज्या}}$ । एवं बीसीभुजज्यया त्रिज्यामिता कोणज्या तदा लम्बज्यया केति बीकोणज्या । $\frac{\text{लं} \times \text{त्रि}}{\text{बीसीज्या}}$ । इयं एकोणज्यया भक्ता तदा समयोर्गुणहरयोर्नाशे जातं फलम् । $\frac{\text{एसीज्या}}{\text{बीसीज्या}}$ । अतः बीसीभुजज्यया एसीभुजज्याया या निष्पत्तिः सैव एकोणज्यया बीकोणज्याया निष्पत्तिः सिद्धा । अत्रैकान्तरनिष्पत्त्या बीसीभुजज्यया एकोणज्याया या निष्पत्तिः सैव एसीभुजज्यया बीकोणज्याया निष्पत्तिः । एवं एबीभुजज्यया सीकोणज्यायाश्च सैव निष्पत्तिः सिद्धा स्यात् । तेन तत्तद्भुजात् तत्तत्संमुखकोणज्या समानगुणा भवतीति सिद्धम् ।

ज्ञातदोःसंमुखी कोणजीवा तद-
ज्ञातकोणस्य दोर्जीवया संगुणा ।
ज्ञातदोर्ज्याहृताऽज्ञातकोणज्यका
स्यात् त्रिबाहौ सदा गोलपृष्ठोद्भवे ॥

द्वयोर्भुजयोस्तदेकसंमुखकोणस्य च ज्ञाने द्वितीयभुजसंमुखकोणानयनमिति ।

एवमज्ञातदोःकोणजीवा यदा
ज्ञातबाहोर्ज्यया संगुणा भाजिता ।

ज्ञातबाहोस्तु कोणज्यया स्याद् गुणो
बाहुजोऽज्ञातकोणस्थितः संमुखः ॥

कोणयोर्ज्ञाने तदेकसंमुखभुजज्ञाने च द्वितीयकोणसंमुखभुजानयनमिति ।

अथ द्वयोर्भुजयोर्ज्ञाने तदेकसंमुखकोणज्ञाने च तृतीयभुजानयनम् । यथा । एसीबीत्रिभुजे सीडीलम्बनिपातात् डीलग्नौ समकोणौ । अतस्त्रिज्यातुल्यया कोणज्यया सीबीज्या लभ्यते तदा बीकोणज्यया केति सीडीलम्बज्या । अथ

यद्वा कर्णोत्था च या कोटिजीवा
त्रिज्यानिघ्नी ज्ञातकोटिज्ययाप्ता ।

इति पद्येन पञ्चमसाध्येन वा सीबीकोटिज्या त्रिज्यागुणा लम्बकोटिज्याभक्ता बीडीसंज्ञाबाधाकोटिज्या स्यात् । एवं एसीकोटिज्या त्रिज्यागुणा लम्बकोटिज्याभक्ता एडीसंज्ञाबाधाकोटिज्या स्यात् । कोटिज्ययोश्चापयोरन्तरं योगो वा तृतीयभुजः स्यात् । आबाधाचापयोर्योगान्तरस्य आबाधाकोटिचापयोर्योगान्तरतुल्यत्वात् ।

कोणज्या लग्नदोर्ज्याघ्नी त्रिज्याप्ता लम्बशिञ्जिनी ।
भुजसंबन्धिकोटिज्ये त्रिज्याघ्नयौ लम्बजातया ॥
कोटिज्यया हृते लब्ध्योश्चापयोरन्तरं युतिः ।
तृतीयभुजरूपा स्याद्विषमत्रिभुजाभिधे ॥

एवं द्वयोः कोणयोस्तदेकसंमुखभुजज्ञाने च लम्बलग्नकोणयोर्ज्ञानं तत्संस्कारात् तृतीयकोणज्ञानं स्यात् । यथा कोणकोटिज्ये त्रिज्यागुणे लम्बकोटिज्याभक्ते लम्बलग्ने कोणज्यके भवतः । यथा एकोण,बीकोणज्ञाने सीबीभुजज्ञाने च सीबीज्या बीकोणज्यागुणा त्रिज्याभक्ता लम्बस्तत्कोटिज्या साध्या । बीकोणकोटिज्या त्रिज्यागुणा लम्बकोटिज्याभक्ता डीसीबीकोणज्या । एवं एकोणकोटिज्या त्रिज्यागुणा लम्बकोटिज्याभक्ता डीसीएकोणज्या स्यात् । इयमुपपत्तिः षष्ठसाध्यतः संपन्नास्ति । द्वयोश्चापयोर्योगोऽन्तरं वा संपूर्णः सीकोणः स्यात् । अत्र सर्वत्रान्तर्लम्बे योगो बहिर्लम्बेऽन्तरमिति ज्ञेयम् । अत्रान्यप्रकारेण साधनमग्रे निरूपयिष्याम इति ।

अथ भुजद्वयज्ञाने तदन्तर्गतकोणज्ञाने च तृतीयभुजानयनम् । यथा (७९क्षे·द्र·) आवासासंज्ञे चापीयत्रिभुजे काबिन्दुरूपगोलगर्भात् त्रिज्यामिता-

नि सूत्राणि काआ,कासा,कावासंज्ञकानि कार्याणि । अत्र आसाचापच्छाया आईरेखा तथा आवाचापच्छाया आडारेखा च कार्या। तत्र कासारेखा ईचिह्नावधि वर्धनीया तथा कावारेखा डाबिन्दुपर्यन्तं वर्धिता । अत्र डाआई,डाकाईत्रिभुजक्षेत्रे जाते । अथ

कोणसंमुखभुजस्य च कृत्या
शेषबाहुकृतिसंयुतिरूना ।
शेषबाहुहतिहृत् द्विगुणार्धा-
स्ता ज्यका भवति कोणजकोटे: ॥

इति पूर्वोक्तप्रकारेण कोणकोटिज्यानयनं विधाय ततः समीकरणेन कोणसंमुखभुजज्ञानं संभवति । यथा डाआईत्रिभुजे डाआईकोणकोटिज्यामानम् ।

$$\frac{\text{आडा}^2 \cdot \text{त्रि} + \text{आई}^2 \cdot \text{त्रि} - \text{डाई}^2 \cdot \text{त्रि}}{२ \text{ आडा} \cdot \text{आई}}$$ । इदं डाआईकोणकोटिज्यासममिति

पक्षयोः समच्छेदीकृतयोर्न्यासः ।

$$\text{आडा}^2 \cdot \text{त्रि} + \text{आई}^2 \cdot \text{त्रि} - \text{डाई}^2 \cdot \text{त्रि} = २ \text{ आडा} \cdot \text{आई} \cdot \text{कोज्याडाआई} ।$$

समशोधनात् पक्षौ ।

$$\text{आडा}^2 \cdot \text{त्रि} + \text{आई}^2 \cdot \text{त्रि} - २ \text{ आडा} \cdot \text{आई} \cdot \text{कोज्याडाआई} = \text{डाई}^2 \cdot \text{त्रि} ।$$

एतौ समावेवातस्त्रिभुजे कोणलग्नभुजयोर्वर्गयोगस्त्रिज्यागुणः कोणलग्नभुजघातेन द्विगुणेन कोणकोटिज्यागुणितेन हीनस्त्रिज्याभक्तः फलं कोणसंमुखभुजवर्गः स्यादिति सिद्धम् । एतेन डाआईत्रिभुजे डाईभुजवर्गेण त्रिज्यागुणेन समानोऽयं संपन्नः प्रथमः पक्षः । $\text{आडा}^2 \cdot \text{त्रि} + \text{आई}^2 \cdot \text{त्रि} - २ \text{ आडा} \cdot \text{आई} \cdot \text{कोज्याडाआई}$ । अथैवं डाकाईत्रिभुजेऽप्युक्तरीत्या डाईवर्गेण त्रिज्यागुणेन तुल्योऽयं द्वितीयः पक्षः । $\text{काडा}^2 \cdot \text{त्रि} + \text{काई}^2 \cdot \text{त्रि} - २ \text{ काडा} \cdot \text{काई} \cdot \text{कोज्याडाकाई}$ । एतौ समाविति समशोधनात् पक्षौ ।

$$२ \text{ काडा} \cdot \text{काई} \cdot \text{कोज्याडाकाई} = \text{काडा}^2 \cdot \text{त्रि} - \text{आडा}^2 \cdot \text{त्रि} + \text{काई}^2 \cdot \text{त्रि} - \text{आई}^2 \cdot \text{त्रि} + २ \text{ आडा} \cdot \text{आई} \cdot \text{कोज्याडाआई}$$ । अत्र त्रिज्यासूत्रोपरिच्छायाया लम्बरूपत्वात् प्रकृते काआडाकोणस्य समकोणत्वात् काआडात्रिभुजं जात्यम् । तत्रैकभुजवर्गोनकर्णवर्गस्य द्वितीयभुजवर्गसाम्यात् काडावर्गः आडावर्गहीनः काआवर्गतुल्यो जातः । $\text{काडा}^2 - \text{आडा}^2 = \text{काआ}^2$ । एवं काआईत्रिभुजेऽपि काआरेखारूपत्रिज्यासूत्रोपरि आईरेखायाश्छायारूपाया लम्बत्वात् का-

आईकोणः समकोणस्तेन काआईत्रिभुजं जात्यम् । तत्रापि काईवर्गः आईवर्गहीनः काआवर्गतुल्योऽस्ति । $काई^2 - आई^2 = काआ^2$ । अत्र पूर्वलिखिताधस्तनपक्षे प्रथमद्वितीयखण्डयोरुत्थापने काआवर्गस्त्रिज्यागुणः सिद्धस्तथा तृतीयचतुर्थखण्डयोरुत्थापनेऽपि काआवर्गस्त्रिज्यागुणः सिद्धः । द्वयोर्योगे काआवर्गो द्विगुणस्त्रिज्यागुण इति सिद्धम् । अत्र पञ्चमखण्डं यथास्थितमेवेति पक्षयोर्न्यासः । $२ काडा \cdot काई \cdot कोज्याडाकाई = २ काआ^2 \cdot त्रि + २ आडा \cdot आई \cdot$ कोज्याडाआई । एतौ द्वाभ्यामपवर्त्तितौ ततः प्रथमपक्षे डाकाईकोणकोटिज्यामानमव्यक्तं प्रकल्प्य द्वितीयपक्षे अव्यक्तशेषेण काडा · काई भक्ते त्वव्यक्तमानं व्यक्तं स्यादेव । अत्र काआवर्गस्तु काआ, काआघातः । एवं न्यासः । कोज्याडाकाई $= \frac{काआ}{काडा} \cdot \frac{काआ \cdot त्रि}{काई} + \frac{आडा}{काडा} \cdot \frac{आई}{काई} \cdot$ कोज्याडाआई । अत्र प्रथमखण्डम् । $\frac{काआ}{काडा}$ । डाकाआकोणकोटिज्यकया त्रिज्याभक्तया तुल्यम् । द्वितीयं खण्डम् । $\frac{काआ \cdot त्रि}{काई}$ । ईकाआकोणकोटिज्यातुल्यम् । अथ तृतीयखण्डम् । $\frac{आडा}{काडा}$ । आकाडाकोणज्यया त्रिज्याभक्तया तुल्यम् । तथा चतुर्थं खण्डम् । $\frac{आई}{काई}$ । ईकाआकोणज्यया त्रिज्याभक्तया तुल्यमस्ति । तद्यथा । पूर्वोक्ते काआडात्रिभुजे जात्ये काडाकर्णे तत्संमुखकोणज्या त्रिज्यातुल्या तदा काआभुजे केति काआभुजसंमुखी काडाआकोणज्या । $\frac{काआ \cdot त्रि}{काडा}$ । इयमेव डाकाआकोणकोटिज्या । जात्ये भुजलग्नकोणयोर्मिथः कोटिरूपत्वात् । अत इयं त्रिज्याभक्ता प्रथमखण्डतुल्या जाता । एवं ईकाआत्रिभुजे जात्ये काईकर्णे तत्संमुखकोणज्या त्रिज्या लभ्यते तदा काआभुजे केति तत्संमुखकोणज्या आकाईकोणज्या । $\frac{काआ \cdot त्रि}{काई}$ । इयमेव ईकाआकोणकोटिज्या द्वितीयखण्डतुल्या । अथ काडाआजात्ये काडाकर्णे तत्संमुखकोणज्या त्रिज्या तदा आडाभुजे केति तत्संमुखकोणज्या सा तु आकाडाकोणज्या । इयं त्रिज्या-

भक्ता तृतीयखण्डस्वरूपा । एवं ईकाआजात्ये काईकर्णे तत्संमुखकोणज्या त्रिज्या तदा आईभुजे केति तत्संमुखकोणज्या जाता ईकाआकोणज्या । इयं त्रिज्याभक्ता चतुर्थखण्डतुल्येवेति । अत्र तृतीयचतुर्थखण्डयोर्घातस्य डाआई-कोणकोटिज्या गुणकोऽस्ति । अत्र डाकाआकोणमानं आवाचापं तथा ईकाआ-कोणमानं आसाचापं तथा डाकाईकोणमानं सावाचापं वर्त्तते । आवासात्रि-भुजे आ,वा,साकोणास्तत्संमुखभुजाः अ,व,ससंज्ञाः । अथोक्तप्रकारेण सिद्धा डाकाईकोणस्य अभुजरूपस्य कोटिज्या । न्यासः । कोज्यांअ अस्य प्रथमखण्डम्, $\frac{\text{कोज्यास}}{\text{त्रि}}$ । द्वितीयम्, कोज्याव । तृतीयम्, $\frac{\text{ज्यास}}{\text{त्रि}}$ । चतुर्थखण्डम्, $\frac{\text{ज्याव}}{\text{त्रि}}$ ·

कोज्याडाआई । अत्रडाआईकोणस्तु साआवाकोणतुल्यः चापयोरन्तर्गतकोण-स्य चापच्छायान्तर्गतकोणसमत्वमिति गोलरेखागणितृतीयक्षेत्रषष्ठानुमाना-त् । अतः आसावाचापीयत्रिभुजे आसा,आवाचापयोर्मध्यगतस्य आकोणस्य कोटिज्या स,वभुजज्याभ्यां हता त्रिज्यावर्गभक्ता फलमेकं तृतीयचतुर्थखण्ड-घातात् । तथा व,सभुजकोटिज्याघाते त्रिज्याभक्ते द्वितीयं फलं प्रथमद्वितीय-खण्डघातात् । फलयोर्योगः कोणसंमुखस्य अभुजस्य कोटिज्या सिद्धेति न्या-सः । $\text{कोज्याअ} = \frac{\text{कोज्याआ} \cdot \text{ज्यास} \cdot \text{ज्याव}}{\text{त्रि}^2} + \frac{\text{कोज्याव} \cdot \text{कोज्यास}}{\text{त्रि}}$ ।

अथान्ययोपपत्तिः । यथा (८०क्षे·द्र·) एसीबीत्रिभुजे एसी,बीसीभुजौ ज्ञा-तौ तन्मध्यगः सीकोणश्च ज्ञातस्तदा एबिन्दोः एडीलम्बः कार्यः । सीबी-भुजखण्डे बीडी,डीसीरूपे आबाधे भवतः । एसीडी,एडीबीक्षेत्रे चापजात्ये । तत्र चापजात्ये तु कोणकोटिज्या कर्णज्यागुणा कोणसंमुखभुजकोटिज्यया भक्ता कोणलग्नभुजज्या स्यादिति पूर्वसिद्धप्रकारेण जाता सीडीज्या । $\frac{\text{कोज्यासी} \cdot \text{ज्याएसी}}{\text{कोज्याएडी}}$ । एवं चापजात्ये यद्वा कर्णोत्या च या कोटिजीवा इति पद्येन कर्णकोटिज्या त्रिज्यागुणा कोणसंमुखभुजकोटिज्यया भक्ता कोणलग्न-भुजकोटिज्या स्यात् । तेन जाता सीडीकोटिज्या । $\frac{\text{कोज्याएसी} \cdot \text{त्रि}}{\text{कोज्याएडी}}$ । अस्या आबाधाया आबाधायोगरूपसीबीभुजस्य चापान्तरं डीबीआबाधा । अतस्त-ज्ज्ञानार्थं सीडीचापस्य ज्याकोटिज्ययोः सीबीज्याकोटिज्याभ्यां भावनार्थं

न्यासः ।

$\frac{\text{कोज्यासी} \cdot \text{ज्याएसी}}{\text{कोज्याएडी}}$	ज्यासीबी
$\frac{\text{कोज्याएसी} \cdot \text{त्रि}}{\text{कोज्याएडी}}$	कोज्यासीबी

अत्र ज्ययोर्घातस्त्रिज्याप्तः कोटिज्ययोर्घातस्त्रिज्याप्तः फलयोगश्चापान्तरकोटिज्या ।

$\frac{\text{कोज्यासी} \cdot \text{ज्याएसी} \cdot \text{ज्यासीबी} + \text{कोज्याएसी} \cdot \text{कोज्यासीबी} \cdot \text{त्रि}}{\text{कोज्याएडी} \cdot \text{त्रि}}$ । इयं डीबीचापकोटिज्या तत्र चापजात्ये भुजाभ्यां कर्णज्ञानप्रकारेण भुजसंबन्धिकोटिज्ययोर्घातस्त्रिज्याभक्तः कर्णकोटिज्येति पञ्चमसाध्येन डीबीकोटिज्या एडीकोटिज्यागुणा त्रिज्याभक्ता तत्र एडीकोटिज्ययोर्गुणहरयोर्नाशे जाता एबीचापकोटिज्या । $\frac{\text{कोज्यासी} \cdot \text{ज्याएसी} \cdot \text{ज्यासीबी} + \text{कोज्याएसी} \cdot \text{कोज्यासीबी} \cdot \text{त्रि}}{\text{त्रि}^2}$ ।

इयमज्ञातभुजकोटिज्या सिद्धा । तत्र प्रथमखण्डे कोणकोटिज्या भुजद्वयज्यागुणिता त्रिज्यावर्गभक्ता फलं द्वितीये तु त्रिज्यापवर्त्तनेन ज्ञातभुजयोः कोटिज्याघातस्त्रिज्याभक्तः फलं फलयोगस्तृतीयभुजकोटिज्यान्तर्लम्बे । बहिर्लम्बे तु फलान्तरं तृतीयभुजकोटिज्या तत्रैकाबाधा भूयोगस्यान्याबाधात्वात् ।

> कोणकोटिज्यका ज्ञातबाह्वोर्ज्याभ्यां हता हृता ।
> त्रिज्यावर्गेण बाह्वोस्तु कोटिज्याहतिरुद्धृता ॥
> त्रिज्यया च तयोरैक्यं विवरं वाऽन्यबाहुजा ।
> कोटिज्या स्याद्गोलपृष्ठसंभवे त्रिभुजे सदा ॥

अथ यदि कोणकोटिज्यामानमज्ञातं तस्य यावत्तावन्मानत्वकल्पनेन जाता तृतीयभुजकोटिज्या पूर्वसिद्धस्वरूपा ।

$\frac{\text{कोज्याया} \cdot \text{ज्याएसी} \cdot \text{ज्यासीबी} + \text{कोज्याएसी} \cdot \text{कोज्यासीबी} \cdot \text{त्रि}}{\text{त्रि}^2}$ । इयं तृतीयभुजस्य एबीचापस्य कोटिज्यया तुल्येति पक्षयोः समच्छेदीकृतयोश्छेदापगमे चक्रते न्यासः । $\text{कोज्याया} \cdot \text{ज्याएसी} \cdot \text{ज्यासीबी} + \text{कोज्याएसी} \cdot \text{कोज्यासीबी} \cdot \text{त्रि} = \text{त्रि}^2 \cdot \text{कोज्याएबी}$ । समशोधनात् पक्षौ । $\text{कोज्याया} \cdot \text{ज्याएसी} \cdot \text{ज्यासीबी} = \text{त्रि}^2 \cdot \text{कोज्याएबी} - \text{कोज्याएसी} \cdot \text{कोज्यासीबी} \cdot \text{त्रि}$ । अत्र द्वितीय-

पक्षे प्रथमपक्षस्थभुजद्वयज्याघातभक्तं यावत्तावतः कोटिज्यामानमर्थात् कोण-कोटिज्यामानं लभ्यते । तेन

भूकोटिजीवा त्रिगुणाहतोना
कोटिज्ययोर्दोर्भवयोर्वधेन ।
त्रिज्यागुणा दोर्गुणघातभक्ता
ज्या साच भूसंमुखकोणकोटेः ॥

इति पद्यस्थं भुजत्रयज्ञानेन आधारसंमुखकोणकोटिज्याज्ञानमुपपन्नं भवति।

तथाहि । एबीरूपाया भुवः कोटिज्या त्रिज्यागुणा भुजसंबन्धिकोटिज्य-योर्घातेन हीना त्रिज्यागुणा भुजद्वयज्याघातभक्ता भूसंमुखकोणस्य कोटिज्या सिद्धा । $\frac{\text{त्रि}^2 \cdot \text{कोज्याएबी} - \text{कोज्याएसी} \cdot \text{कोज्यासीबी} \cdot \text{त्रि}}{\text{ज्याएसी} \cdot \text{ज्यासीबी}}$ ।

अथान्यः प्रकारः । भुजयोश्चापयोगकोटिज्या ।

$\frac{\text{कोज्याएसी} \cdot \text{कोज्यासीबी} - \text{ज्याएसी} \cdot \text{ज्यासीबी}}{\text{त्रि}}$ । एवं भुजयोश्चापान्तरको-टिज्याच । $\frac{\text{कोज्याएसी} \cdot \text{कोज्यासीबी} + \text{ज्याएसी} \cdot \text{ज्यासीबी}}{\text{त्रि}}$ । अनयोर्योगा-र्धमाद्यसंज्ञम् । $\frac{\text{कोज्याएसी} \cdot \text{कोज्यासीबी}}{\text{त्रि}}$ । तयोरेवान्तरार्द्धमन्यसंज्ञम् । $\frac{\text{ज्याएसी} \cdot \text{ज्यासीबी}}{\text{त्रि}}$ । आद्यसंज्ञस्य भूकोटिज्यायाश्चान्तरं त्रिज्यागुणमन्य-संज्ञेन भक्तं तदा सैव जाता कोणकोटिज्या ।

$\frac{\text{त्रि}^2 \cdot \text{कोज्याएबी} - \text{कोज्याएसी} \cdot \text{कोज्यासीबी} \cdot \text{त्रि}}{\text{ज्याएसी} \cdot \text{ज्यासीबी}}$ । एतेन

भुजयोर्योगविवरकोटिज्ये ये तयोरिह ।
योगार्धमाद्यसंज्ञं स्यादन्यस्तद्विवरार्धकम् ॥
भूकोटिज्याद्यविवरं त्रिज्याघ्नं चान्यभाजितम् ।
लब्धं भूसंमुखस्याच कोणकोटिज्यका मता ॥

इत्युपपन्नम् ।

न

अथ भुजत्रयज्ञाने भूसंमुखकोणार्धज्ञानमाह ।

भुजैक्यखण्डं द्विधोनं भुजाभ्यां
हतिस्तज्ज्ययोस्त्रिज्यकावर्गनिघ्नी ।
भुजज्योत्थघातेन भक्ताथ तस्याः
पदं बाहुसंलग्नकोणार्धजीवा ॥

चापरूपाणां भुजानां योगार्धं भुजाभ्यां हीनं शेषयोर्ज्ये कार्ये तयोर्घातस्त्रिज्यावर्गगुणः भुजयोर्ज्याघातेन भक्तः फलमूलं भूसंमुखकोणार्धचापस्य ज्या स्यात् ।

अत्रोपपत्तिः (८२ क्षे ·द्र·) एबीसीत्रिभुजे एसी आधारः। एबी,बीसीभुजौ। बीसीचापं एडीचापेन छिन्नं तदा बीए,बीडीचापे तुल्ये वर्द्धमानं बीएचापं सीईचापेन छिन्नं तेन बीई,बीसीचापे तुल्ये । तथा सर्वभुजयोगार्धं सवर्णद्योतितम् । एडीचापार्धज्यासीईचापार्धज्याघातः सर्वभुजयोगार्धेन भुजाभ्यामूनेन स—बीए । स—बीसी । शेषचापसंबन्धिज्ययोर्घातेन तुल्यः । वर्द्धितएईचापतः एसीचापतुल्यं एफचापं कार्यम् । पुनः वर्द्धितईफचापतः एईचापतुल्यं फजीचापं कार्यम् । एजी,जीडी,डीए,ईफ,फसी,सीईरेखाः कार्याः । बीई,बीसीचापे तुल्ये । बीए,बाडीतुल्यचापाभ्यां हीने एई,डीसीचापे तुल्ये । अतः एडीरेखासमानान्तरा ईसीरेखा जाता यतो हि समानान्तररेखयोरन्तर्गते चापे तुल्ये एव भवतः। एवं एई,फजीचापे तुल्ये ततः ईफरेखासमानान्तरा एजीरेखा जाता।

अथ रेखागणिते एकादशाध्याये त्रयोदशक्षेत्रे द्वेद्वे रेखे समानान्तरे तदा तद्द्वये क्षेत्रे धरातले वा समानान्तरे इति प्रतिपादनात् प्रकृते एडीजी,ईसीफक्षेत्रे समानान्तरे सिद्धे । एते त्रिभुजे एसीफत्रिभुजं छिनत्ति तेन छिन्नकारिरेखे चके,फसीरेखे समानान्तरे भवतः । समानान्तरक्षेत्रद्वयं तृतीयक्षेत्रेण यदि छिन्नं तदा छिन्नकारिरूपयोगरेखे समानान्तरे स्त इति तस्यैवाध्यायस्य चतुर्दशक्षेत्रे प्रतिपादनात् । अत्र एडीजी,एसीफक्षेत्रसंयोगरेखा एकेरेखा तथा ईसीफ,एसीफक्षेत्रसंपातरेखा फसीरेखा एकेरेखैव चकेरेखा । अतः फसीरेखा चकेरेखासमानान्तरा सिद्धा । एसी,फएचापेतुल्ये । ए,फ,सीबिन्दुत्रयचिह्नगवृत्ते एकेरेखा छायारूपा जाता । एवं ए,डी,जीबिन्दुत्रयगवृत्तेऽपि एकेरेखा छायारूपा । गोलरेखागणितस्य चतुर्थसाध्यपञ्चमानुमानात् । यतस्तत्रेदं प्रतिपादितम् । कस्य चिदेकवृत्तस्य छाया तेषां सर्वेषां वृत्ता-

नां छाया स्यात् येषां वृत्तानां क्षेत्रे सा छायारेखा भवतीति । अथ जीडी-एकोणः जीएचकोणतुल्यः रेखागणिततृतीयाध्यायस्य द्वात्रिंशक्षेत्रात् । तथा-हि । वृत्तकेन्द्रे खबिन्दौ गता एचिह्नाद्व्यासरेखा हबिन्दौ लग्ना एहरेखा जाता । हजीरेखा च कार्या । एजीहक्षेत्रं जात्यं व्यासरेखोपरिगतत्वात् । एजीहकोणः समकोणः । छायारेखोपरि व्यासरेखा लम्बरूपास्ति । अतः हएचकोणः समकोणः हएजीकोणकोटिः जीएचकोणः । हएजीकोणकोटिः जीहएकोणः । जात्यक्षेत्रे द्वयोः कर्णसंपातकोणत्वात् द्वयोर्योगस्य समकोणत्वाच्च । तेनजीहएकोणतुल्यः जीएचकोणो जातः जीहएकोणतुल्यः जीडीएकोणश्च । द्वयोः कोणयोः एजीरूपैकचापगतत्वात् । अतः जीडीएकोणः जीएचकोणतुल्यः सिद्धः । अथैकादशाध्याये नवमक्षेत्रे इदं प्रतिपादितम् । द्वेद्वे रेखे समानान्तरे भिन्नधरातलगते स्तस्तदा ताभ्यामुत्पन्नौ कोणौ तुल्यौ भवतः । अथवा प्रथमाध्यायस्य एकोनत्रिंशत्क्षेत्रे इदं प्रतिपादितं समानान्तररेखे तृतीयरेखया छिन्ने तदा तदुद्भवौ एकान्तरकोणौ तुल्यौ भवतः । अतः प्रकृते चके,फसीरेखे समानान्तरे एजीरेखया छिन्ने । जीएचकोणः एनसीकोणतुल्यः । फई,एजीरेखे समानान्तरे फसीरेखया छिन्ने । एनसीकोणतुल्यः सीफईकोणः । अतः जीडीएकोणः सीफईकोणतुल्यः सिद्धः । एवं एडी,ईसीरेखे ईफ,एजीरेखे च समानान्तरे ताभ्यामुत्पन्नौ डीएजी,सीईफकोणौ तुल्यौ जातौ एकादशाध्यायनवमक्षेत्रात् । एवं त्रिभुजयोः कोणद्वयसाम्येन शेषकोणयोश्च साम्यात् ईसीफ,-एडीजीत्रिभुजे मिथः सजातीये सिद्धे । अथ रेखागणितषष्ठाध्यायचतुर्थक्षेत्रेण तुल्यकोणलग्नयोर्भुजयोर्निष्पत्तिः समानेति । एडीभुजेन एजीभुजस्य या निष्पत्तिः सैव ईफभुजेन ईसीभुजस्य निष्पत्तिः । अत्र चतुर्षु खण्डेषु अर्धीकरणात् एडीभुजार्धेन एजीभुजार्धस्य या निष्पत्तिः सैव ईफभुजार्धेन ईसीभुजार्धस्य निष्पत्तिः । अत्र एडीभुजार्धं एडीचापार्धस्य ज्या । एजीभुजार्धं एजीचापार्धस्य ज्या । ईफभुजार्धं ईफचापार्धस्य ज्या । ईसीभुजार्धं ईसीचापार्धस्य ज्या । अत्र निष्पत्तौ आद्यान्त्यखण्डघातो मध्यखण्डघाततुल्य इति एडीचापार्धज्या-ईसीचापार्धज्याघातः एजीचापार्धज्याईफचापार्धज्याघाततुल्यो जातः । अथ एजी,ईफचापयोरर्धे स्वरूपान्तरेण ज्ञातव्ये । तद्यथा । एफ,एजीचापयोगः एजीचापं तत्समः एसी,एईचापयोगो वा । तत्र बीई,बीसीचापे तुल्ये । बीईचापं बीएचापोनं एईचापं स्यादथवा बीसीचापं बीएचापोनं एईचापतुल्यं तत्र एसीचापं युतं एजीचापसमं जातम् । एसी+बीसी−एबी । अस्यार्धं तु सर्व-

भुजयोगदलेन $\frac{\text{एसी+बीसी+एबी}}{२}$ एबीभुजोनेन तुल्यमस्ति। एवं एफ,एबीचापयोगः एसी,एबीचापयोगतुल्यः एफ,एसीचापयोस्तुल्यत्वात्। एफ,एबीचापयोगे बीफचापे बीईचापोने ईफचापं वा। एसी,एबीचापयोगतुल्ये बीफचापे बीईचापतुल्यबीसीचापेन हीने ईफचापं जातम्। एसी+एबी−बीसी। अस्यार्धं तु सर्वभुजयोगदलेन $\frac{\text{एसी+एबी+बीसी}}{२}$ बीसीभुजोनेन तुल्यमस्ति। एतेन सर्वभुजयोगदलं भुजाभ्यां हीनं शेषतुल्ये, एव(स−एबी)। (स−बीसी)एजीचापार्ध,ईफचापार्द्धयोः स्वरूपे सिद्धे। अथ बीईसीबृहत्त्रिभुजं तुल्यद्विबाहुकं क्षेत्रं बीई,बीसीचापयोस्तुल्यत्वात्। तत्र ईसीचापमाधारस्तत्समानान्तरं एडीजीवृत्तचापाद्भिन्नं एडीचापमस्ति। अतः बीए,बीडीचापे तुल्ये भुजौ। एडीचापमाधारः। इदं लघुत्रिभुजम्। बीचिह्नाल्लम्बः एडीचापार्धं भित्वा ईसीचापार्धं गतोऽस्ति तेन चापजात्यद्वये कर्णलम्बयोः साम्यादाबाधे च समे ईसीचापार्धरूपे एडीचापार्धरूपे च। अथ चापजात्यद्वितीयसाध्यतः कर्णरूपभुजज्यया तत्संमुखकोणज्या त्रिज्या लभ्यते तदाबाधाज्यया केति लम्बलग्ने च कोणज्ये तुल्ये द्वयोश्चापजात्ययोः प्रत्येकं कर्णाबाधातुल्यत्वात्। अतो हि ईसीकोणार्धरूपौ लम्बलग्नौ कोणौ सिद्धौ। एतेन तुल्यद्विबाहुकक्षेत्रे भुजमध्यगतकोणार्धकृल्लम्बः स्यादिति सिद्धम्। अथ एबीडीत्रिभुजे एबीभुजज्यया त्रिज्या कोणज्या तदा एडीचापार्धज्यया केति बीकोणार्द्धज्या। अथवा एबीभुजज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव एडीचापार्धज्यया बीकोणार्धज्याया निष्पत्तिः। एबीज्या : त्रि=एडीचापार्धज्या : बीकोणार्धज्या लघुत्रिभुजे। अथ बृहत्त्रिभुजे बीसीभुजज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव इसीचापार्धज्यया बीकोणार्धज्यायाश्च निष्पत्तिः। बीसीज्या:त्रि=इसीचापार्धज्या:बीकोणार्धज्या। अथ निष्पत्त्योर्घातेपि समाना निष्पत्तिरिति संमुखनिष्पत्त्योर्घाते कृते न्यासः। एबीज्या×बीसीज्या:त्रि^{२}=एडीचापार्धज्या × इसीचापार्धज्या:बीकोणार्धज्या^{२}। अतः एबी,बीसीचापज्ययोर्घातेन त्रिज्यावर्गस्य या निष्पत्तिः सैव एडी,-ईसीचापार्धयोर्ज्याघातेन बीकोणार्धज्यावर्गस्य निष्पत्तिः सिद्धा। अत्राप्याद्यान्त्यनिष्पत्तिघातो द्वितीयतृतीयखण्डघातसम एवेति। एडी,ईसीचापार्धयोर्ज्याघातस्य त्रिज्यावर्गेण गुणनं एबीज्या,बीसीज्याघातबीकोणार्धज्यावर्गगुणनतुल्यम्। तत्र एडी,ईसीचापार्द्धज्ययोर्घातस्तु सर्वभुजयोगदलेन भुजाभ्यां हीनेन शेषयोर्ज्याघाततुल्यः प्राक् सिद्धः। अयमेव त्रिज्यावर्गेण गुण्य एबीज्या-

बीसीज्याघातरूपभुजद्वयज्याघातेन भाज्यः भुजद्वयमध्यकोणार्धज्यावर्गस्तन्मूलं कोणार्द्धज्या तच्चापं भुजद्वयान्तर्गतकोणार्धमानं भवति । एतेन भुजाधारयोगार्धूनं भुजाभ्यामिति पद्योपपत्तिः संपन्ना ।

अथान्यथोच्यते । भूकोटिजीवा त्रिगुणाहतोना इति पद्येन भुजयोः प्रथमद्वितीयसंज्ञां कृत्वा आधारस्य भूसंज्ञां च कृत्वा जाता कोणकोटिज्या । $\frac{\text{भूको·त्रिव१प्रको·द्विको·त्रि१ ।}}{\text{प्रज्या·द्विज्या१}}$ अनयोना त्रिज्या जाता कोणोत्क्रमज्या सा त्रिज्यागुणा दलिता जातः कोणार्द्धज्यावर्गः ।
$\frac{\text{भूको·त्रिव·त्रि१प्रको·द्विको·त्रिव१प्रज्या·द्विज्या·त्रिव१}}{\text{प्रज्या·द्विज्या२}}$ । अत्र भाज्ये खण्डत्रयं तावत् त्रिज्यावर्गापवर्त्तितं कृतम् । $\frac{\text{भूको·त्रि१प्रको·द्विको१प्रज्या·द्विज्या१ ।}}{\text{प्रज्या·द्विज्या२}}$ अत्र भाज्ये द्वितीयतृतीयखण्डयोगस्तु भुजयोश्चापान्तरकोटिज्यया त्रिज्यागुणया तुल्यः । अस्य त्रिज्यागुणितभूकोटिज्यायाश्चान्तरं कार्यम् । वा चापान्तरकोटिज्याया भूकोटिज्यायाश्चान्तरं त्रिज्यागुणं कार्यम् । तत्र हरेण द्वयेन भक्ते चापान्तरकोटिज्याया भूकोटिज्याया अन्तरं त्रिज्यार्धगुणमिति भाज्यस्वरूपम् । हरस्तु प्रथमज्याद्वितीयज्याघात एव । प्रज्या·द्विज्या१ । अथ सर्वत्र चापयोः कोटिज्यान्तरं त्रिज्यार्धगुणं तच्चापार्धयोरन्तरज्यायोगज्याघातसममिति ज्योत्पत्तौ चापयोः कोटिजीवैक्यभेदौ गुणौ त्रिज्यकार्धेन इति पद्ये निरूपितम् । तेन प्रकृते भुजयोरन्तरार्धं तथा भूम्यर्धं अनयोश्चापान्तरयोगज्याघातः कार्यः । तत्र भुजयोरन्तरार्धेन $\frac{\text{प्र१ द्वि१}}{\text{२}}$ भूम्यर्धं हीनम् । $\frac{\text{प्र१ द्वि१ भू१ ।}}{\text{२}}$ युतं च । $\frac{\text{प्र१ द्वि१ भू१ ।}}{\text{२}}$ एते सर्वभुजयोगदलेन $\frac{\text{प्र१ द्वि१ भू१}}{\text{२}}$ भुजाभ्यां प्र१। द्वि१ हीनेन तुल्ये दृश्यते । अतोऽनयोर्ज्याघातः भुजयोरन्तरार्धभूम्यर्धचापान्तरयोगज्याघातः भुजान्तरकोटिज्याभूकोटिज्यान्तरेण त्रिज्यार्धगुणेन तुल्यः स्यात् । अयं भाज्यस्त्रिज्यावर्गगुणः कार्यः । पूर्वं त्रिज्यावर्गापवर्त्तनात् भुजज्ययोर्घातो हरोऽस्त्येव । अत उपपन्नम् । भुजाधारयोगार्द्धमूनं भुजाभ्यां हतिस्तज्ज्ययोस्त्रिज्यकावर्गनिघ्नी । भुजज्योत्थघातेन भक्तेति । अयं कोणार्धज्यावर्गस्तन्मूलं कोणार्धज्येति पदं बाहुसंलग्नकोणार्धजीवेति युक्तमुक्तम् ।

एवं भूसंमुखकोणदलकोटिज्यानयनम् ।

भूबाहुयोगदलमत्र परः सकून-
स्तज्ज्यागुणः परगुणस्त्रिगुणस्य कृत्या ।
निघ्नः स दोर्गुणविघातहृतोस्य मूलं
दोर्लग्नकोणदलकोटिरिहास्य चापम् ॥

अथ भुजद्वयतन्मध्यगकोणज्ञाने च शेषकोणयोर्ज्ञानमाह ।

तत्र भुजयोर्योगार्धकोटिज्यया तदन्तरार्धकोटिज्याया या निष्पत्तिः सैव तन्मध्यगतकोणार्धकोटिच्छायया शेषकोणयोर्योगार्धच्छायाया निष्पत्तिः । एवं भुजयोर्योगार्धज्यया तदन्तरार्धज्याया या निष्पत्तिः सैव तन्मध्यगतकोणार्धकोटिच्छायया शेषकोणयोरन्तरार्धच्छायाया निष्पत्तिः । अत्र प्रथमे ज्ञातकोणार्धकोटिच्छाया भुजान्तरार्धकोटिज्यागुणा भुजयोर्योगार्धकोटिज्याभक्ता लब्धस्यच्छायासुचापं शेषकोणयोर्योगार्धं स्यात् । एवं द्वितीये ज्ञातकोणार्धकोटिच्छाया भुजयोरन्तरार्धज्यागुणा योगार्धज्याभक्ता लब्धस्यच्छायासुचापं शेषकोणयोरन्तरार्धं तत्र योगार्धे अन्तरार्धं हीनं युतं च शेषकोणौ ज्ञातौ भवतः ।

अथाधारलग्नकोणयोर्ज्ञाने तदाधारज्ञाने च शेषभुजयोरानयनम् ।

तत्र कोणयोर्योगार्धकोटिज्यया तदन्तरार्धकोटिज्याया या निष्पत्तिः सैव संलग्नभुजार्धच्छायया संमुखभुजयोर्योगार्धच्छायाया निष्पत्तिः । एवं कोणयोर्योगार्धज्यया तदन्तरार्धज्याया या निष्पत्तिः सैव संलग्नभुजार्धच्छायया संमुखभुजयोरन्तरार्धच्छायाया निष्पत्तिः । अत्र प्रथमे संलग्नभुजार्धच्छाया कोणयोरन्तरार्धकोटिज्यागुणा योगार्धकोटिज्याभक्ता फलस्यच्छायासुचापं शेषभुजयोर्योगार्धं ज्ञातम् । एवं संलग्नभुजार्धच्छाया कोणयोरन्तरार्धज्यागुणा योगार्धज्याभक्ता फलस्यच्छायासुचापं शेषभुजयोरन्तरार्धं ज्ञातम् । योगार्धे अन्तरार्धं हीनं युतं च शेषभुजौ ज्ञातौ भवतः । अत्रैकचापकोटिच्छायया तदन्यचापच्छायाया या निष्पत्तिः सैवान्यचापकोटिच्छायया तदेकचापच्छायाया निष्पत्तिः पूर्वसिद्धास्ति । तेन प्रथमसाध्ये तृतीयचतुर्थखण्डयोर्व्यत्यासेनैवं सिद्धिः । तद्यथा । भुजयोगार्धकोटिज्यया तदन्तरार्धकोटिज्याया या निष्पत्तिः सैव शेषकोणयोगार्धकोटिच्छायया भुजमध्यगतकोणार्धच्छायाया निष्पत्तिः । अत्र भुजान्तरार्धकोटिज्या कोणयोगार्धकोटिच्छायागुणा भुजयोगार्धकोटिज्याभक्ता फलस्य-

च्छायासुचापं भुजमध्यगतकोणार्धमानं ज्ञातं भवति । एतेन भुजयोर्ज्ञाने तत्संमुखकोणयोर्ज्ञाने च भुजान्तर्गतकोणज्ञानं जातम् ।

$$\text{छा}\tfrac{1}{2}\text{गा} = \frac{\text{कोज्या}\tfrac{1}{2}(\text{अ} - \text{क}) \times \text{कोछा}\tfrac{1}{2}(\text{आ} + \text{का})}{\text{कोज्या}\tfrac{1}{2}(\text{अ} + \text{क})}$$

। एवं तृतीयसाध्ये खण्डानां विनिमयाच्च कोणान्तरार्धकोटिज्यया तद्योगार्धकोटिज्याया या निष्पत्तिः सैव कोणसंमुखभुजयोगार्धच्छायया कोणसंलग्नभुजार्धच्छायाया निष्पत्तिः । अत्र भुजयोगार्धच्छाया तत्संमुखकोणयोगार्धकोटिज्यागुणा तत्कोणान्तरार्धकोटिज्याभक्ता फलस्यच्छायासुचापं कोणसंलग्नभुजार्धमानं ज्ञातं स्यात् । एतेन भुजद्वयज्ञाने तत्संमुखकोणद्वयज्ञाने च कोणसंलग्नभुजानयनं जातमिति ।

$$\text{छा}\tfrac{1}{2}\text{ग} = \frac{\text{कोज्या}\tfrac{1}{2}(\text{आ} + \text{का}) + \text{छा}\tfrac{1}{2}(\text{अ} + \text{क})}{\text{कोज्या}\tfrac{1}{2}(\text{आ} - \text{का})} \text{ ।}$$

अत्रोपपत्तिः । अत्र त्रिभुजे अ,क,गएते भुजाः । आ,का,गाएते क्रमेण तत्तद्भुजसंमुखाः कोणाः कल्पिताः । तत्र लाघवाय त्रिज्यां रूपमितां प्रकल्प्य

भूकोटिजीवा त्रिगुणाहतोना
कोटिज्ययोर्दोर्भवयोर्वधेन ।
त्रिज्यागुणा दोर्गुणघातभक्ता
ज्या साच भूसंमुखकोणकोटेः ॥

इत्तिपद्येन जाता आकोणकोटिज्या ।

$$\frac{\text{कोज्याअ} - \text{कोज्याक}\cdot\text{कोज्याग}}{\text{ज्याक}\cdot\text{ज्याग}}$$ । त्रिज्यया १ युता ।

$$\frac{\text{कोज्याअ} - \text{कोज्याक}\cdot\text{कोज्याग} + \text{ज्याक}\cdot\text{ज्याग}}{\text{ज्याक}\cdot\text{ज्याग}}$$ । अत्र द्वितीयतृतीयखण्डे भाज्यस्थे क, गचापयोर्योगकोटिज्यास्वरूपं तेन प्रथमखण्डे योगकोटिज्या हीना ।

$$\frac{\text{कोज्याअ} - \text{कोज्या}(\text{क} + \text{ग})}{\text{ज्याक}\cdot\text{ज्याग}}$$ । इयं त्रिज्याकोटिज्यायोगरूपा त्रिज्यया १ गुणिता जातः आकोणार्धकोटिज्यावर्गो द्विगुणः । त्रिज्यकार्धमथ कोटिगुणार्धं तद्युतिरिति ज्योत्पत्तिसूत्रात् । अत्र क,गचापयोगकोटिज्याया अचापकोटिज्यायाश्चान्तरं त्रिज्यागुणमित्यस्ति । तत्र कोटिज्यान्तरेण त्रिज्यागुणेन तच्चापयोर्योगार्धज्यान्तरार्धज्याघातो द्विगुणस्तुल्य इति ज्योत्पत्तौ लिखितत्वात् ।

प्रकृते चापयोरनयोः (क + ग), (अ) योगार्धज्यान्तरार्धज्याघातो द्विगुणः कृतः।

$$\frac{२ ज्या (अ + क + ग)}{२} \times \frac{ज्या (क + ग - अ)}{२}$$ । अत्र सर्वभुजयोगार्धं सवर्णः कल्प्यः। तदा आकोणार्धकोटिज्यावर्गो द्विगुणः सिद्धः।

$$\frac{२ ज्यास \cdot ज्या (स - अ)}{ज्याक \cdot ज्याग} \text{ ज्याक} \cdot \text{ज्याग}$$ । एवं आकोणकोटिज्यया हीना त्रिज्या जाता। $$\frac{कोज्याक \cdot कोज्याग + ज्याक \cdot ज्याग - कोज्याअ}{ज्याक \cdot ज्याग}$$ । अत्र भाज्ये द्वितीयतृतीयखण्डेन चापान्तरकोटिज्यास्वरूपं विलिख्य न्यासः।

$$\frac{कोज्या (क - ग) - कोज्याअ}{ज्याक \cdot ज्याग}$$ । अत्रापि क,गचापान्तरकोटिज्याया अचापकोटिज्याया अन्तरं त्रिज्यागुणं आकोणार्धज्यावर्गो द्विगुणः। त्रिज्योत्क्रमज्यानिहतेर्दलस्य मूलमिति सूत्रात्। अयं क,गचापान्तरस्य (क - ग) अचापस्य (अ) योगार्धान्तरार्धज्याघातेन द्विगुणेन तुल्यः। तथा हि। क,गचापान्तरं अचापे हीनम्। अ - क + ग। युतम्। (अ + क - ग)। अनयोरर्धे। (स - क)। (स - ग)। एतयोर्ज्याघातो द्विगुणः द्विगुणा आकोणार्धज्यावर्गः।

$$\frac{२ ज्या (स - क) ज्या (स - ग)}{ज्याक \cdot ज्याग}$$ । अथोभयत्र द्विमितगुणकस्य साम्यान्नाशः कृतः। एवं काकोणस्य गाकोणस्य चार्धांशज्याकोटिज्यावर्गौ प्रसाध्य सर्वाणि लिख्यन्ते। अथ आ,काकोणार्धयोर्ज्याघातावगमार्थं तद्वर्गयोर्घातमूलं ग्राह्यम्।

न्यासः। $$कोज्या^{२} \tfrac{१}{२} आ = \frac{ज्यास \cdot ज्या (स - अ)}{ज्याक \cdot ज्याग}$$

$$कोज्या^{२} \tfrac{१}{२} का = \frac{ज्यास \cdot ज्या (स - क)}{ज्याग \cdot ज्याअ}$$ । $$कोज्या^{२} \tfrac{१}{२} गा = \frac{ज्यास \cdot ज्या (स - ग)}{ज्याअ \cdot ज्याक}$$ ।

$$ज्या^{२} \tfrac{१}{२} आ = \frac{ज्या (स - क) ज्या (स - ग)}{ज्याक \cdot ज्याग}$$

$$ज्या^{२} \tfrac{१}{२} का = \frac{ज्या (स - ग) ज्या (स - अ)}{ज्याग \cdot ज्याअ}$$

$$\text{ज्या}^2\tfrac{1}{2}\text{गा} = \frac{\text{ज्या}(\text{स}-\text{अ})\cdot\text{ज्या}(\text{स}-\text{क})}{\text{ज्याअ}\cdot\text{ज्याक}}$$

$$\text{अतः ज्या}^2\tfrac{1}{2}\text{आ}\times\text{ज्या}^2\tfrac{1}{2}\text{का} = \frac{\text{ज्या}(\text{स}-\text{क})\cdot\text{ज्या}(\text{स}-\text{ग})}{\text{ज्याक}\cdot\text{ज्याग}}\times$$

$$\frac{\text{ज्या}(\text{स}-\text{ग})\cdot\text{ज्या}(\text{स}-\text{अ})}{\text{ज्याग}\cdot\text{ज्याअ}} = \frac{\text{ज्या}^2(\text{स}-\text{ग})\cdot\text{ज्या}(\text{स}-\text{क})\cdot\text{ज्या}(\text{स}-\text{अ})}{\text{ज्या}^2\text{ग}\cdot\text{ज्याक}\cdot\text{ज्याअ}}\text{।}$$

अत्र भाज्यस्य द्वितीयतृतीयखण्डं हारस्य द्वितीयखण्डं गाकोणार्धज्यावर्गः। तद्यथा । गाकोणार्धानयने भुजाधारयोगार्धमूनं भुजाभ्यामिति सूत्रात् । सर्वभुजदलयोगो भुजाभ्यां हीनः । स − क । स − अ । एतयोर्ज्याघातः भुजद्वयज्याघातभक्त इति त्रिज्यावर्गेण १ गुणनान्न विकारः । एवं सिद्धस्य मूलं गाकोणार्धज्या । अथ भाज्यस्यप्रथमखण्डं हारस्य च प्रथमखण्डम् ।

$\frac{\text{ज्या}^2(\text{स}-\text{ग})}{\text{ज्या}^2\text{ग}}$ । तन्मूलम् । $\frac{\text{ज्या}(\text{स}-\text{ग})}{\text{ज्याग}}$ । इदं गाकोणार्धज्यागुणं जात

आकोणार्धकाकोणार्धयोर्ज्याघातः। $\frac{\text{ज्या}\tfrac{1}{2}\text{गा}\cdot\text{ज्या}(\text{स}-\text{ग})}{\text{ज्याग}}$ । एवं कोणयोर्ज्याघातं कोटिज्याघातं ज्याकोटिज्याघातं च कृत्वा सर्वाणि लिख्यन्ते ।

$$\text{ज्या}\tfrac{1}{2}\text{आ}\cdot\text{ज्या}\tfrac{1}{2}\text{का} = \frac{\text{ज्या}\tfrac{1}{2}\text{गा}\times\text{ज्या}(\text{स}-\text{ग})}{\text{ज्याग}}$$

$$\text{ज्या}\tfrac{1}{2}\text{का}\times\text{ज्या}\tfrac{1}{2}\text{गा} = \frac{\text{ज्या}\tfrac{1}{2}\text{आ}\times\text{ज्या}(\text{स}-\text{अ})}{\text{ज्याअ}}$$

$$\text{ज्या}\tfrac{1}{2}\text{गा}\times\text{ज्या}\tfrac{1}{2}\text{आ} = \frac{\text{ज्या}\tfrac{1}{2}\text{का}\times\text{ज्या}(\text{स}-\text{क})}{\text{ज्याक}}$$

$$\text{कोज्या}\tfrac{1}{2}\text{आ}\times\text{कोज्या}\tfrac{1}{2}\text{का} = \frac{\text{ज्या}\tfrac{1}{2}\text{गा}\times\text{ज्यास}}{\text{ज्याग}}$$

$$\text{कोज्या}\tfrac{1}{2}\text{का}\times\text{कोज्या}\tfrac{1}{2}\text{गा} = \frac{\text{ज्या}\tfrac{1}{2}\text{आ}\times\text{ज्यास}}{\text{ज्याअ}}$$

$$\text{कोज्या}\tfrac{1}{2}\text{गा}\times\text{कोज्या}\tfrac{1}{2}\text{आ} = \frac{\text{ज्या}\tfrac{1}{2}\text{का}\times\text{ज्यास}}{\text{ज्याक}}$$

$$ज्या\tfrac{१}{२}अ \times कोज्या\tfrac{१}{२}क = \frac{कोज्या\tfrac{१}{२}ग \times ज्या(स - क)}{ज्याग}$$

$$ज्या\tfrac{१}{२}क \times कोज्या\tfrac{१}{२}ग = \frac{कोज्या\tfrac{१}{२}अ \times ज्या(स - ग)}{ज्याअ}$$

$$ज्या\tfrac{१}{२}ग \times कोज्या\tfrac{१}{२}अ = \frac{कोज्या\tfrac{१}{२}क \times ज्या(स - ग)}{ज्याक}$$

$$कोज्या\tfrac{१}{२}अ \times ज्या\tfrac{१}{२}क = \frac{कोज्या\tfrac{१}{२}ग \times ज्या(स - अ)}{ज्याग}$$

$$कोज्या\tfrac{१}{२}क \times ज्या\tfrac{१}{२}ग = \frac{कोज्या\tfrac{१}{२}अ \times ज्या(स - क)}{ज्याअ}$$

$$कोज्या\tfrac{१}{२}ग \times ज्या\tfrac{१}{२}अ = \frac{कोज्या\tfrac{१}{२}क \times ज्या(स - ग)}{ज्याक}$$

अथ चापैक्यभावनया अ, क, कोणार्धयोर्ज्याकोटिज्याभ्यां रूपत्रिज्यया जाता कोणयोगार्धज्या । $ज्या\tfrac{१}{२}(अ + क) = ज्या\tfrac{१}{२}अ \times कोज्या\tfrac{१}{२}क + कोज्या\tfrac{१}{२}अ \times ज्या\tfrac{१}{२}क$ । तत्र पूर्वलिखितस्वरूपेषु अकोणार्धज्याककोणार्धकोटिज्याघातः । $\frac{कोज्या\tfrac{१}{२}ग \times ज्या(स - क)}{ज्याग}$ । अकोणार्धकोटिज्याककोणार्धज्याघातश्च । $\frac{कोज्या\tfrac{१}{२}ग \times ज्या(स - अ)}{ज्याग}$ । द्वयोर्योगार्थं गाकोणार्धकोटिज्याया उभयत्र तुल्यगुणकत्वात् गभुजज्यारूपतुल्यहरत्वाच्च योगो जातः । $\frac{\overline{ज्या(स - क) + ज्या(स - अ)} \times कोज्या\tfrac{१}{२}ग}{ज्याग}$ । अत्र गुण्यस्थाने सर्वभुजयोगार्धम् । स । अ, कचापाभ्यां हीनम् । स − अ । स − क । अनयोश्चापयोर्ज्यायोगोऽस्ति स चेत् त्रिज्यया १ गुणितस्तदाऽविकृत एव । अयं ज्या(स − क) + ज्या(स − अ) चापयोरनयो, स − क । स − अ, रन्तरार्धकोटिज्यायोगार्धज्याघातेन द्विगुणेन तुल्यः । सर्वत्र चापान्तरार्धकोटिज्यायोगार्धज्याघातस्य द्विगुणस्य चापज्ययोर्योगेन त्रिज्यागुणेन तुल्यत्वमिति ज्योत्पत्तौ प्रतिपादनात् । अतः प्रकृते चापयोः, स − क । स − अ, स्वरूपे । $\frac{अ - क + ग}{२}$ ।

$\frac{-अ+क+ग}{२}$ । द्वयोर्योगो गभुजतुल्यः । अस्यार्धज्या । ज्या $\frac{१}{२}$ ग । जाता चापयोगार्धज्या । एवं एकचापात् $\frac{अ-क+ग}{२}$ द्वितीयं $\frac{-अ+क+ग}{२}$ शोध्यं तत्र संशोध्यमानं स्वमृणत्वमिति जातम् । $\frac{अ-क-ग}{२}$ । तद्युतिरेवान्तरम् । अ–क । अस्यार्धस्य कोटिज्या अर्थात् अ, कचापान्तरार्धस्य कोटिज्या सिद्धा । इयमनयोश्चापयो, स–क । स–अ, रन्तरार्धकोटिज्या । इयं पूर्वानीतयोगार्धज्यया ज्या $\frac{१}{२}$ ग गुणिता जातं गुण्यस्थाने स्वरूपम् । कोज्या $\frac{१}{२}$ (अ–क) × ज्या $\frac{१}{२}$ ग । अस्य पूर्वं गुणकश्च । $\frac{कोज्या \frac{१}{२} गा}{ज्याग}$ । गुणकस्य हरस्थाने गचापज्या वर्त्तते सा गचापार्धज्याकोटिज्याघातेन द्विगुणेन त्रिज्या $\frac{१}{२}$ भक्तेन तुल्येति गुणकः । कोज्या $\frac{१}{२}$ गा । गुण्यगुणकघाते कृते न्यासः ।

$\frac{कोज्या \frac{१}{२} गा \times कोज्या \frac{१}{२} (अ-क) \times ज्या \frac{१}{२} ग}{२ ज्या \frac{१}{२} ग \times कोज्या \frac{१}{२} ग}$ । अत्र भाज्यहारयोर्गचापार्धज्यातुल्ययोर्गुणहरयोर्नाशे जातम् । $\frac{कोज्या \frac{१}{२} गा \times कोज्या \frac{१}{२} (अ-क)}{२ कोज्या \frac{१}{२} ग}$ अयं चापयोः । स–क । स–अ । योगार्धज्यान्तरार्धकोटिज्याघातः सिद्धः । स च द्विगुणः कृतस्तदा हरे च द्विगुणस्य नाशः कृतः गुणहरयोर्द्विमितयोस्तुल्यत्वात् । तदा आ,काकोणयोर्योगार्धज्या सिद्धा । $\frac{कोज्या \frac{१}{२} गा \times कोज्या \frac{१}{२} (अ-क)}{कोज्या \frac{१}{२} ग}$

एवं आ,काकोणयोर्योगार्धस्यान्तरार्धस्य ज्याकोटिज्ये प्रसाध्य सर्वाणि लिख्यन्ते ।

$$ज्या \frac{१}{२} (आ+का) = \frac{कोज्या \frac{१}{२} गा \times कोज्या \frac{१}{२} (अ-क)}{कोज्या \frac{१}{२} ग}$$

$$ज्या \frac{१}{२} (आ-का) = \frac{कोज्या \frac{१}{२} गा \times ज्या \frac{१}{२} (अ-क)}{ज्या \frac{१}{२} ग}$$

$$कोज्या \frac{१}{२} (आ+का) = \frac{ज्या \frac{१}{२} गा \times कोज्या \frac{१}{२} (अ+क)}{कोज्या \frac{१}{२} ग}$$

$$\text{कोज्या}\tfrac{1}{2}(\text{आ}-\text{का}) = \frac{\text{ज्या}\tfrac{1}{2}\text{गा}\times\text{ज्या}\tfrac{1}{2}(\text{अ}+\text{क})}{\text{ज्या}\tfrac{1}{2}\text{ग}}$$

अथ चापज्या स्वकोटिज्याभक्ता चापच्छाया। एवं कोटिज्या चापज्याभक्ता कोटिच्छाया स्यात्। रूपत्रिज्यागुणनेनाविकारात्। अतः कोणयोगार्धज्या $\frac{\text{कोज्या}\tfrac{1}{2}\text{गा}\times\text{कोज्या}\tfrac{1}{2}(\text{अ}-\text{क})}{\text{कोज्या}\tfrac{1}{2}\text{ग}}$ कोणयोगार्धकोटिज्यया $\frac{\text{ज्या}\tfrac{1}{2}\text{गा}\times\text{कोज्या}\tfrac{1}{2}(\text{अ}+\text{क})}{\text{कोज्या}\tfrac{1}{2}\text{ग}}$ भाज्या। तत्र छेदं लवं च परिवर्त्य न्यासः।

$$\frac{\text{कोज्या}\tfrac{1}{2}\text{ग}\times\text{कोज्या}\tfrac{1}{2}\text{गा}\times\text{कोज्या}\tfrac{1}{2}(\text{अ}-\text{क})}{\text{ज्या}\tfrac{1}{2}\text{गा}\times\text{कोज्या}\tfrac{1}{2}(\text{अ}+\text{क})\times\text{कोज्या}\tfrac{1}{2}\text{ग}}$$

। अत्र अंशाहतिश्छेदवधेन भक्तेति क्रियमाणे गचापार्धकोटिज्यातुल्ययोर्गुणहरयोर्नाशे गाकोणार्धकोटिज्या गाकोणार्धज्याभक्ता जाता गाकोणार्धकोटिच्छाया गुणकः। अ,कचापयोरन्तरार्धकोटिज्या योगार्धकोटिज्याभक्तेति गुण्यः। एवं कोणयोगार्धच्छाया सिद्धा। $\text{छा}\tfrac{1}{2}(\text{आ}+\text{का}) = \frac{\text{कोछा}\tfrac{1}{2}\text{गा}\times\text{कोज्या}\tfrac{1}{2}(\text{अ}-\text{क})}{\text{कोज्या}\tfrac{1}{2}(\text{अ}+\text{क})}$। एवं कोणान्तरार्धच्छाया। $\text{छा}\tfrac{1}{2}(\text{आ}-\text{का}) = \frac{\text{कोछा}\tfrac{1}{2}\text{गा}\times\text{ज्या}\tfrac{1}{2}(\text{अ}-\text{क})}{\text{ज्या}\tfrac{1}{2}(\text{अ}+\text{क})}$।

अत्र भुजयोरन्तरार्धकोटिज्या मध्यगतगाकोणार्धकोटिच्छायया हता भुजयोर्योगार्धकोटिज्याभक्ता जाता कोणयोर्योगार्धच्छाया। एवं भुजान्तरार्धज्या गाकोणार्धकोटिच्छायागुणा भुजयोगार्धज्याभक्ता कोणयोरन्तरार्धच्छाया सिद्धा। अथ यदि कोणयोर्योगार्धकोटिज्यया $\frac{\text{ज्या}\tfrac{1}{2}\text{गा}\times\text{कोज्या}\tfrac{1}{2}(\text{अ}+\text{क})}{\text{कोज्या}\tfrac{1}{2}\text{ग}}$ कोणयोरन्तरार्धकोटिज्या $\frac{\text{ज्या}\tfrac{1}{2}\text{गा}\times\text{ज्या}\tfrac{1}{2}(\text{अ}+\text{क})}{\text{ज्या}\tfrac{1}{2}\text{ग}}$ भक्ता फलम्।

$$\frac{\text{कोज्या}\tfrac{1}{2}\text{ग}\times\text{ज्या}\tfrac{1}{2}\text{गा}\times\text{ज्या}\tfrac{1}{2}(\text{अ}+\text{क})}{\text{ज्या}\tfrac{1}{2}\text{ग}\times\text{ज्या}\tfrac{1}{2}\text{गा}\times\text{कोज्या}\tfrac{1}{2}(\text{अ}+\text{क})}$$

। अत्र गुणहरयोर्गाकोणार्धज्ययोस्तुल्यत्वेन नाशे कृते। भुजयोर्योगार्धज्या स्वकोटिज्याभक्ता भुजयोर्योगार्धच्छाया $\frac{\text{ज्या}\tfrac{1}{2}(\text{अ}+\text{क})}{\text{कोज्या}\tfrac{1}{2}(\text{अ}+\text{क})}$ संलग्नस्य गभुजस्यार्धच्छायया $\frac{\text{ज्या}\tfrac{1}{2}\text{ग}}{\text{कोज्या}\tfrac{1}{2}\text{ग}}$ भक्ता

तदेव फलं लभ्यते । $\frac{\text{कोज्या}\frac{1}{2}\text{ग}\times\text{ज्या}\frac{1}{2}(\text{अ}+\text{क})}{\text{ज्या}\frac{1}{2}\text{ग}\times\text{कोज्या}\frac{1}{2}(\text{अ}+\text{क})}$ । अत उपपन्नं कोणयोर्यो-गार्धकोटिज्यया तदन्तरार्धकोटिज्याया या निष्पत्तिः सैव संलग्नभुजार्धच्छा-यया संमुखभुजयोर्योगार्धच्छायाया निष्पत्तिरिति । एवं कोणयोर्योगार्धज्यया

$\frac{\text{कोज्या}\frac{1}{2}\text{गा}\times\text{कोज्या}\frac{1}{2}(\text{अ}-\text{क})}{\text{कोज्या}\frac{1}{2}\text{ग}}$ कोणयोरन्तरार्द्धज्या

$\frac{\text{कोज्या}\frac{1}{2}\text{गा}\times\text{ज्या}\frac{1}{2}(\text{अ}-\text{क})}{\text{ज्या}\frac{1}{2}\text{ग}}$ भक्ता लब्धम् ।

$\frac{\text{कोज्या}\frac{1}{2}\text{ग}\times\text{कोज्या}\frac{1}{2}\text{गा}\times\text{ज्या}\frac{1}{2}(\text{अ}-\text{क})}{\text{ज्या}\frac{1}{2}\text{ग}\times\text{कोज्या}\frac{1}{2}\text{गा}\times\text{कोज्या}\frac{1}{2}(\text{अ}-\text{क})}$ अत्रापि तुल्ययोर्गाकोणार्धको-टिज्ययोर्नाशे गचापार्धच्छायया $\frac{\text{ज्या}\frac{1}{2}\text{ग}}{\text{कोज्या}\frac{1}{2}\text{ग}}$ भुजयोरन्तरार्धच्छाया

$\frac{\text{ज्या}\frac{1}{2}(\text{अ}-\text{क})}{\text{कोज्या}\frac{1}{2}(\text{अ}-\text{क})}$ भक्ता तदेव । अत उपपन्नं कोणयोर्योगार्धज्यया तदन्त-रार्धज्याया या निष्पत्तिः सैव संलग्नभुजार्धच्छायया संमुखभुजयोरन्तरार्ध-च्छायाया निष्पत्तिरिति । एवं कोणयोर्योगार्धच्छायया

$\frac{\text{कोछा}\frac{1}{2}\text{गा}\times\text{कोज्या}\frac{1}{2}(\text{अ}-\text{क})}{\text{कोज्या}\frac{1}{2}(\text{अ}+\text{क})}$ अन्तरार्धच्छायायां

$\frac{\text{कोछा}\frac{1}{2}\text{गा}\times\text{ज्या}\frac{1}{2}(\text{अ}-\text{क})}{\text{ज्या}\frac{1}{2}(\text{अ}+\text{क})}$ भक्तायां फलम् ।

$\frac{\text{कोज्या}\frac{1}{2}(\text{अ}+\text{क})\times\text{ज्या}\frac{1}{2}(\text{अ}-\text{क})}{\text{कोज्या}\frac{1}{2}(\text{अ}-\text{क})\times\text{ज्या}\frac{1}{2}(\text{अ}+\text{क})}$ इदं तु भुजयोर्योगार्धच्छायया भुज-योरन्तरार्धच्छायायां भक्तायां फलं दृश्यते । वा भुजयोर्योगार्धच्छायया

$\frac{\text{छा}\frac{1}{2}\text{ग}\times\text{कोज्या}\frac{1}{2}(\text{आ}-\text{का})}{\text{कोज्या}\frac{1}{2}(\text{आ}+\text{का})}$ अन्तरार्धच्छायायां $\frac{\text{छा}\frac{1}{2}\text{ग}\times\text{ज्या}\frac{1}{2}(\text{आ}-\text{का})}{\text{कोज्या}\frac{1}{2}(\text{आ}+\text{का})}$

भक्तायां फलम् । $\frac{\text{कोज्या}\frac{1}{2}(\text{आ}+\text{का})\times\text{ज्या}\frac{1}{2}(\text{आ}-\text{का})}{\text{कोज्या}\frac{1}{2}(\text{आ}-\text{का})\times\text{ज्या}\frac{1}{2}(\text{आ}+\text{का})}$ । इदं फलं कोण-योरन्तरार्धच्छायायां योगार्धच्छायया भक्तायां दृश्यते । ततः कोणयोर्यो-गार्धच्छायया तदन्तरार्धच्छायाया या निष्पत्तिः सैव तत्संमुखभुजयोर्योगार्ध-

च्छायया तदन्तरार्धच्छायाया निष्पत्तिः सिद्धा। अथवा भुजज्ययोर्या निष्पत्तिः सैव तत्संमुखकोणज्ययोरपि निष्पत्तिः। अतः भुजज्ययोर्योगेन तदन्तरस्य या निष्पत्तिः सैव तत्संमुखकोणज्ययोर्योगेन तदन्तरस्य निष्पत्तिः। अथ चापयोर्ज्यायोगेन तदन्तरस्य या निष्पत्तिः सैव चापयोर्योगार्धच्छायया तदन्तरार्धच्छायाया निष्पत्तिर्ज्योत्पत्तावुक्ता। ततः प्रकृते भुजयोर्योगार्धच्छायया तदन्तरार्धच्छायाया या निष्पत्तिः सैव तत्संमुखकोणयोर्योगार्धच्छायया तदन्तरार्धच्छायाया निष्पत्तिः संपन्नेति।

अथ कोणत्रयज्ञाने भुजत्रयज्ञानमाह।

स्वस्वकोणोनभार्द्धांशतुल्यैर्भुजै-
र्यस्त्रिबाहुः परस्तस्य कोणत्रयम्।
प्रोक्तरीत्या प्रसाध्यं तदूना लवाः
खाष्टचन्द्रा अभीष्टा भुजास्ते मताः॥

पूर्वत्रिबाहौ भुजा अज्ञाताः कोणाश्च ज्ञातास्ते भार्द्धांश १८० शुद्धाः शेषं बृहत्कोटिकोणसंज्ञं तैः शेषतुल्यैर्भुजैर्द्वितीयत्रिबाहुः कल्प्यः। अत्र कल्पितैर्भुजै,र्भूकोटिजीवा त्रिगुणाहतोना, इत्यादिप्रकारेण कोणाः साध्यास्ते भार्द्धांशशुद्धाः शेषमिता एव पूर्वत्रिबाहुकभुजाः स्युः।

अत्रोपपत्तिर्गोलरेखागणितैकादशक्षेत्रेण स्पष्टैव। यतस्तत्रैवं प्रतिपादितमस्ति। कस्यचिद्गोलत्रिभुजस्य कोणत्रयचिह्नानि ध्रुवाणि प्रकल्प्य गोलोपरि नवत्यंशैर्वृत्तत्रयं क्रियते तेषां संयोगेन यत् त्रिभुजं द्वितीयमुत्पद्यते तस्य प्रथमत्रिभुजस्य च एतादृशः संबन्धोभवति। यथा। एकस्य कोणसंबन्धिबृहत्कोटिकोणो द्वितीयस्य भुजः द्वितीयस्य भुजसंबन्धिबृहत्कोटिरेकस्य कोण एवं मिथः सम्बन्ध इति। यस्य चापं नवत्यंशशुद्धं तस्य शेषं कोटिरुच्यते। एवं यस्य चापेन हीनाः खनागचन्द्रा लवाः शेषं तस्य बृहत्कोटिसंज्ञं कृतमिति। अत्रोदाहरणक्षेत्रदर्शनेनोपपत्तिः स्पष्टा। यथा (८३ क्षेत्रं द्र०) खस्वस्तिकात् बीचिह्नान्नवत्यंशकृतवृत्ते क्षितिजे दृग्वृत्तयाम्योत्तरवृत्तान्तरं बीकोणो जीचचापरूपः तदूनभार्द्धांशाः डीईचापं बीकोणबृहत्कोटिः। एवं रविचिह्नात् एबिन्दुतो नवत्यंशवृत्ते ग्रहत्रिज्यावृत्ते दृग्वृत्तध्रुवसूत्रान्तरं एकोणो लमचापरूपः तदूनभार्द्धांशाः फईचापं एकोणबृहत्कोटिः। एवं ध्रुवात् सीबिन्दोर्नवत्यंशवृत्ते नाडीवृत्ते याम्योत्तरवृत्तध्रुवसूत्रान्तरं सीकोणः कनचापरूपः। तदूनभार्द्धांशाः डीफचापं सीकोणबृहत्कोटिः। नाडीवृत्ते ग्रहत्रिज्यावृत्तक्षितिजान्तरे

डीफचापं तथा ग्रहत्रिज्यावृत्ते नाडीवृत्तक्षितिजान्तरं फईचापम् । एवं क्षितिजे नाडीवृत्तग्रहत्रिज्यावृत्तान्तरं डोईचापमस्ति । एभिश्चापैर्भुजैः द्वितीयं फडीई-क्षेत्रं त्रिभुजं जातम् । अथ नाडीवृत्तक्षितिजसंपातात् डीबिन्दोर्नवत्यंशकृत-वृत्ते याम्योत्तरवृत्ते तयोरन्तरं नचचापं डीकोणः । तदूना भार्धांशाः शेषं डीकोणबृहत्कोटिः बीसीचापम् । एवं ग्रहत्रिज्यावृत्तक्षितिजयोगात् ईबिन्दो-र्नवत्यंशकृतवृत्ते दृग्वृत्ते तयोरन्तरं मजीचापं ईकोणः । तदूना भार्धांशाः शेषं ईकोणबृहत्कोटिरूपं एबीचापम् । एवं ग्रहत्रिज्यावृत्तनाडीवृत्तयोगात् फबि-न्दोर्नवत्यंशवृत्ते ध्रुवसूत्रे तयोरन्तरं कलचापं फकोणमितं तदूनभार्धांशरूपं फकोणबृहत्कोटिसंज्ञं एसीचापं एभिश्चापैः प्रथमं बीएसीत्रिभुजं सिद्धम् । अत्र पूर्वत्रिभुजीयकोणबृहत्कोटिरूपैर्भुजैर्द्वितीयं त्रिभुजम् । एतस्य कोणबृह-त्कोटिरूपाः पूर्वत्रिभुजभुजा इति प्रत्यक्षतो दृश्यते । अत्र यथा याम्योत्तरवृत्ते नबीचापं खस्वस्तिकनाडीवृत्तान्तरमक्षांशाः । बीसीचापं लम्बांशाः । सीच-चापं ध्रुवसमचिह्नान्तरं अक्षांशाः । एवं अक्षांशयुतनवत्यंशाः नचचापम् । अ + ९० । एतदूनभार्धांशाः । १८० — ९० — अ = ९० — अ । अक्षांशोननवत्यंशा लम्बांशा एव । एवं सर्ववृत्तेषु नवत्यंशयुतचापरूपाणां भार्धांशशोधनेन चाप-कोट्यंशसिद्धिरिति । नचचापस्य बृहत्कोटिः बीसीचापं बीसीचापस्य बृह-त्कोटिः नचचापमितिसिद्धम् ।

अथ चापत्रिभुजे फलज्ञानाय प्रकारः।

निखिलकोणयुतिर्भदलोनिता परिधिखण्डगुणा त्रिगुणाहता ।
खधृतिहृच्च फलं त्रिभुजे फलं भवति गोलजपृष्ठगते सदा ॥

चापत्रिभुजे कोणत्रययोगो भार्धांशो १८० नस्त्रिज्यापरिध्यर्धघातगुणितः खाष्टचन्द्र १८० भक्तः फलं भवति ।

अत्रापपत्तिः । गोलपृष्ठे बृहद्वृत्तयोः संपातौ भार्धांशान्तरेण नियतौ । तत्संपातोत्पन्नं वृत्तखण्ड वप्रक्षेत्रं प्रसिद्धम् । परिधिव्यासघातो गोलपृष्ठफलं तदर्धं त्रिज्यापरिधिघातमितं गोलार्धपृष्ठफलं तत्रगोलार्धे भार्धांशाः १८० सन्ति तैरंशैरदं फलं तदा कोणांशैः किमिति वप्रफलं जातम् ।

$\frac{\text{को} \cdot \text{त्रि} \cdot \text{प}}{१८०}$ । लम्बरूपवृत्ताभ्यां वप्रक्षेत्रं वृत्तपादमितम् । यथा याम्योत्तरवृत्त-सममण्डलाभ्यां प्रत्यक्षम् । तत्र वप्रकोणांशाः ९० वृत्तपादमिताः अतो नवत्यं-शैर्वृत्तफलचतुर्थांशस्य या निष्पत्तिः सैवेष्टवप्रकोणांशैरिष्टवप्रफलस्य निष्पत्ति-

रितिसिद्धम् । एसीडीफएक्षेत्रं गोलार्धम् । एबीडीसीए प्रथमं वप्रक्षेत्रं एबीसी-त्रिभुजोनं बीडीसीक्षेत्रं शिष्टम् । सीबीफएसी द्वितीयं वप्रक्षेत्रं एबीसीत्रिभुजोनं एबीफक्षेत्रं शिष्टम् । बीफईडीबी तृतीयं वप्रक्षेत्रं एबीसीतुल्यडीफईक्षेत्रोनं बीफडीक्षेत्रं शिष्टम् । एबीसी, डीफईत्रिभुजे तुल्ये । तद्यथा । गोले खस्व-स्तिके एबिन्दुः । उन्मण्डले याम्योत्तरवृत्तसंपाते सीबिन्दुः । अग्निवायुगत-कोणवृत्तयाम्योत्तरवृत्तसंपातो बीबिन्दुः । अथाधःस्वस्तिके डीबिन्दुः । याम्यो-त्तरवृत्तोन्मण्डलसंपाते याम्यध्रुवे फबिन्दुः । कोणवृत्तयाम्योत्तरवृत्तसंपाते ई-बिन्दुः । गोले दृष्टबिन्दुद्वयान्तरे यदंशास्त एव तत्प्रदेशाभ्यां भार्धांशान्तरि-तयोरन्यबिन्द्वोरन्तरे स्युरिति प्रसिद्धम् । अतः एबीसीक्षेत्रतुल्यं डीफईक्षेत्रं जातम् । अथ याम्योत्तरवृत्तात् पश्चिमभागे गोलार्धं गृहीतं तस्य फलं त्रिज्या-परिधिघातमितं तादृशगोलार्धं बीडीसी, एबीफ, बीफडीक्षेत्रैरूनं शेषं एबी-सीक्षेत्रम् । तत्स्वरूपं यथा । त्रि · प − (प्रथमवप्र − एबीसी) − (द्विवप्र − एबीसी) − (तृवप्र − डीफई) अथवा वप्रत्रयफलं त्रिगुणितेन एबीसीक्षेत्रफलेन हीनं कार्यम् । इदं त्रिज्यापरिधिघाताच्छोध्यम् । वप्रत्रयफलैक्यं तु कोणत्र-यैक्येन त्रिज्यापरिधिघातगुणेन खनागेन्दुभक्तेन तुल्यं पूर्वरीत्या सिद्धमस्ति ।

$\frac{\text{कोयो} \cdot \text{त्रि} \cdot \text{प}}{\text{१८०}}$ । इदं त्रिगुणफलेन हीनम् । $\frac{\text{कोयो} \cdot \text{त्रि} \cdot \text{प} - \text{५४०} \text{ फ}}{\text{१८०}}$ । अनेन

गोलार्धफलं त्रि · प हीनम् । $\frac{\text{१८०} \text{ त्रि} \cdot \text{प} - \text{कोयो} \cdot \text{त्रि} \cdot \text{प} + \text{५४०} \text{ फ}}{\text{१८०}}$ । इदं ए-

बीसीफलेन तुल्यमिति पक्षयोः समच्छेदीकृतयोश्छेदगमे न्यासः ।

$\text{१८०} \text{ त्रि} \cdot \text{प} - \text{कोयो} \cdot \text{त्रि} \cdot \text{प} + \text{५४०} \text{ फ} = \text{१८०} \text{ फ}$ । समशोधनात् पक्षौ ।

$\text{कोयो} \cdot \text{त्रि} \cdot \text{प} - \text{१८०} \text{ त्रि} \cdot \text{प} = \text{३६०} \text{ फ}$ । प्रथमपक्षे द्वितीयपक्षगतभांश ३६० भक्ते फलमानं लभ्यते । तत्र भाज्ये खण्डयोः समगुणकत्वादिदं स्वरूपम् ।

$\frac{(\text{कोयो} - \text{१८०}) \text{ त्रि} \cdot \text{प}}{\text{३६०}}$ । अत्र गुणहरयोर्द्वाभ्यामपवर्त्तनेन

$\frac{(\text{कोयो} - \text{१८०}) \tfrac{\text{१}}{\text{२}} \text{ त्रि} \cdot \text{प}}{\text{१८०}}$ । कोणत्रययोगो भार्द्धांशोनस्त्रिज्यापरिधिघातार्ध-

गुणो भार्धलव १८० भक्त दृष्टत्रिभुजफलं भवतीत्युपपन्नं यथोक्तम् ॥ इति गोलप्रकाशे चापीयत्रिकोणगणिताध्यायः ॥

———o———

॥ श्रीगणेशाय नमः ॥

॥ अथ त्रिकोणगणितसंबन्धिनः कतिचित् प्रश्ना लिख्यन्ते ॥

तत्र त्रिभुजे एकभुजज्ञाने तल्लग्नकोणज्ञाने च तत्कोणसंमुखभुजज्ञानार्थमुदाहरणम् ।

यथा (८४ क्षेत्रं द्र०) कखवंशस्यौच्च्यं ज्ञातुमिष्टं तदा कगभूमिप्रमाणं ज्ञातव्यम् । गघं दृगौच्च्यमस्ति । गस्थानस्थितपुरुषेण घस्थानस्थितदृष्ट्या खप्रदेशस्योच्चतांशा यन्त्रवेधेन लब्धाः ३० । अयं खघचत्रिभुजे घकोणोऽस्ति । कगतुल्या चघरेखास्ति । घकोणकोट्यंशाः ६० खकोणोऽस्ति समकोणत्रिभुजत्वात् । अतः खकोणज्यया तत्संमुखो घचभुजो लभ्यते तदा घकोणज्यया क इति तत्संमुखः खचभुजो ज्ञातः । अयं गघतुल्येन कचेन दृगौच्च्यमितेन युक्तस्तदा कखप्रमाणं वंशौच्च्यं ज्ञातं स्यात् । एवं दृक्समसूत्रादुच्चतरपदार्थस्यानीतमौच्च्यं दृगौच्च्ययुक्तं कार्यं तथा दृक्समसूत्रादधस्तनपदार्थस्यानीतं मानं दृगौच्च्येनान्तरितं कार्यमिति । एवं गृहपर्वतादेरप्ययवेधेन तत्तदुच्चताज्ञानं कर्त्तव्यमिति ।

अत्र भास्कराचार्योक्तप्रकारो यथा । (८५ क्षेत्रं द्र०) घस्थानस्थितदृष्ट्या घछमितयष्टिवेधेन भुजकोटी ज्ञातव्ये । अत्र खप्रदेशस्य यष्टिवेधेन घगछमौ लम्बौ, तयोरन्तरं छपं कोटिः, लम्बमूलान्तरं गमं तत्तुल्यं घपं भुजः, छघं यष्टिः कर्ण, इति जात्यं खचघजात्यसजातीयं छकोणस्य खकोणतुल्यत्वात् तथा घकोणस्योभयत्र स्थितत्वात् । अत्र छकोणज्यया घकोणज्याया या निष्पत्तिः सैव घपभुजेन छपकोटेर्निष्पत्तिः ।

> कोणसंमुखबाहूनां निष्पत्तिर्गदिता यदा ।
> तत्कोणजीवयोश्चापि निष्पत्तिर्विदिता भवेत् ॥

इति प्रागुक्तत्वात् । अतः कोटिर्भुजभक्ता वा खकोणज्यया घकोणज्या भक्ता फलं तुल्यमिदं घचभूमिगुणं खचं स्यादिति ।

> विद्धाथो वंशाग्रं भूमानं कोटिसंगुणं भक्तम् ।
> दोष्णा वंशोच्छ्रायो दृष्ट्युच्छ्रायेण संयुतो ज्ञेयः ॥

इत्युपपन्नम् ।

फ

अथान्यः प्रश्नः । गकभूम्यन्तरे कअवंशस्तद्ग्रस्थस्य अचिह्नस्य गस्थाना-द्यन्त्रवेधेनोन्नतांशा लब्धाः ४० । अयं कगअकोणः पुनर्गप्रदेशाद्विंशतिहस्त-प्रासादोपरि घप्रदेशे गत्वा तत्स्थानाद्वंशाग्रवेधे प्राप्ता उन्नतांशाः ३० । अयं चघअकोणः । अत्र गक,कअमाने ज्ञातव्ये ।

अत्र (८६ क्षेत्रं द्र०) अकगजात्ये गकोण ४० कोटिः ५० कअगकोणस्तथा अचघजात्ये घकोण ३० कोटिः ६० चअघकोणः । द्वयो ५०, ६० रन्तरं १० गअघ-कोणोऽस्ति । इदं पूर्वज्ञातकोणयो ४०, ३० रन्तरतुल्यं १० सर्वत्र भुजांशान्तरस्य तत्कोट्यंशान्तरतुल्यत्वात् । अत्र गअघत्रिभुजे कोणान्तरांशतुल्यकोण १० ज्यया तत्संमुखो गघभुजो २० लभ्यते तदा अघगकोण १२० भुज ६० ज्यया क इति अगभुजो लभ्यते । अत्र गघचकोणो नवत्यंशास्तेषां घकोण ३० स्य योगे अघगकोणः १२० । अस्य घ + रू ९० नवत्यधिकत्वात् तदूनभार्धांशा जाताः । रू १८० − घ − रू ९० = रू ९० − घ । एते घकोणकोट्यंशा एव । अतो गअघत्रिभुजे अगक,अघचकोणान्तरज्यया गघभुजस्तदा अघचकोणकोटिज्यया क इति अगभुजः स्यात् । अत्र अगकं गकोणः, अघचं घकोणः कल्पितः । अतः अगभुजमानम् । $\frac{\text{गघ} \times \text{कोज्याघ}}{\text{ज्या}\,(\text{ग} - \text{घ})}$ । अथ अकगत्रिभुजे अगभुजसंमुखः कोणो नवत्यंशमितः । अतस्त्रिज्यया अगभुजो लभ्यते तदा गअककोणज्यया गकोण-कोटिज्यातुल्यया क इति गकभुजमानम् । $\frac{\text{गघ} \times \text{कोज्याघ} \times \text{कोज्याग}}{\text{त्रि} \times \text{ज्या}\,(\text{ग} - \text{घ})}$ । एतेन गघभुजो वेधलब्धकोणकोटिज्याघातेन हतस्तत्कोणान्तरज्यया त्रिज्यागुणया भक्तं फलं भूमिमानमिति सिद्धम् । अत्र हरस्थले परस्परकोटिज्यागुणितेन भुज-ज्ययोरन्तरेण त्रिज्याभक्तेन तुल्या कोणान्तरज्या ।

$$\frac{\text{कोज्याग} \times \text{ज्याघ} - \text{कोज्याघ} \times \text{ज्याग}}{\text{त्रि}}$$

। इयं त्रिज्यागुणा तदा गुणहरयोस्त्रि-ज्यामितयोर्नाशादिदं गकमानम् ।

$$\frac{\text{गघ} \times \text{कोज्याघ} \times \text{कोज्याग}}{\text{कोज्याग} \times \text{ज्याघ} - \text{कोज्याघ} \times \text{ज्याग}}$$

। अत्र गघस्य गुणहरौ गुणेनापवर्त्तितौ तदा गुणो रूपं हरश्च ।

$$\frac{\text{गघ}}{\frac{\text{कोज्याग} \times \text{ज्याघ}}{\text{कोज्याग} \times \text{कोज्याघ}} - \frac{\text{कोज्याघ} \times \text{ज्याग}}{\text{कोज्याघ} \times \text{कोज्याग}}}$$

हरस्थलेऽपि तुल्ययोरंशच्छेदयोर्नाशे स्वरूपम् । $\dfrac{\text{गघ}}{\dfrac{\text{ज्याघ}}{\text{कोज्याघ}} - \dfrac{\text{ज्याग}}{\text{कोज्याग}}}$

एतेन कोणज्ये स्वकोटिज्याभक्ते फलयोरन्तरेण गघमानं भक्तं गकमानम् । अत्र गघस्य गुणहरौ त्रिज्यागुणितौ तदा गघमानं त्रिज्यागुणं फलान्तरेण त्रिज्यागुणेन भक्तमिति सिद्धम् । अत्र कोणज्या त्रिज्यागुणिता कोणकोटिज्याभक्ता कोणच्छायाभवतीति फलयोरन्तरं त्रिज्यागुणं कोणच्छायान्तरं जातं तेन त्रिज्यागुणं गघमानं भक्तं गकमानं जातम् । एतेन

वंशाग्रवेधोन्नतभागजाते
छाये तयोरन्तरकोणभक्तम् ।
त्रिज्यागुणं वेधगतोर्ध्वमानं
स्ववेणुमूलान्तरभूमितिः स्यात् ॥

इत्युपपन्नम् ।

अत्र भास्कराचार्योक्तक्षेत्रदर्शनम् । (८७ क्षेत्रं द्र०) गस्थानस्थितदृष्ट्या गखयष्टिवेधेन गजं भुजः, खजं कोटिः, एवं घस्थानगतदृष्ट्या घपयष्टिवेधेन घमं भुजः, पमंकोटिः, । अत्र दृष्ट्युच्छ्रायान्तरं गघमानमस्ति । अकगजात्यसजातीयं खजगजात्यं तेन गकभुजेन कअरेखाया या निष्पत्तिः सैव गजभुजेन जखरेखाया निष्पत्तिः सैव गकोणकोटिज्यया गकोणज्याया निष्पत्तिरस्ति । एवं अचघजात्यसजातीयं पमघजात्यं तेन घमभुजेन पमरेखाया या निष्पत्तिः सैव घकोणकोटिज्यया घकोणज्याया निष्पत्तिरस्ति । एतेन कोणज्ये स्वकोटिज्याभक्ते ये फले ते एव निजभुजभक्ते कोटी भवतः । तदन्तरेण गघमानं दृगौच्च्यान्तररूपं भक्तं गकमानं भूमिमानरूपं जातमिति सिद्धम् ।

निजभुजभक्ते कोटी तदन्तरहृतो दृगौच्च्यविश्लेषः । भूमिः ।

इति शिरोमणिस्थमुपपन्नम् । अथ पूर्वानीतं अगभुजमानम् । $\dfrac{\text{गघ} \cdot \text{कोज्याघ}}{\text{ज्या}(\text{ग} - \text{घ})}$ ।

अत्र त्रिज्यया कोणज्यया तत्संमुखः अगभुजस्तदा गकोण ४० ज्यया क इति

अकरेखामानम् । $\dfrac{\text{गघ} \cdot \text{कोज्याघ} \cdot \text{ज्याग}}{\text{त्रि} \cdot \text{ज्या}(\text{ग} - \text{घ})}$ । इदं निजदृगौच्च्ययुतं तदा वंशौच्च्यं जातं स्यादिति सिद्धम् ।

अथान्यः प्रश्नः । यथा । अकवंशाग्रस्य गस्थानाद्वेधेनागता उन्नतांशाः ५०। ततो गप्रदेशाद्विंशतिहस्तान्तरे भूमावेव घस्थानात् पुनः कचिह्नस्य वेधेन प्राप्ता उन्नतांशाः ४०। अत्र अकप्रमाणं अगमानं च ज्ञातुमिष्टमस्ति। (८७ क्षे·द्र·) अत्र अघककोणः ४० कोट्यंशा अकघकोणः ५०। एवं अगककोणः ५० कोट्यंशाः अकगकोणः ४०। द्वयोरन्तरं गकघकोणः १०। अयं ग,घकोणयोः ५०, ४० रन्तरतुल्यः भुजांशान्तरस्य तत्कोट्यंशान्तरसमत्वात्। अथवा गकघत्रिभुजे घगभुजः अचिह्नावधि वर्द्धितोऽस्ति। तदा बहिरुत्पन्नः अगककोणः ५० अन्तःकोणद्वय १०, ४० योगेन समानस्तर्हि ग,घकोणयोरन्तरं गकघकोणः स्यादेव। अगक,-अघककोणौ ग,घकोणसंज्ञौ कल्पितौ। अथ गकघत्रिभुजे कोणान्तरांश १० ज्यया तत्संमुखो गघभुजो २० लभ्यते तदा घकोण ४० ज्यया क इति कगरेखा लब्धा।

$$\text{कग} = \frac{\text{गघ} \cdot \text{ज्याघ}}{\text{ज्या}(\text{ग} - \text{घ})}$$ । अथ अकगजात्ये त्रिज्यया कगभुजस्तदा गकोण ५०-

कोटिज्यया क इति अगरेखामानं जातम् । $$\text{अग} = \frac{\text{गघ} \cdot \text{ज्याघ} \cdot \text{कोज्याग}}{\text{त्रि} \cdot \text{ज्या}(\text{ग} - \text{घ})}$$ । एवं त्रिज्यया कगभुजस्तदा गकोण ५० ज्यया क इति अकरेखामानम् ।

$$\text{अक} = \frac{\text{गघ} \cdot \text{ज्याघ} \cdot \text{ज्याग}}{\text{त्रि} \cdot \text{ज्या}(\text{ग} - \text{घ})}$$ । एतेनान्तरभूमिः कोणद्वयज्याभ्यां गुणिता कोणान्तरज्यया त्रिज्यागुणया भक्ता फलं वंशोच्च्यं स्यादिति । अत्र हरस्थाने त्रिज्यागुणा कोणान्तरज्यास्ति । तत्र परस्परकोटिज्यागुणितकोणज्ययोरन्तरे त्रिज्याभक्ते जाता कोणान्तरज्या सा त्रिज्यागुणा हरो जातः ।

$$\frac{\text{त्रि} \cdot \text{कोज्याग} \cdot \text{ज्याघ} - \text{त्रि} \cdot \text{कोज्याघ} \cdot \text{ज्याग}}{\text{त्रि}}$$ । अत्र गघमानं कोणज्याभ्यां

हतं हरेणभक्तं जातं अकमानम्। $$\frac{\text{त्रि} \cdot \text{गघ} \cdot \text{ज्याग} \cdot \text{ज्याघ}}{\text{त्रि} \cdot \text{कोज्याग} \cdot \text{ज्याघ} - \text{त्रि} \cdot \text{कोज्याघ} \cdot \text{ज्याग}}$$ ।

भाज्यहरौ कोणद्वयज्याघातेनापवर्त्तितौ। तदा भाज्यः। त्रि · गघ। हरश्चायम्।

$$\frac{\text{त्रि} \cdot \text{कोज्याग} \cdot \text{ज्याघ}}{\text{ज्याघ} \cdot \text{ज्याग}} - \frac{\text{त्रि} \cdot \text{कोज्याघ} \cdot \text{ज्याग}}{\text{ज्याघ} \cdot \text{ज्याग}}$$ । हरे तुल्ययोरंशच्छेदयोर्नाशादिदं स्वरूपम् । $$\frac{\text{त्रि} \cdot \text{कोज्याग}}{\text{ज्याग}} - \frac{\text{त्रि} \cdot \text{कोज्याघ}}{\text{ज्याघ}}$$ ।इदं तु कोणकोटिच्छाययोरन्तरमस्ति कोणकोटिज्यायास्त्रिज्यागुणायाः कोणज्याभक्तायाः कोणकोटिच्छा-

यामितत्वात् । अत्रापवर्त्तनेन त्रिज्यागुणगघमानस्य कोणकोटिच्छायान्तरं हरः सिद्धः । एतेन

वंशाग्रवेधोन्नतभागकोटि-
च्छाये च ये तद्विवरेण भक्तम् ।
त्रिज्यागुणं वेधगभूमिमानं
दृष्ट्यूर्ध्वगं वेणुजतुङ्गमानम् ॥

इत्युपपन्नम् । अत्र

छायाग्रयोरन्तरसंगुणा भा
छायाप्रमाणान्तरहृद्भवेद्भूः ।
भूशङ्कुघातः प्रभया विभक्तः
प्रजायते दीपशिखौच्च्यमेवम् ॥

इति पाटीगणितस्यच्छायाव्यवहारीयसूत्रेण त्रिज्यायाः शङ्कुतुल्यत्वस्वीकारे प्रोक्तसूत्रोपपत्तिः सिद्ध्यति । तथाहि । यस्य चापस्य ज्या त्रिज्यागुणा तच्चापकोटिज्याभक्ता तच्चापच्छाया भवतीति नतांशानां ज्या शङ्कुगुणा उन्नतांशज्याभक्ता नतांशच्छाया भवति । सैव शंकुजा छाया प्रसिद्धा । इयमुन्नतांशानां कोटिच्छायैव संभवति । अत्र छायाग्रयोरन्तरं तु वेधद्वयस्थानयोरन्तरभूमिप्रमाणमेव पूर्वलिखितोदाहरणे गघरेखामानम् । अनेनच्छाया गुणिता छायान्तरभक्ता फलं वंशमूलवेधभूमिस्थानयोरन्तरं जातम् । $\frac{\text{गघ} \times \text{छा}}{\text{छाअन्तर}}$ । इदं शङ्कुगुणं छायाभक्तं तदा छायातुल्ययोर्गुणहरयोर्नाशे । $\frac{\text{गघ} \times \text{शं}}{\text{छाअ}}$ । गघरेखामानं शङ्कुगुणं छायान्तरभक्तं वंशौच्च्यं स्यादित्युक्तसूत्रमुपपन्नम् । अत्र छायान्तरं रूपमितं यथा स्यात् तथा भूमिस्थेन वारद्वयं वेधजोन्नतांशा ज्ञाता यदि तर्हि वेधान्तरभूमिः शङ्कुगुणैव वंशौच्च्यमितिरुत्पद्यते । एतेन

स्तम्भादिकानामनुविध्य चाग्रं
यन्त्रेण नक्षत्रवदुन्नतांशाः ।
ज्ञाप्ये स्वपादाग्रभुवं भुजाग्र-
मप्यङ्कयित्वा च तदुन्नतांशान् ॥

ज्ञात्वाथ कोष्ठद्वितयाच्च शङ्को-
श्छायां गृहीत्वान्यतरस्य चैकम् ।
क्षिपन् विकर्षन् सुधियाच भूयो
भुजाग्रभागेन तदेव विद्धा ॥
समङ्कयेद्भूमिमथास्य चिह्न-
द्वयान्तरं सप्तसमाहतं च ।
सूर्याहतं वा निजमानयुक्तं
कृत्वा वदेद्दीहिततुङ्गतां ज्ञः ॥

इति महेन्द्रसूरिकृतयन्त्रराजस्यमुपपन्नं भवति ।

अत्रोदाहरणम् । स्तम्भादेरग्रभागे नक्षत्रवद्विद्धे लब्धा उन्नतांशाः ६६ । एतत्तुल्यकोष्ठकेषु तन्नतांशानां द्वादशाङ्गुलशङ्कुसंबन्धिनी छाया।५।५। इयं सैका जाता छाया।६।५। अस्या उपरि कोष्ठके प्राप्ता उन्नतांशाः ।६२। एषून्नतांशेषु यन्त्रे भुजाग्रमारोप्य पूर्वस्थानादग्रतः पश्चाद्वा तथाक्रमणीयं यथा भूयोऽपि स्तम्भाग्रं नक्षत्रवद्विध्यते । एवं वेधद्वयान्तरालभूमिः ।६। शंकु १२ गुणा। ७२। निजमानेन स्वदृगुच्छ्रयरूपेण ३ युक्ता । ७५ । इदं स्तम्भप्रमाणं जातम् । अथवा पूर्ववेधोन्नतांशे ६६ छाया । ५ । ५ । इयं निरेका जाता छाया । ४ । ५ । अस्या उपरि प्राप्ता उन्नतांशा ७१ यत्र भूमिप्रदेशे वेधेन भवन्ति तत्पूर्वभूम्योरन्तरं हस्तात्मकं ६ शङ्कुगुणं ७२ निजमान ३ युतं जातं स्तम्भौच्च्यमिति । अत्र यदि सप्ताङ्गुलशङ्कुच्छाया चेद्गृह्यते तदान्तरभूमिः सप्तगुणा कार्येति ।

क्रमान्नतोन्नतांशानां जीवा साध्या कलादिका ।
नतज्या स्वस्वशङ्कुघ्नी विभक्ता चोन्नतज्यया ॥
अङ्गुलाद्यं फलं छाया ज्ञेया सा स्वस्वशङ्कुजा ।

इति तदुक्तच्छायाप्रकारो द्रष्टव्य इत्यलं प्रसङ्गागतविचारेण ।

अथान्यः प्रश्नः । आदौ पर्वताग्रस्यौच्च्यं पूर्वोक्तविधिना ज्ञात्वा ततः पर्वताग्रस्यदृष्ट्या कस्यचिद्भूप्रदेशस्य यन्त्रवेधेनाधरांशान् विदित्वा ततो भूव्यासार्धावगमः सुगम एव ।

तथाहि (८९ क्षेत्रं द्र०) अत्र अकं पर्वतौच्च्यम् । अस्थानस्थितपुरुषेण खस्थानगतभूभागो विद्धस्तदा लब्धा अधरांशाः ।२। अयं खअचकोणः नवत्यं-

शात् शोधितः शेषं ८८ कअगकोणः । तत्कोटिः २ अगककोणः । यदि अगककोण २ ज्यया अकभुजस्तदा कअमकोण ८८ ज्यया क इति कगभुजः स्यात् । एवं अगककोण २ ज्यया तत्संमुखः अकभुजस्तदा त्रिज्यया क इति समकोणसंमुखः अगभुजः स्यात् । अथ घकगं जात्यं घकगकोणस्य समकोणत्वात् । एवं घखगं जात्यं घखगकोणस्य समकोणत्वात् । अनयोः कोटी भूव्यासार्धतुल्ये घगरूपकर्णश्चैकस्तेन जात्ये तुल्ये । तदा कगभुजः खगभुजेन समानो जातः । अतोऽनन्तरानीतः अगभुजः कगतुल्येन गखभुजेन युक्तस्तदा अखमानं ज्ञातम् । अखघं समकोणः अखघजात्ये । अकोण ८८ कोट्यंशाः घकोणः । २ । यदि अघखकोण २ ज्यया अखभुजस्तदा घअखकोण ८८ ज्यया कइति घखभुजो ज्ञातः । इदमेव भूव्यासार्द्धमानं जातम् ।

अथान्यथोच्यते । अखरेखाया घखरेखोपरि लम्बरूपत्वं रेखागणिततृतीयाध्यायक्षेत्रे निरूपितम् । ततः घअखकोण ८८ कोट्यंशा एव अघखकोणः । २। एतदूनाशीतियुक्तशतस्यार्धमितौ । ८९ । ८९। घकख, घखककोणौ ज्ञातौ समद्विबाहुकत्वात् । अखघकोणो नवतिमितः। ९०। अस्मात् घखककोणः ८९ शोधितः शेषं अखककोणः।१। अखकत्रिभुजे एतत्कोण १ ज्यया तत्संमुखः अकभुजस्तदा खअककोण ८८ ज्यया क इति कखरेखा लब्धा । अथ घकखत्रिभुजे कघखकोण २ ज्यया यदि कखभुजस्तदा घकखकोण ८९ ज्यया क इति घखभुजः स एव भूव्यासार्धस्वरूप इत्युपपन्नं यथोक्तम् ।

अथान्यः प्रश्नः। चन्द्रलम्बनज्ञाने चन्द्रकर्णज्ञानार्थं (९० क्षेत्रं द्रष्टव्यम्) अत्र पौर्णमास्यां याम्योत्तरवृत्तस्थस्य चन्द्रस्य वेधेन नतांशा ज्ञाताः । अयं कगचकोणः । एतेपृष्ठनतांशाः । कघचकोणो गर्भनतांशा गणितागताः सन्ति । द्वयोरन्तरं दृग्लम्बनं । अयं गचघकोणः । चघगत्रिभुजे गघभुजो वर्द्धितोऽस्ति । तत्र बहिरुत्पन्नः चगककोणस्तु गघच,गचघकोणयोगसमानस्तत्र गघचकोणशोधनादवशिष्टो गचघकोण इति सिद्धम् । अथ गचघत्रिभुजे गचघकोणज्यया दृग्लम्बनज्यारूपया तत्संमुखो गघभुजो भूव्यासार्द्धरूपो लभ्यते तदा घगचकोणज्यया पृष्ठीयनतज्यातुल्यया क इति तत्संमुखः शशिकर्णरूपो घचभुजः स्यात् । कोणोनभार्धांशजज्यायाः कोणज्यातुल्यत्वात् । अत्र गकचकोणोना भार्धांशा १८० एव घगचकोण इत्युक्तं युक्तमेव। अथ लम्बनज्यया भूव्यासार्धं तदा गर्भनतज्यया किमिति गचरेखा चन्द्रपृष्टसूत्ररूपा लब्धेति ।

अथान्यथा चन्द्रकर्णज्ञानार्थमन्यः प्रश्नः । अत्र ज्ञाताक्षांशयोर्याम्योत्तरान्तरितयोर्देशयोरेककाल एव याम्योत्तरवृत्तस्थस्य चन्द्रस्य वेधेन नतांशौ ज्ञा-

तव्यौ (९१ क्षेत्रं द्र०) कं चन्द्रचिह्नं, घं भूगर्भः, ख,गप्रदेशौ भूपृष्ठस्थौ स्वदेशरूपौ खघगकोणोऽत्तांशद्वययोगमितोऽस्ति । घख,घगमितौ भूव्यासार्धस्वरूपौ भुजौ ज्ञाताविव । खस्थानस्य चं खमध्यः । गप्रदेशस्य छं खमध्यः । चखककोणो नतांशाः । तदूनभार्धांशास्तु कखघकोणः । एवं कगछकोणोऽपि नतांशाः । तदूनाः खाष्टचन्द्रास्तु कगघकोणः कखघगक्षेत्रस्य चतुर्भुजत्वात् । कखघ,खघग,घगककोणानां योगेन खाङ्गरामा ३६० हीनाः शेषं खकगकोणो ज्ञातः । अथ घखगत्रिभुजस्य समद्विबाहुकत्वात् घखग,घगखकोणौ तुल्यौ तौ च खघगकोणहीनस्य खाष्टभूमितस्यार्धमितौ स्याताम् । अथ घखगत्रिभुजे घखगकोणज्यया घगभुजो लभ्यते तदा खघगकोणज्यया क इति खगभुजः स्यात् । एतेनाक्षांशद्वययोगज्या भूव्यासार्धगुणिता अक्षांशद्वययोगार्धकोटिज्यया भक्ता लब्धा खगरेखेति सिद्धम् । अथ घखग,घगखकोणाभ्यां क्रमेण कखघ,कगघकोणौ हीनाववशिष्टौ कखग,कगखकोणौ जातौ । तद्योगहीनाः खाष्टभूमिता एव खकगकोणः स्यात् । अथ कखगत्रिभुजे खकगकोणज्यया तत्संमुखः खगभुजो लभ्यते तदा कखगकोणज्यया क इति कगभुजः स्यात् । एवं खकगकोणज्यया खगभुजस्तदा कगखकोणज्यया क इति कखभुजः स्यात् । अथ कखघत्रिभुजे कखखगभुजौ ज्ञातौ तन्मध्यगः कखघकोणोऽपि ज्ञातोऽस्ति तदा कघभुजमानं साध्यम् । अथवा कग,घगमितौ भुजौ तन्मध्यगः कगघकोणस्ततो घकभुजमानं साध्यमिदमेव चन्द्रकर्णमानं सिद्धम् ।

अथ भुजद्वयज्ञाने तन्मध्यगकोणज्ञाने च कोणसंमुखभुजानयनम् । यथा

बाहुमध्यगतकोणकोटिजा
शिञ्जिनी द्विभुजयुग्मसंगुणा ।
त्रिज्यया परिहृता तदूनिता
बाहुवर्गयुतिरन्यदोःकृतिः ॥

इति । कखघत्रिभुजे कख,खघभुजघातेन द्विगुणेन कखघकोणकोटिज्यागुणितेन त्रिज्याभक्तेन फलं ग्राह्यम् । तेन कख,खघभुजवर्गयोगो हीनस्तन्मूलं कघभुजमानमेवं कगघत्रिभुजेऽपि ज्ञेयम् । अत्र भुजान्तर्गतकोणस्य नवत्यंशाल्पत्वे फलमृणं कृतं नवत्यधिककोणस्य द्वितीयपदगतत्वात् तत्कोटिज्याया ऋणत्वात् संशोध्यमानं स्वमृणत्वमेति स्वत्वं क्षय, इति बीजरीत्या फलं धनं भुजवर्गयोगे कार्यं तन्मूलमन्यभुजः स्यादिति ।

अथान्यप्रकारेणोच्यते ।

कोणयोर्युतिदलद्युतिभक्ता
चान्तरार्धभवभा त्रिभुजे या ।
सैव कोणगतसंमुखबाह्वो-
रन्तरे युतिहृते किल लब्धिः ॥

इति पूर्वोक्तेन भुजयोर्योगेन तदन्तरस्य या निष्पत्तिः सैव तत्संमुखकोणयोर्योगार्धच्छायया तदन्तरार्धच्छायाया निष्पत्तिः । अत्र कोणयोगार्धच्छायया भुजान्तरं गुणितं भुजयोगभक्तं फलस्यच्छायासुचापं कोणान्तरार्धं ज्ञातं स्यात् । कोणयोगार्धे कोणान्तरार्धेन हीने युते च कोणौ ज्ञातौ भवतः । अत्र त्रिभुजे कोणत्रययोगः खाष्टभूलवमितस्तस्मात् कोणयोगशोधनेन शेषकोणो ज्ञातः स्यादतो भुजसंमुखकोणयोगार्धकोटिरेव भुजमध्यगतकोणार्धं भवितुमर्हति तदा कोणयोगार्धमेव शेषकोणार्धकोटिमितं जातम् । अतो भुजमध्यगतकोणार्धकोटिच्छाया भुजान्तरगुणा भुजयोगभक्ता फलस्यच्छायासुचापं भुजसंमुखकोणान्तरार्धं जातम् । एवं भुजसंमुखकोणौ ज्ञातौ ततो ज्ञातकोणज्यया तत्संमुखो भुजो लभ्यते तदा भुजमध्यगतकोणज्यया क इति तृतीयभुजः स्यादिति ।

अथान्यदुदाहरणम् । तत्र स्पष्टाधिकारीयकर्णफलादिज्ञानार्थं (९२ क्षेत्रं द्र०) अत्र घं भूः प्रतिवृत्ते, पं मध्यग्रहचिह्नं, कमुच्चं, कपं केन्द्रं, पखं दोर्ज्या । एवं कक्षावृत्ते टचं केन्द्रं, टगं भुजज्या । अथ पघं कर्णः प्रतिवृत्तकक्षावृत्तमध्यग्रहचिह्नयोरन्तरं पटमन्त्यफलज्या, टघंत्रिज्या । एभिः किल त्रिभुजं पटघम् । अत्र कक्षावृत्ते मं स्पष्टग्रहचिह्नं, तदुच्चान्तरं मचं स्पष्टकेन्द्रं अयं मघचकोणः । घच,रपरेखे समानान्तरे पघरेखया छिन्ने तेनैकान्तरकोणौ समौ । अतः रपघकोणः मघचकोणतुल्यो जातः । रपघकोण एव टपघकोणः स्पष्टकेन्द्ररूपः सिद्धः । एवं टर,चघरेखे समानान्तरे टघरेखया छिन्ने तेनैकान्तरौ टघच,घटरकोणौ समौ तत्र टघचकोणमानं मध्यग्रहोच्चान्तररूपटचचापमितम् । अतः घटरकोणो मध्यकेन्द्रमितः सिद्धः । तत्संमुखः पटवकोणोऽपि तत्तुल्यः स तु पवचापमितः । पवं नीचोच्चवृत्ते मध्यकेन्द्रम् । अतः कक्षावृत्ते नीचोच्चवृत्ते च केन्द्रांशाः समा एवेति सिद्धम् । अत्र घटरकोणोनः खाष्टभूमितः घटपकोणो जातस्तज्ज्या दोर्ज्यैव ज्ञाता । एवं टघपकोणः मटचापमितस्तेन शीघ्रफलमितोऽस्ति । अतः पटघत्रिभुजे पकोणः स्पष्टकेन्द्रं, टकोणो मध्यकेन्द्रोनसमकोणद्वयमितः । घकोणः फलांशमित इति सिद्धम् ।

ब

अथ पटघत्रिभुजे त्रिज्यान्त्यफलज्यामितयोर्भुजयोर्ज्ञाने तन्मध्यगतकोणज्ञाने च तत्कोणसंमुखभुजरूपकर्णज्ञानम् ।

बाहुमध्यगतकोणकोटिजा
शिञ्जिनी द्विभुजयुग्मसंगुणा ।
त्रिज्यया परिहृता तदूनिता
बाहुवर्गयुतिरन्यदोःकृतिः ॥

इति रीत्योच्यते । त्रिज्यान्त्यफलज्याघातेन द्विगुणेन कोणकोटिज्या शीघ्रकेन्द्रकोटिज्यारूपा गुणिता,त्रि·अ·को २, त्रिज्याभक्ता । अत्र कोटिज्यान्त्यफलज्याघाते त्रिज्याभक्ते कोटिफलं तदेव त्रिज्यागुणं द्विनिघ्नं फलं वा गुणहरयोस्त्रिज्यामितयोर्नाशात् कोटिज्यान्त्यफलज्याघातो द्विगुण इति फलम् । फलेन भुजवर्गयुति त्रि^{2} + अ^2 हीना जातं कर्णवर्गमानम् । इदं भुजान्तर्गतकोणस्य नवत्यंशाल्पत्वे संभवति तादृशः कोणस्तु कर्कादिकेन्द्रे एव ज्ञेयः । अथ मकरादिकेन्द्रे नवत्यंशाधिकः कोणस्तत्कोटिज्या ऋणगता तस्याः शोधने धनत्वं पर्यवस्यति । तदा फलेन भुजवर्गयुति त्रि^{2} + अ^2 युता कर्णवर्गः स्यादेतेन 'वान्त्यफलत्रिमौर्व्योर्वर्गैक्यराशिश्च तथा युतोनात् । त्रिभज्यया कोटिफलद्विनिघ्न्या कोटिज्यया वान्त्यफलद्विनिघ्न्या । मूलं श्रुति,रिति शिरोमणिस्थं कर्णानयनमुपपन्नम् ।

अथोक्ते त्रिभुजे कर्णेन तत्संमुखकोणज्या मध्यकेन्द्रदोर्ज्या रूपा लभ्यते तदान्त्यफलज्यामिते भुजे केति तत्संमुखकोणज्या लब्धा फलज्यारूपा । एतेन 'घाताद्भुजज्यान्त्यफलज्ययोर्वा । कर्णोद्धृता'दिति शीघ्रफलानयनमुपपन्नम् । एवं कर्णेन तत्संमुखकोणज्या मध्यकेन्द्रज्यामिता तदा त्रिज्यया केति स्पष्टकेन्द्रज्या तच्चापं स्पष्टकेन्द्रभुजांशरूपमेतेन 'त्रिज्याहता कर्णहृता भुजज्या तच्चापबाह्वोर्विवरं फलं स्या,दिति भास्करोक्तमुपपन्नम् । एवं घटभुजरूपत्रिज्यया तत्संमुखकोणज्या स्पष्टकेन्द्रदोर्ज्यारूपा लभ्यते तदा पटभुजरूपान्त्यफलज्यया केति तत्संमुखकोणज्यारूपा फलज्यैव लभ्यते । अत्र स्पष्टकेन्द्रदोर्ज्यान्त्यफलज्यागुणा त्रिज्याभक्ता फलं स्पष्टकेन्द्रसंबन्धि भुजफलं जातम् । एतेन

फलज्या मध्यखेटोत्था सूक्ष्मकर्णानुपातजा ।
स्पष्टकेन्द्रोद्भवेनैव दोःफलेन समा सदा ॥

इति तत्त्वविवेकोक्तमुपपन्नम् । इयं क्रिया कर्णानयनं विनैव फलसाधिका । तथाहि । मध्यकेन्द्रं शीघ्रफलसंस्कृतं स्पष्टकेन्द्रं तदुत्थं भुजफलं शीघ्रफलसममिति प्रकृते सिद्धम् । तत्र प्रथमं शीघ्रफलाज्ञानान्मध्यकेन्द्रमेव स्पष्टकेन्द्रं कल्पितं तदुत्थं भुजफलं शीघ्रफलासन्नमिदं मध्यकेन्द्रे संस्कारितं स्थूलं स्पष्टकेन्द्रमेवमसकृत्करणेन यदा स्पष्टकेन्द्रोत्थं भुजफलमनन्तरानीतभुजफलसमं तदा तदेव वास्तवं शीघ्रफलमिति सिद्धम् ।

अथ फलज्ञाने सति शीघ्रकेन्द्रभुजांशानयनम् । पटघत्रिभुजे पटभुजरूपान्त्यफलज्यया तत्संमुखकोणज्या शीघ्रफलज्यारूपा लभ्यते तदा टघभुजरूपया कोटि तच्चापं तत्संमुखकोणस्पष्टकेन्द्रभुजांशरूपमस्य शीघ्रफलस्य योगः खाष्टभूलवात् शोध्यः शेषं शीघ्रकेन्द्रभुजांशाः स्युः । कोणत्रययोगस्य खाष्टभूलवमितत्वेन कोणद्वययोगोनखाष्टभूलवस्य शेषकोणसमत्वात् । अत्र मकरादिकेन्द्रे शीघ्रकेन्द्रभुजांशोना भार्धांशाः पटघकोणः तत्र कोणद्वययोगोना भार्धांशा अपि पटघकोणः । अतः कोणद्वययोगमिता एव शीघ्रकेन्द्रभुजांशाः सिद्धाः । एवं कर्कादिकेन्द्रे स्पष्टकेन्द्रभुजांशोनभार्धांशाः घपटकोणः । स्पकेभु १ रू १८० । अयं टघपकोणेन शीघ्रफलमितेन युक्तः । स्पकेभु १ शीफ १ रू १८० । एतत् कोणद्वययोगोना भार्धांशा स्पकेभु १ शीफ १ स्तदा कोणद्वयान्तरमेव शीघ्रकेन्द्रभुजांशाः पटघकोणः स्यादेतेन स्पष्टकेन्द्रभुजांशस्य शीघ्रफलांशस्य चापयोगान्तरज्ये क्रमेण शीघ्रकेन्द्रभुजज्ये फलिते । तद्यथा । फलज्या त्रिज्यागुणा अन्त्यफलज्याभक्ता जाता स्पष्टकेन्द्रदोर्ज्या । $\frac{\text{फ}\cdot\text{त्रि}}{\text{अ}}$ । अस्या वर्गेण त्रिज्यावर्गो हीनः । $\frac{\text{फव}\cdot\text{त्रिव १ अव}\cdot\text{त्रिव १}}{\text{अव १}}$ । अत्र फलज्यावर्गान्त्यफलज्यावर्गान्तरं त्रिज्यावर्गगुणमन्त्यफलज्यावर्गभक्तमिति तन्मूलं तु वर्गान्तरमूलं त्रिज्यागुणमन्त्यफलज्याभक्तं जाता स्पष्टकेन्द्रकोटिज्या । $\frac{\text{मू}\cdot\text{त्रि}}{\text{अ}}$ । एवं शीघ्रफलज्या तत्कोटिज्या च एषां भावनार्थं न्यासः ।

$\frac{\text{फज्या}\cdot\text{त्रि}}{\text{अ}}$	फज्या
$\frac{\text{मू}\cdot\text{त्रि}}{\text{अ}}$	फकोज्या

। अत्र स्पष्टकेन्द्रशीघ्रफलयोर्ज्ये मिथः कोटिज्यागुणे त्रिज्याभक्ते फलयोगान्तरे मध्य-

केन्द्रदोर्ज्ये भवतः । एवं ज्ययोर्घातस्तत्कोटिज्ययोर्घातस्त्रिज्याभक्तः फलान्तरयोगौ मृगादिकर्कादिकेन्द्रे क्रमेण मध्यकेन्द्रकोटिज्ये भवत इति सिद्धम् ।

अथान्यदुदाहरणम् । तत्र चन्द्रशृङ्गोन्नत्यधिकारोपयुक्तबिम्बान्तरसूत्रसितांशाद्यानयनार्थं (९३ क्षेत्रं द्रष्टव्यम्) अत्र चं चन्द्रचिन्हं स्वकक्षागतं तथा रं रविचिह्नं स्वकक्षागतमस्ति । खं भूः, खचं चन्द्रकर्णमितमेकभुजः, खरं रविकर्णः स द्वितीयो भुजः, रचं बिम्बान्तरसूत्ररूपं स तृतीयो भुजः, इति चरखत्रिभुजं जातम् ।

अत्र रविचन्द्रकर्णमितौ भुजौ तदन्तर्गतः चखरकोणश्च ज्ञातस्तदा तत्संमुखभुजानयनम् ।

बाहुमध्यगतकोणकोटिजा शिञ्जिनी द्विभुजयुग्मसंगुणा ।

इति पद्येन पूर्वोक्तेनोच्यते । अत्र चखरकोणो रविचन्द्रान्तरांशरूपस्तत्कोटिज्या कर्णाभ्यां हता द्विगुणा त्रिज्याभक्ता फलेन कर्णवर्गयोगो हीनो जातो बिम्बान्तरसूत्रवर्गः । एवं चखरकोणस्य नवत्यंशाधिकत्वे द्वितीयपदे तत्कोटिज्याया ऋणत्वात् फलेन युक्तः कर्णवर्गयोगो बिम्बान्तरसूत्रवर्गः स्यात् । अत्र रविचन्द्रान्तरांशस्य मकरादिकेन्द्रे नवत्यल्पः कोणः कर्कादिकेन्द्रे नवत्यधिकः कोण इति तद्बुद्ध्यां द्रष्टव्यम् । अथ प्रकृते बिम्बान्तरसूत्रवर्गः ।

$\frac{\text{अंको·रक·चक २ त्रि·रकव १ त्रि·चकव १}}{\text{त्रि १}}$ । अथवा रविचन्द्रान्तरांशज्याकोटिज्ये त्रिज्याव्यासार्धीये ते रविकर्णव्यासार्धीये दोःकोटिफलसंज्ञे । अत्र कररेखा दोःफलं कखं कोटिफलं इदं खचमितेन चन्द्रकर्णेन हीनं शेषं कचरेखा कोटिः दोःफलं भुजः तद्वर्गयोगमूलं रचं बिम्बान्तरसूत्ररूपं कर्ण इति । तथा । कोटिफलम् । $\frac{\text{अंको·रक}}{\text{त्रि}}$ । चन्द्रकर्णहीनम् । $\frac{\text{अंको·रक १ त्रि·चक १}}{\text{त्रि १}}$

एतद्वर्गः । $\frac{\text{अंकोव·रकव १ अंको·रक·त्रि·चक २ त्रिव·चकव १}}{\text{त्रिव १}}$ । अयं दोःफलस्य $\frac{\text{अंज्या·रक १}}{\text{त्रि १}}$ वर्गेण $\frac{\text{अंज्याव·रकव १}}{\text{त्रिव १}}$ युतस्तत्रान्तरज्यावर्गतत्कोटिज्यावर्गयो रविकर्णवर्गो गुणक इत्यन्तरज्यावर्गः स्वकोटिज्यावर्गयुतो जातस्त्रिज्यावर्गः । स रविकर्णवर्गगुणित इति स्वरूपं कृत्वा ततस्त्रिज्यापवर्तनेन सिद्धो बिम्बान्तरसूत्रवर्गः पूर्वानीतसम एव ।

$\frac{\text{त्रि·रकघ १ अंको·रक·चक २ त्रि·चकव १}}{\text{त्रि १}}$ । अथवा त्रिज्याव्यासार्धीये रविचन्द्रान्तरांशज्याकोटिज्ये चन्द्रकर्णव्यासार्धीये कृते तदा जघं भुजः, जखं कोटिः इयं गखमिताद्रविकर्णाद्धीना शेषं गजं कोटिः जघं भुजः तद्वर्गयोगमूलं गघं बिम्बान्तरसूत्रमितं कर्ण इति। अत्र गं रविचिह्नं घं चन्द्रचिह्नं कल्पितम् । अत्र चखरत्रिभुजे खगघत्रिभुजे च क्रमेण खचभुजः खघभुजतुल्यस्तथा खरभुजः खगभुजतुल्यः चखरकोणः गखघकोणतुल्यस्तेन भुजयोस्तदन्तर्गतकोणस्योभयत्र तुल्यत्वात् चररेखा गघरेखया समा नास्तीति सिद्धम् । अन्तरांशज्या चन्द्रकर्णगुणा त्रिज्याभक्ता तस्या वर्गो जातो भुजवर्गः । $\frac{\text{अंज्याव·चकव १}}{\text{त्रिव}}$

अथान्तरांशकोटिज्या चन्द्रकर्णगुणा त्रिज्याभक्ता लब्ध्या रविकर्णो हीनो जातः । $\frac{\text{अंको·चक १ त्रि·रक १}}{\text{त्रि १}}$ । एतद्वर्गभुजवर्गयोर्योगे पूर्वरीत्या कृते जातः पूर्वानीतबिम्बान्तरसूत्रवर्ग एव । एतेन

ग्रहार्कयोः स्पष्टवियोगजीवा
ग्रहस्य कर्णेन हता विभक्ता ।
त्रिभज्यया लब्धमितो भुजः स्या-
देवं फलज्या ग्रहकर्णनिघ्नी ॥

त्रिज्योद्धृता तत्सहितो विहीन-
स्तीक्ष्णांशुकर्णः कथिताच कोटिः ।
स्वष्टाभिधे कर्किमृगादिषट्के
ग्रहार्कयोस्तद्विवरेऽथ कर्णः ॥

तद्वर्गयोगस्य पदं स्वकक्षा-
गोलस्थयोः खेचरतीक्ष्णभान्वोः ।
स्यादत्र कुत्र स्थितयोश्च बिम्ब-
केन्द्रान्तरे योजनसूत्ररूपः ॥

इति तत्त्वविवेकोक्तमुपपन्नम् । अत्र फलज्याशब्देन रविचन्द्रान्तरांशकोटिज्या बोध्या । अथ चरखत्रिभुजे चरभुजेन तत्संमुखकोणरूपरविचन्द्रान्तरांशज्या

लभ्यते तदा खरमितभुजेन केति तत्संमुखस्य खचरकोणस्य ज्या लब्धा । तच्चापं पवचापमितं अयं गचरकोणः सितांशमितः । एतदूनभार्धांशाः खचरकोणः सर्वत्रकोणज्यायाः कोणोनसमकोणद्वयज्यया तुल्यत्वात् । प्रकृतेऽपि खचरकोणज्या गचरकोणज्यया समैवेति बोध्यम् । एतेन

तदन्तरज्या रविकर्णनिघ्नी
चन्द्रार्कबिम्बान्तरसूत्रभक्ता ।
लब्धस्य चापं विधुवृत्तसंस्थं
तद्वागतिथ्यंशमितं सितं स्यात् ॥

इति तत्त्वविवेकोक्तमुपपन्नम् । एवं चरखत्रिभुजे रविकर्णमितेन भुजेन तत्संमुखकोणज्या शुक्लांशज्यातुल्या लभ्यते तदा चन्द्रकर्णेन किमिति तच्चापं चरखकोणः स्यात् । अथ कोणत्रययोगस्य भार्धांशमितत्वात् कोणद्वययोगोनभार्धांशा एव शेषकोणः । यथा चरखत्रिभुजे रविकर्णसंमुखस्तु शुक्लोनभार्धांशमितः कोणः । शु १ रू १८० । अयमागतेन चरखकोणेन युक्तः । शु १ रू १८० चरख १ । अनेन भार्धांशा हीनाः । शु १ रू १८० चरख १ रू १८० । समयोर्धनर्णयोर्नाशे जातम् । चरख १ शु १ । अयं शेषकोणः चखरकोणो रविचन्द्रान्तरांशरूप इति सिद्धम् । एवं खचरकोणज्यया सितांशज्यामितया तत्संमुखो रविकर्णो लभ्यते तदा चखरकोणज्यया क इति तत्संमुखो रचभुजो बिम्बान्तरसूत्ररूपः स्यात् । तेन रविचन्द्रान्तरांशज्या रविकर्णगुणा सितांशज्यया भक्ता फलं बिम्बान्तरसूत्रमिति सिद्धम् । एतेन

यदि रसतोऽल्पैरिन्दोः शुक्लाङ्गुलकै रवीन्दुविवरांशाः ।
ज्ञातुमभीष्टास्तु तदाङ्गुलसंख्या त्रिगुणसंगुणाङ्गहृता ॥
आप्तोत्क्रमचापलवाः सितसंज्ञास्तज्ज्यकाघ्नविधुकर्णात् ।
रविकर्णाप्तधनुर्लवहीनसितांशा अभीष्टभागाः स्युः ॥

इति श्रीमद्बापूदेवदैवज्ञोक्तमुपपन्नम् । पूर्वं सितांशोत्क्रमज्यां प्रसाध्य ततो यदि त्रिज्यावृत्ते चेयं तदा षडङ्गुलवृत्ते केति शुक्लाङ्गुलरूपा साधितास्ति । तद्विलोमेन शुक्लाङ्गुलमानं त्रिज्यागुणं षड्भक्तं सितांशोत्क्रमज्या तस्या उत्क्रमखण्डजनितचापांशाः सितांशसंज्ञा इति बोध्यम् । एतेन सितांशज्ञानाद्रविचन्द्रान्तरांशबिम्बान्तरसूत्रज्ञानस्य सकृत्प्रकारेण संसिद्धौ

व्यस्तं सितादप्यसकृद्विधानाद्
व्यर्केन्दुबिम्बान्तरसूचयोश्च ।
ज्ञानं यथा स्यादचलं तथा तत्
कुशाग्रधीभिर्गणितेन साध्यम् ॥

इति कमलाकरोक्तं गौरवप्रसक्तमेवेत्यलम् ।

अथ भुजलग्नकोणयोर्भुजस्य च ज्ञाने शेषभुजज्ञानप्रकारमाह ।

विदितकोणगुणो भुजसंगुणो
विदितकोणसमासविहीनितात् ।
खधृतितो ज्यकया विहृतः फलं
विदितकोणसुसंमुखदोर्मितिः ॥

यथा । अकगत्रिभुजे क,गकोणौ ज्ञातौ तत्संलग्नः कगभुजश्च ज्ञातस्तदा कगभुजः ककोणज्यया गुणितः कोणयोगोनभार्धांशज्यया भक्तः ककोणसंमुखः अगभुजः स्यात् । एवं कगभुजः गकोणज्यागुणितः कोणयोगोनभार्धांशज्यया भक्तः फलं गकोणसंमुखः अकभुजः स्यादेवं सर्वत्र । अत्रोपपत्तिः सुगमैवेति ।

अथान्यो विशेषः । यदि भुजयोर्ज्ञाने तदेकसंमुखकोणज्ञाने च तदन्यसंमुखकोणज्ञानं कर्तुमभीष्टं तदा तन्मानं क्वचिद् द्विविधं संभवति । यथा (९४ क्षे·द्र·) अत्र आगाभुजात् कागाभुजोऽल्प इति तदा गाकेन्द्रात् गाकाव्यासार्धेन काकाचापे कृते आकागाक्षेत्ररूपं त्रिभुजद्वयं संभवति । तत्र काकोणमानं द्विविधं दृश्यते । गणितागतो गाकाकाकोणस्तदूनभार्धांशश्च काकोण इत्यत्र काकोणाभ्यामल्प एव आकोणः स्यात् । यतः काकोणमानयोर्योगस्य भार्धांशमितत्वात् तन्मानयोरेकैकस्य काकोणादल्पेन आकोणेन युतस्य समकोणद्वयाल्पत्वादत्र काकोणमानद्वयसंभव इति ।

अत्रोदाहरणम् । यथा आगाभुजः । ३४५ । कागाभुजः । २३२ । आकोणांशादिः । ३७ । २० । यदि कागाभुजेन आकोणज्या तदा आगाभुजेन केति आकोणज्या । २०८५ । इयं आगामान ३४५ गुणा कागामान २३२ भक्ता, ३१०० । ३२, अस्याश्चापं ६४ । २४ काकोणमानमिदं भार्धांशहीनं जातं काकोणस्य द्वितीयमानम् । ११५ । ३६ । एवं काकोणमानाभ्यामाकोणोऽल्प एव जातः । आकोण ३७ । २०, काकोण ११५ । ३६ । योगेन १५२ । ५६ हीनाः खाष्टचन्द्राः शेषं

गाकोणमानम्। २७। ४। एवं आकोण ३७। २०, काकोणमान ६४। २४ योगेन १०१। ४४ समकोणद्वयमानं १८० हीनं शेषम्। ७८। १६। इदमपि गाकोणमानम्। अथ काकोणयोर्जीवा तुल्यैव तया यदि आगाभुजस्तदा गाकोणज्यया केति गाकोणांशानां २७। ४ ज्या १५६३। २० आगा ३४५ गुणा काकोणज्या ३१०० भक्ता आकाभुजः। १७४। एवं द्वितीयगाकोणांशानां ७८। १६ ज्या ३३६५। २५ आगा ३४५ गुणा काकोणज्या ३१०० भक्ता लब्ध आकाभुजः। ३७४। एवं आकाभुजस्य द्विविधं मानं जातम्। एवं वसुगुणयुगाग्निमितत्रिज्योत्पन्नज्याखण्डकैः क्रिया दर्शितेति। अत्रागतयोः आ,कामानयो १७४। ३७४ रन्तरं काकाभुजमानं जातम्। २००। तथा गाकोणयो २७। ४, ७८। १६ रन्तरं ५१। १२ कागाकाकोणमानमिति चतुरैर्यथासंभवं गणितं विधेयमिति शम्।

अथ भुजद्वयतन्मध्यगकोणावगमे तृतीयभुजानयनोपपत्तिः। यथा (९५ क्षे· द्र·) अत्र अक,अगभुजौ अकोणश्च ज्ञातस्तदा अकभुजोपरि गस्यानाल्लम्बः कृतस्तर्हि अकोणकोटिरेव अगचकोणः। अचगं समकोणस्तज्ज्यया त्रिज्यामितया अगभुजस्तदा अकोणकोटिज्यया क इति अचरेखा। $\frac{\text{कोज्याअ}\times\text{अग}}{\text{त्रि}}$

अनेन हीना अकरेखा जाता चकरेखा। $\frac{\text{त्रि}\cdot\text{अक}-\text{कोज्याअ}\cdot\text{अग}}{\text{त्रि}}$। अथ त्रिज्यया अगभुजस्तदा अकोणज्यया क इति लम्बः। $\frac{\text{ज्याअ}\cdot\text{अग}}{\text{त्रि}}$। द्वयोर्वर्गयोगो जातः कगरेखावर्गः।

$$\frac{\text{त्रि}^2\cdot\text{अक}^2-2\text{त्रि}\cdot\text{अक}\cdot\text{अग}\cdot\text{कोज्याअ}+\text{कोज्या}^2\text{अ}\cdot\text{अग}^2+\text{ज्या}^2\text{अ}\cdot\text{अग}^2}{\text{त्रि}^2}$$

अत्र अगवर्गगुणौ अकोणज्याकोटिज्यावर्गौ तेन तद्योगस्त्रिज्यावर्ग एव अगवर्गगुण एवं त्रिज्यावर्गेण हरेण भक्ते भाज्ये जातं प्रथमखण्डम्। अक^2। द्वितीयखण्डम्। $\frac{-2\,\text{अक}\cdot\text{अग}\cdot\text{कोज्याअ}}{\text{त्रि}}$। तृतीयखण्डम्। अग^2। एतेन अकोणकोटिज्या भुजाभ्यां हता द्विगुणा त्रिज्याभक्ता फलेन अग,अकभुजवर्गयोगो हीनस्तन्मूलं कगभुजः स्यादिति सिद्धम्। तर्हि

बाहुमध्यगतकोणकोटिजा शिञ्जिनी द्विभुजयुग्मसंगुणा ।
त्रिज्यया परिहृता तदूनिता बाहुवर्गयुतिरन्यदोःकृतिः ॥

इत्युपपन्नम् । एवमजात्यत्रिभुजे इष्टकोणाल्लम्बनिपातं कृत्वा जात्यद्वयमुत्पाद्य बुद्धिमता शेषावयवज्ञानं कर्त्तव्यम् ।

अथ भुजत्रयज्ञाने भूसंमुखकोणदलभागकोटिज्यानयनं पूर्वमुक्तं तदुपपत्तिर्यथा ।

भूकोटिजीवा त्रिगुणाहतोना
कोटिज्ययोर्दोर्भवयोर्वधेन ।
त्रिज्यागुणा दोर्गुणघातभक्ता
ज्या सात्र भूसंमुखकोणकोटेः ॥

इति रीत्या भूसंमुखकोणकोटिज्यानयनं विधाय तदनन्तरं

त्रिज्यकार्धमथ कोटिगुणार्धं
तद्युतिस्त्रिभगुणेन विनिघ्नी ।
तत्पदं तु दलभागजकोटेः
शिञ्जिनी भवति युक्तिविभेदात् ॥

इति ज्योत्पत्तिसूत्रेण कोणदलकोटिज्यानयनं सुबोधम् । तथाहि । त्रिभुजे अ,क,गाकोणास्तत्संमुखा अ,क,गभुजाः कल्पिताः सन्ति । तत्र यदि अभुजो भूसंज्ञस्तदा अभुजकोटिज्या त्रिज्यागुणा कभुजकोटिज्यागभुजकोटिज्याघातेन हीना त्रिज्यागुणा ततः कभुजज्यागभुजज्याघातभक्ता फलं अाकोणकोटिज्या ।

$$\frac{\text{कोज्याअ}\cdot\text{त्रि}^{2}-\text{कोज्याक}\cdot\text{कोज्याग}\cdot\text{त्रि}}{\text{ज्याक}\cdot\text{ज्याग}}$$

। अस्या अर्धस्य त्रिज्यार्धस्य योगस्त्रिज्यागुणो जात आकोणदलकोटिज्यावर्गः ।

$$\frac{\text{कोज्याअ}\cdot\text{त्रि}^{3}-\text{कोज्याक}\cdot\text{कोज्याग}\cdot\text{त्रि}^{2}+\text{ज्याक}\cdot\text{ज्याग}\cdot\text{त्रि}^{2}}{२\,\text{ज्याक}\cdot\text{ज्याग}}$$

। अत्र भाज्ये खण्डत्रयात् त्रिज्यावर्गो गुणकस्तावत् पृथङ् निष्काशितोऽस्ति । कोज्याअ · त्रि − कोज्याक · कोज्याग + ज्याक · ज्याग । अत्र द्वितीयतृतीयखण्डान्तरं तु क,गभुजचापयोगकोटिज्या त्रिज्यागुणा ऋणगतास्ति । चापयोगकोटिज्यासाधने कोटिज्याघाते भुजज्याघातस्य शोध्यत्वात् प्रकृते तद्वैपरीत्येन तत्क्षेपस्य ऋणत्वात् अस्याश्चापयोगकोटिज्यागुणाया अभुजकोटिज्यायास्त्रिज्यागुणा-

भ

याश्चान्तरं भाज्ये सिद्धम् । वा चापयोगकोटिज्या,अभुजकोटिज्यान्तरं त्रिज्यागुणमिति निष्पन्नम् । इदं तु तच्चापयोगार्धान्तरार्धज्याघातेन द्विगुणेन तुल्यमिति ज्योत्पत्तौ सिद्धमेव । अत्र क,गभुजयोगे अभुजो युक्तस्तदा भूबाहुयोगः । एवं भुजयोगात् अभुजो हीनस्तदर्धे चापयोगान्तरयोरर्धे तज्ज्ययोर्घातः कार्यः । अस्य गुणो द्वयं हरे च गुणो द्वयं तयोः समत्वेन नाशादत्र भूबाहुयोगदलं परसंज्ञमिदं भूसंज्ञभुजेन हीनं तज्ज्यापरज्याघात इति सिद्धम् । अयं त्रिज्यावर्गगुणितः पूर्वं खण्डत्रयगुणकनिष्काशनात् । ततो बाहुज्याघातेन भाज्यः पूर्वं हरस्थानगतत्वात् । तन्मूलं भूसंमुखस्यार्थाद्भुजद्वयलग्नस्य कोणस्य दलांशकोटिज्यामानम् । एतेन

भूबाहुयोगदलमत्र परः सकून-
स्तज्ज्यागुणः परगुणस्त्रिगुणस्य कृत्या ।
निघ्नः स दोर्गुणविघातहृतोऽस्य मूलं
दोर्लग्नकोणदलकोटिरिहास्य चापम् ॥

इति पूर्वोक्तमुपपन्नम् ।

अथ कोणत्रयज्ञाने तदेककोणसंमुखभुजार्धज्याकोटिज्यानयनम् ।

स्वस्वकोणोनभार्धांशतुल्यैर्भुजै-
र्यस्त्रिबाहुः परस्तस्य कोणत्रयम् ।
प्रोक्तरीत्या प्रसाध्यं तदूना लवाः
खाष्टचन्द्रा अभीष्टा भुजास्ते मताः ॥

इति पूर्वोक्तसूत्रेण सुगमम् । तच्च रूपमितत्रिज्याकल्पने प्रदर्श्यते । अभुजकोटिज्यानयनार्थमाकोणकोटिज्या ऋणगता जाता तस्याः क,गाकोणकोटिज्ययोर्घातस्य शोध्यत्वादृणत्वमिति तयोर्योग एव सिद्धः । आकोणस्य भार्धांशात् शोधनात् तत्कोटिज्याया ऋणत्वं तथा क,गाकोणोनभार्धांशकोटिज्ययो ऋणयोर्घातो धनमेवेति जाता अभुजकोटिज्या ।

$\frac{\text{कोज्याआ} + \text{कोज्याक} \cdot \text{कोज्याग}}{\text{ज्याक} \cdot \text{ज्याग}}$ । अनयोना त्रिज्या जाता अभुजोत्क्रमज्या

सा त्रिज्यागुणा दलिता जातस्तदर्धांशज्यावर्गः ।

$\frac{\text{ज्याक} \cdot \text{ज्याग} - \text{कोज्याक} \cdot \text{कोज्याग} - \text{कोज्याआ}}{\text{२ ज्याक} \cdot \text{ज्याग}}$ । अत्र भाज्ये क,गाकोणचापयोगकोटिज्या ऋणगता पूर्ववत् सिद्धा तस्या आकोणकोटिज्याया

ऋणगताया योग एव कार्यः । स च तच्चापयोगार्धान्तरार्धकोटिज्ययोर्घातेन द्विगुणेन तुल्यो ज्योत्पत्तिसूत्रेण सिद्धस्तत्र का,गाकोणयोगः आकोणेन युतो हीनश्च तदर्धे कृते । $\frac{\text{आ} + \text{का} + \text{गा}}{२}$ । $\frac{\text{का} + \text{गा} - \text{आ}}{२}$ । अत्र सर्वकोणयोगोयम् । आ + का + गा = २ सा । तदर्धं सर्वकोणयोगार्धं षावर्णद्योतितं कल्पितमिदं चापयोगार्धम् । अथ सर्वकोणयोगार्धात् आकोणे हीन इदं चापान्तरार्धमनयोः कोटिज्याघातो द्विगुणो हरोपि द्विगुणस्तयोर्द्विमितयोर्नाशे अभुजार्धज्यावर्गस्तन्मूलं अभुजार्धज्यामानम् । $\sqrt{\frac{-\text{कोज्याषा}\cdot\text{कोज्या}\,(\text{षा} - \text{आ})}{\text{ज्याका}\cdot\text{ज्यागा}}}$ ।

अथ अभुजार्धकोटिज्यानयनम् । पूर्वानीता अभुजकोटिज्या त्रिज्या १ युता त्रिज्या १ गुणा दलिता जातः अभुजार्धकोटिज्यावर्गः । $\frac{\text{कोज्याआ} + \text{कोज्याका}\cdot\text{कोज्यागा} + \text{ज्याका}\cdot\text{ज्यागा}}{२\ \text{ज्याका}\cdot\text{ज्यागा}}$ । अत्र भाज्ये कागाचापान्तरकोटिज्याया आचापकोटिज्याया योगस्तु तद्योगार्धान्तरार्धकोटिज्याघातेन द्विगुणेन तुल्यः । एकचापम् । (का − गा) द्वितीयम् । (आ) द्वयोर्योगः । आ + का − गा । अन्तरम् । आ − का + गा । अनयोरर्धयोः कोटिज्याघातं कृत्वा द्विमितयोर्गुणहरयोर्नाशे पूर्ववत् सिद्धं अभुजार्धकोटिज्यामानम् ।

$\sqrt{\frac{\text{कोज्या}\,(\text{षा} - \text{का})\,\text{कोज्या}\,(\text{षा} - \text{गा})}{\text{ज्याका}\cdot\text{ज्यागा}}}$ । अत्र कोणस्य भुजत्वकल्पने 'भुजाधारयोगार्धमूनं भुजाभ्या'मिति रीत्या वास्तवभुजार्धकोटिज्यामानं तथा 'भूबाहुयोगदलमत्र परः स कून' इति सूत्रेण वास्तवभुजार्धज्यामानं पर्यवसितम् । अत्रेदमवधेयम् । सर्वकोणयोगार्धम् । (षा) सदा नवत्यधिकं खभांश २७० न्यूनमतः षाकोटिज्या ऋणं भवति । एवं १८० − आ = आ, तथा १८० − का = का, तथा १८० − गा = गा । अतोयं (१८० − आ) शेषयोगात् (१८० − का) + (१८० − गा) हीनः । का + गा − आ । अयं च खाष्टकुभागान्यूनः । अस्यार्धं (षा − आ) नवतिभागादल्पमत एतत्कोटिज्या धनमेव । एवं (षा − का) कोटिज्या तथा (षा − गा) कोटिज्या धनमिति बोध्यम् ।

अथ गोलोपरि यत् त्रिभुजं तद्बहिर्लग्नलघुवृत्तत्रिज्यामानज्ञानं तत्त्रिभुजकोणेभ्यः प्रदर्श्यते । यथा (९६ क्षे· द्र·) गोलपृष्ठे आकागासंज्ञं त्रिभुजं तत्र आ,का,गासंज्ञाः कोणास्तथा तत्तत्कोणसंमुखा अ,क,गभुजाः कल्पिताः । अथ

आगा, काआभुजयोरर्धस्थाने क्रमेण डा,ईबिन्दू कृत्वा । आगाचापोपरि डाबिन्दोर्लम्बस्तथा काआचापोपरि ईबिन्दोर्लम्बः कार्यस्तयोश्चापरूपलम्बयोर्यत्र योगस्तत्र पाबिन्दुस्ततः पाआ,पाका,पागारेखाश्चापरूपाः कर्त्तव्याः । अत्र गाडा,डाआखण्डे समे डापालम्बश्चोभयत्र समकोणोत्पादकोऽस्ति । अतः पाडाआक्षेत्रं चापजात्यं तथा पाडागाक्षेत्रं च चापजात्यम् । अनयोर्भुजौ तुल्यौ तेन कर्णयोः साम्यमतः पाआ, पागाचापे समे जाते । एवं आपाई, कापाई-क्षेत्रे च चापजात्ये । आईचापं काईचापसमं पाईलम्ब उभयत्र भुजोऽस्ति ततोऽनयोः क्षेत्रयोः साम्यात् कर्णसाम्यम् । अतः पाआ, पाकाचापे तुल्ये जाते । एतेन आपा, पाका, पागारेखा मिथस्तुल्याः । अतस्त्रिभुजबहिर्लग्नवृत्तस्य पृष्ठकेन्द्रं पाबिन्दुरिति सिद्धम् । अथ आपागा, पागाका, पाकाआक्षेत्राणि समद्विबाहुकत्रिभुजानि । तत्र

समद्विबाहुत्रिभुजे समानौ
कोणौ भवेतां धरणीविलग्नौ ।

इति गोलरेखागणितीयपञ्चमक्षेत्रे निरूपणात् । प्रकृते आपागात्रिभुजे पाआगा, पागाआकोणौ तुल्यौ । अतः पागाआकोणो द्विगुणस्तत्कोणद्वययोगमितः । एवं पागाकात्रिभुजे पागाका, पाकागाकोणौ समौ तेन पाकागाकोणो द्विगुणः पागाका, पाकागाकोणयोगमितः । एवं पाकाआ, पाआकाकोणौ समौ तेन पाकाआकोणो द्विगुणस्तत्कोणद्वययोगमितः । एवमुक्तकोणानां योग आ, का, गाकोणयोगतुल्यः । अत्र पाकाआकोणः पाकाईकोणाभिन्नस्तेन पाकाईकोणो द्विगुणः पाकाआ, पाआकाकोणयोगमितो जातः । एवं न्यासः ।

२ पागाआकोण + २ पागाकाकोण + २ पाकाई = आ + का + गा = २ धा ।

अतः । पाकाईकोण = धा – (पागाआकोण + पागाकाकोण) = (धा – गा)

त्रिभुजकोणानां योगदलं धावर्णद्योतितं तच्च पागाआ, पागाकाकोणयोगेन गाकोणमितेन हीनं शेषः पाकाईकोणो जातः । अथ

कोणलग्नभुजच्छाया कर्णकोटिभया हता ।
त्रिज्याभक्ता चापजात्ये कोणकोटिज्यका भवेत् ॥

इति पूर्वोक्तप्रकारवैपरीत्येन कोणकोटिज्या त्रिज्यागुणा कोणलग्नभुजच्छायया भक्ता कर्णकोटिच्छाया स्यात् । प्रकृते पाकाईचापजात्ये पाकाईकोणकोटिज्यावर्गस्त्रिज्या १ वर्गेण १ गुणितः । कोज्या^{2} (धा–गा) । गभुजार्धस्य छा-

यावर्गेण $\dfrac{\text{—कोज्याधा·कोज्या (धा—गा)}}{\text{कोज्या (धा—का) कोज्या (धा—आ)}}$ भक्तः ।

$\frac{\text{कोज्या}^2 (\text{पा}-\text{गा})\,\text{कोज्या}(\text{पा}-\text{का})\,\text{कोज्या}(\text{पा}-\text{आ})}{-\text{कोज्यापा}\cdot\text{कोज्या}(\text{पा}-\text{गा})}$ । अत्र भाज्यहरौ पाका-ईकोणकोटिज्यामानेन कोज्या (पा–गा) अपवर्त्तितौ ।

$\frac{\text{कोज्या}(\text{पा}-\text{गा})\,\text{कोज्या}(\text{पा}-\text{का})\,\text{कोज्या}(\text{पा}-\text{आ})}{-\text{कोज्यापा}}$ एतस्य मूलं कर्णकोटिच्छाया सिद्धा । एतेन

सर्वकोणैक्यखण्डं पराख्यं त्विदं
वर्जितं कोणकैः शेषकोटिज्यकाः ।
तद्युतिर्भाजिता तत्पराख्योत्थया
कोटिमौर्व्या फलीयं पदं कोटिभा ॥
कर्णजास्याः प्रभांखण्डचापेनोनाः खगोलवाः ९० ।
त्रिबाहुकबहिर्लग्नवृत्तव्यासार्धचापजा ॥

इत्युपपन्नम् ।

अथ त्रिभुजे भुजेभ्यस्तद्बहिर्लग्नवृत्तव्यासार्धानयनम् । अत्रापि पूर्वोक्ते क्षेत्रे पाकाईकोणकोटिज्यानयनं तावत् प्रदर्श्यते । पाकाईकोण = (पा – गा) $= \frac{1}{2}$ (आ + का) – $\frac{1}{2}$ गा । आ,काकोणयोगार्धमेकचापं गाकोणार्धं द्वितीयचापमनयोरन्तरं पाकाईकोणमानमस्ति । तत्र चापान्तरकोटिज्याप्रकारतस्तच्चापज्ययोर्घातेन तत्कोटिज्याघातयुतेन त्रिज्या १ भक्तेन समा चापान्तरकोटिज्येति न्यासः । कोज्या $\frac{1}{2}$ (आ + का) कोज्या $\frac{1}{2}$ गा + ज्या $\frac{1}{2}$ (आ + का) ज्या $\frac{1}{2}$ गा । इदं पाकाईकोणकोटिज्यामानम् ।

अथाधारलग्नकोणद्वयज्ञाने तदाधारज्ञाने च शेषभुजयोरानयनप्रकारः प्रागुक्तस्तदुपपत्तिविचारे आ,काकोणयोगार्धकोटिज्या सिद्धास्ति सा यथा ।

$\frac{\text{ज्या}\frac{1}{2}\text{गा}\times\text{कोज्या}\frac{1}{2}(\text{अ}+\text{क})}{\text{कोज्या}\frac{1}{2}\text{ग}}$ । इयं गाकोणार्धकोटिज्यया गुणिता जातः कोटिज्याघातः । एवं पूर्वसिद्धा आ,काकोणयोगार्धज्या ।

$\frac{\text{कोज्या}\frac{1}{2}\text{गा}\times\text{कोज्या}\frac{1}{2}(\text{अ}-\text{क})}{\text{कोज्या}\frac{1}{2}\text{ग}}$ । इयं गाकोणार्धज्यागुणा जातो भुजज्याघातः । द्वयोर्योगार्थं न्यासः । $\frac{\text{ज्या}\frac{1}{2}\text{गा}\cdot\text{कोज्या}\frac{1}{2}\text{गा}\cdot\text{कोज्या}\frac{1}{2}(\text{अ}+\text{क})}{\text{कोज्या}\frac{1}{2}\text{ग}}$

$+\frac{\text{ज्या}\frac{1}{2}\text{गा}\cdot\text{कोज्या}\frac{1}{2}\text{गा}\cdot\text{कोज्या}\frac{1}{2}(\text{अ}-\text{क})}{\text{कोज्या}\frac{1}{2}\text{ग}}$ । योगे जातम् ।

$\text{ज्या}\frac{1}{2}\text{गा}\cdot\text{कोज्या}\frac{1}{2}\text{गा}\times\frac{\text{कोज्या}\frac{1}{2}(\text{अ}+\text{क})+\text{कोज्या}\frac{1}{2}(\text{अ}-\text{क})}{\text{कोज्या}\frac{1}{2}\text{ग}}$ । अत्र गाकोणार्धज्याकोटिज्याघातस्तु गाकोणज्यादलं तेन अ,कभुजयोगार्धकोटिज्यातदन्तरार्धकोटिज्यायोगतुल्यः अभुजार्धकोटिज्याकभुजार्धकोटिज्याघातो द्विगुणो गुणनीयः गभुजार्धकोटिज्यया भजनीय इति अर्धांशज्याकोटिज्याघातस्य द्विगुणस्यांशज्यातुल्यत्वात् तथा कोटिज्ययोर्योगस्य तच्चापयोगार्धकोटिज्यातच्चापान्तरार्धकोटिज्याघातेन द्विगुणेन समत्वात् । अत्र चापे । $\frac{1}{2}(\text{अ}+\text{क})$ । $\frac{1}{2}(\text{अ}-\text{क})$ । अनयोर्योगः अचापं अन्तरं कचापं तदर्धयोः $\frac{1}{2}$ अ । $\frac{1}{2}$ककोटिज्याघातः कर्त्तव्य एवं न्यासः । $\frac{\frac{1}{2}\text{ज्यागा}\cdot 2\,\text{कोज्या}\frac{1}{2}\text{अ}\cdot\text{कोज्या}\frac{1}{2}\text{क}}{\text{कोज्या}\frac{1}{2}\text{ग}}$ । इदं पाकाईकोणकोटिज्यामानम् । अथ चापजात्ये कोणलग्नभुजच्छाया त्रिज्यया १ हता कोणकोटिज्याभक्ता फलं कर्णच्छाया भवतीति प्रागुक्तं तेन प्रकृते कापाईचापजात्ये काईभुजस्य गचापार्धमितस्य छाया । छा $\frac{1}{2}$ग । कोटिज्याभक्तभुजज्यास्वरूपा । $\frac{\text{ज्या}\frac{1}{2}\text{ग}}{\text{कोज्या}\frac{1}{2}\text{ग}}$ । इयं सिद्धेन पाकाईकोणकोटिज्यामानेन भक्ता तत्र भागे ह्रियमाणे गभुजार्धकोटिज्यामितयोर्द्विमितयोश्च गुणहरयोर्नाशे जाता पाकाकर्णस्य छाया । $\frac{\text{ज्या}\frac{1}{2}\text{ग}}{\text{कोज्या}\frac{1}{2}\text{अ}\cdot\text{कोज्या}\frac{1}{2}\text{क}\cdot\text{ज्यागा}}$ । अत्र हरस्थाने अभुजार्धकोटिज्याकभुजार्धकोटिज्याघातो गाकोणज्यागुणित इत्यस्ति । तत्र गाकोणार्धस्य ज्याकोटिज्ययोर्घातो द्विगुणो गाकोणज्यामित इत्येतदर्थं 'भुजाधारयोगार्धमूनं भुजाभ्या'मिति पूर्वोक्तसूत्रेण गाकोणार्धज्यानयनम् । यथा । सर्वभुजयोगार्धं सवर्णः कल्पितः । इदं भुजाभ्यां हीनं तज्ज्ययोर्घातः कोणलग्नभुजज्याघातेन भक्तस्तन्मूलं गाकोणार्धज्या । $\sqrt{\frac{\text{ज्या}(\text{स}-\text{अ})\cdot\text{ज्या}(\text{स}-\text{क})}{\text{ज्याअ}\cdot\text{ज्याक}}}$ । एवं भूबाहुयोगदलमत्र परः स कून, इति प्रागुक्तसूत्रेण जाता गाकोणार्धकोटिज्या । $\sqrt{\frac{\text{ज्यास}\cdot\text{ज्या}(\text{स}-\text{ग})}{\text{ज्याअ}\cdot\text{ज्याक}}}$ । अनयोर्घाते कर्तव्ये हरमूलयोर्घातो हर एव । एवं घातो द्विगुणो जातो गाकोणज्यामितः ।

$$2\sqrt{\frac{\text{ज्यास}\cdot\text{ज्या}(\text{स}-\text{ग})\,\text{ज्या}(\text{स}-\text{अ})\,\text{ज्या}(\text{स}-\text{क})}{\text{ज्याअ}\cdot\text{ज्याक}}}$$

। अत्र हरे अ,कभुजयोर्ज्याघातस्तत्र अभुजार्धस्य ज्याकोटिज्याघातो द्विगुणस्तथा कभुजार्धस्य ज्याकोटिज्याघातो द्विगुणस्तयोर्घातो हरः । एवं गाकोणज्या ।

$$2\sqrt{\frac{\text{ज्यास}\cdot\text{ज्या}(\text{स}-\text{ग})\,\text{ज्या}(\text{स}-\text{अ})\,\text{ज्या}(\text{स}-\text{क})}{\text{ज्या}\tfrac{1}{2}\text{अ}\cdot\text{कोज्या}\tfrac{1}{2}\text{अ}\cdot 2\,\text{ज्या}\tfrac{1}{2}\text{क}\cdot\text{कोज्या}\tfrac{1}{2}\text{क}}}$$

। इयं अ,कभुजार्धकोटिज्याघातेन हता तदा तुल्ययोः अ,कभुजार्धकोटिज्ययोर्द्वयोश्च गुणहरयोर्नाशे सिद्धः पूर्वहरः । $\sqrt{\dfrac{\text{ज्यास}\cdot\text{ज्या}(\text{स}-\text{ग})\,\text{ज्या}(\text{स}-\text{अ})\,\text{ज्या}(\text{स}-\text{क})}{\text{ज्या}\tfrac{1}{2}\text{अ}\cdot 2\,\text{ज्या}\tfrac{1}{2}\text{क}}}$ ।

अनेन गभुजार्धज्या भक्ता जाता कर्णच्छाया

$$\frac{2\,\text{ज्या}\tfrac{1}{2}\text{अ}\cdot\text{ज्या}\tfrac{1}{2}\text{क}\cdot\text{ज्या}\tfrac{1}{2}\text{ग}}{\sqrt{\text{ज्यास}\cdot\text{ज्या}(\text{स}-\text{ग})\,\text{ज्या}(\text{स}-\text{अ})\,\text{ज्या}(\text{स}-\text{क})}}$$

। अत्र भुजत्रयार्धभागज्यकानां घातो द्विगुणो भाज्यः । सर्वभुजयोगार्धं चतुःस्थितं भुजै रहितं शेषाणां ज्याघातमूलं हर इति भाज्ये हरभक्ते कर्णच्छाया सिद्धा । एतेन

सर्वदोर्युतिदलं चतुःस्थितं
दोर्भिरूनमवशिष्टशिञ्जिनी ।
तद्युतेः पददलेन भाजिता
सर्वबाहुदलशिञ्जिनीहतिः ॥
कर्णभास्याः प्रभाखण्डोत्पन्नचापांशका मताः ।
त्रिबाहुकबहिर्लग्नवृत्तव्यासार्धचापजाः ॥

इत्युपपन्नम् ।

अथ त्रिभुजान्तःपातिलघुवृत्तव्यासार्धानयनं तद्भुजेभ्यः प्रदर्श्यते । यथा (९७ क्षे·द्र·) अकागात्रिभुजं तत्र अकोणार्धकारिणी गाकोणार्धकारिणी च रेखा चापरूपा संविधेया । तयोर्योगे पाबिन्दुस्ततः प्रतिभुजोपरि पाबिन्दुतो लम्बरेखा चापरूपैव विधेया । एवं पाई, पाफा, पाडारेखा मिथस्तुल्याः । अतस्त्रिभुजान्तर्लघुवृत्तस्य पृष्ठकेन्द्रं पाबिन्दुरिति सिद्धम् । अत्र आडा, आईरेखे तुल्ये तथा गाडा, गाफारेखे तुल्ये तथा काफा, काईरेखे तुल्ये स्तः । आई = स − (गाफा + फाका) = (स − अ) । एषां योगः सर्वभुजयोगस्तदर्धम् ।

आई + गाफा + काफा । एषां योगः सर्वभुजयोगार्धम् । स । अस्मात् गाफा, काफायोगशोधनेन शिष्टा आईरेखैव । अतः आई = स − अ । अथ

चापजात्ये कोणलग्नभुजज्याकोणभाहतिः ।
त्रिज्याभक्ता फलं छाया कोणसंमुखबाहुजा ॥

इति पूर्वोक्तेन प्रकृते आपाईचापजात्ये आईभुजज्या पाआईकोणच्छायागुणा पाईभुजच्छाया स्यात् तत्र पाआईकोणस्तु त्रिभुजगत आकोणार्धमितः । अत्र क, गभुजौ अभुज आधारः कल्पितः । भुजाधारयोगार्धमूनं भुजाभ्या,मिति सूत्रेण जाता आकोणज्या । $\sqrt{\frac{\text{ज्या}(\text{स}-\text{क})\,\text{ज्या}(\text{स}-\text{ग})}{\text{ज्याक}\cdot\text{ज्याग}}}$ । अथ भूबाहुयोगदलमत्र परः स कून, इति सूत्रेण जाता आकोणार्धकोटिज्या । $\sqrt{\frac{\text{ज्यास}\cdot\text{ज्या}(\text{स}-\text{अ})}{\text{ज्याक}\cdot\text{ज्याग}}}$ । अथ भुजज्या कोटिज्याभक्ता जाता आकोणार्धच्छाया । $\frac{\sqrt{\text{ज्या}(\text{स}-\text{क})\,\text{ज्या}(\text{स}-\text{ग})}}{\sqrt{\text{ज्यास}\cdot\text{ज्या}(\text{स}-\text{अ})}}$ । अस्या वर्गः ।
$\frac{\text{ज्या}(\text{स}-\text{क})\,\text{ज्या}(\text{स}-\text{ग})}{\text{ज्यास}\cdot\text{ज्या}(\text{स}-\text{अ})}$ । आईभुजज्यावर्गेण ज्या^{2}(स − अ) गुणितस्तदा तुल्ययोर्गुणहरयो ज्या (स − अ) नाशे तन्मूले च गृहीते जाता पाईछाया । $\sqrt{\frac{\text{ज्या}(\text{स}-\text{अ})\,\text{ज्या}(\text{स}-\text{क})\,\text{ज्या}(\text{स}-\text{ग})}{\text{ज्यास}}}$ । एतेन

सर्वदोर्युतिदलं परस्त्रिधा
दोर्भिरूनित इह ज्यकाः कृताः ।
तद्युतिः परगुणेन भाजिता
तत्पदं भवति लम्बजा प्रभा ॥

अस्या भाखण्डजनिताश्चापांशा गोलपृष्ठगे ।
त्रिभुजेऽन्तर्गतं वृत्तं यत् तद्व्यासार्धचापजाः ॥

इत्युपपन्नम् ।

अथ त्रिभुजान्तर्लघुवृत्तव्यासार्धानयनं तत्त्रिभुजकोणेभ्यः प्रदर्श्यते । तत्रानन्तरोक्तक्षेत्रे गाडापाचापजात्ये गाडाभुजज्या आगाकाकोणार्धच्छायया

गुणिता सति डापाभुजच्छाया भवति । तत्र गाडा = स − ग । अतः सर्वभुजयोगार्धात् $\frac{अ + क + ग}{२}$ गभुजो हीनः । $\frac{अ + क - ग}{२}$ । अ,कभुजयोगार्धमेकचापं तथा गभुजार्धं द्वितीयचापमनयोरन्तरज्या गाडाभुजज्या स्यात् । तत्र चापान्तरज्यारीतितः परस्परकोटिज्यागुणितभुजज्ययोरन्तरमिति न्यासः । ज्या$\frac{१}{२}$(अ + क) × कोज्या$\frac{१}{२}$ग − कोज्या(अ + क) × ज्या$\frac{१}{२}$ग । अथ अ,कभुजयोगार्धज्याकोटिज्यास्वरूपान्तरं विचार्यते । तत्र पूर्वसिद्धप्रकारेण आ, काकोणान्तरार्धकोटिज्या गभुजार्धज्यागुणा गाकोणार्धज्याभक्ता फलं अ,कभुजयोगार्धज्या जाता सा गभुजार्धकोटिज्यागुणा इति प्रथमखण्डम् ।

$\frac{कोज्या\frac{१}{२}(आ - का)\ ज्या\frac{१}{२}ग \cdot कोज्या\frac{१}{२}ग)}{ज्या\frac{१}{२}गा}$ । एवं आ,काकोणयोगार्धकोटिज्या गभुजार्धकोटिज्यागुणा गाकोणार्धज्याभक्ता जाता अ,कभुजयोगार्धकोटिज्या सा गभुजार्धज्यागुणा इति द्वितीयखण्डम् ।

$\frac{कोज्या\frac{१}{२}(आ + का) \cdot कोज्या\frac{१}{२}ग \cdot ज्या\frac{१}{२}ग}{ज्या\frac{१}{२}गा}$ । प्रथमखण्डात् द्वितीयखण्डं शोधितं जाता चापान्तरज्या ।

$\frac{कोज्या\frac{१}{२}ग \cdot ज्या\frac{१}{२}ग\left\{कोज्या\frac{१}{२}(आ - का) - कोज्या\frac{१}{२}(आ + का)\right\}}{ज्या\frac{१}{२}गा}$ । अत्र कोटिज्ययोरन्तरं त्रिज्या १ गुणं चापयोगार्धान्तरार्धज्याघातेन द्विगुणेन तुल्यमिति ज्योत्पत्तिगणिताधिकारे सिद्धमस्ति । तेन आ,काकोणार्धज्ययोर्घातो द्विगुणः सिद्धः । तथा गभुजार्धज्याकोटिज्याघातो गभुजज्यार्धमित इति चापान्तरज्या । $\frac{\frac{१}{२}ज्याग \cdot २ज्या\frac{१}{२}आ \cdot ज्या\frac{१}{२}का}{ज्या\frac{१}{२}गा}$ । इयं गाडाभुजज्या । त्रिभुजीयगाकोणार्धच्छायया $\frac{ज्या\frac{१}{२}गा}{कोज्या\frac{१}{२}गा}$ गुणिता तदा तुल्ययोर्गुणहरयोर्नाशे जाता डापाभुजच्छाया । $\frac{ज्याग \cdot ज्या\frac{१}{२}आ \cdot ज्या\frac{१}{२}का}{कोज्या\frac{१}{२}गा}$ । अनया त्रिज्यावर्गो १ भक्तः फलं डापाभुजस्य कोटिच्छाया । $\frac{कोज्या\frac{१}{२}गा}{ज्याग \cdot ज्या\frac{१}{२}आ \cdot ज्या\frac{१}{२}का}$ । अत्र हरे गभुजज्या गुणकोऽस्ति । तत्र गभुजार्धज्याकोटिज्याघातो द्विगुण एव गभुजज्या ।

म

अतः पूर्वसिद्धमार्गेण गभुजार्धज्या । $\sqrt{\dfrac{-\text{कोज्याघा}\cdot\text{कोज्या}(\text{घा}-\text{गा})}{\text{ज्याआ}\cdot\text{ज्याका}}}$ । गभुजार्धकोटिज्या । $\sqrt{\dfrac{\text{कोज्या}(\text{घा}-\text{आ})\,\text{कोज्या}(\text{घा}-\text{का})}{\text{ज्याआ}\cdot\text{ज्याका}}}$ । अनयोर्घाते द्विगुणे कर्त्तव्ये लवस्थानगतानां घातो द्विगुणो भाज्यः ।

$$2\sqrt{-\text{कोज्याघा}\cdot\text{कोज्या}(\text{घा}-\text{गा})\,\text{कोज्या}(\text{घा}-\text{आ})\,\text{कोज्या}(\text{घा}-\text{का})}$$

हरस्थलीयमूलयोर्घातो हरः । ज्याआ·ज्याका । अत्रापि कोणार्धज्याकोटिज्याघातो द्विगुण इति हरः । $2\,\text{ज्या}\tfrac{1}{2}\text{आ}\cdot\text{कोज्या}\tfrac{1}{2}\text{आ}\times 2\,\text{ज्या}\tfrac{1}{2}\text{का}\cdot\text{कोज्या}\tfrac{1}{2}\text{का}$ । अत्र भाज्ये हरभक्ते फलं गभुजज्या सा आ,काकोणार्धज्याघातेन गुणिता तदा आ,काकोणार्धज्ययोर्द्वयोश्च तुल्ययोर्नाशे जातौ भाज्यहाराविति न्यासः ।

$$\frac{\sqrt{-\text{कोज्याघा}\cdot\text{कोज्या}(\text{घा}-\text{गा})\,\text{कोज्या}(\text{घा}-\text{आ})\,\text{कोज्या}(\text{घा}-\text{का})}}{2\,\text{कोज्या}\tfrac{1}{2}\text{आ}\cdot\text{कोज्या}\tfrac{1}{2}\text{का}}$$

अनेन पूर्वसिद्धहरस्वरूपेण गाकोणार्धकोटिज्या भक्ता जाता डापाकोटिच्छाया ।

$$\frac{2\,\text{कोज्या}\tfrac{1}{2}\text{आ}\cdot\text{कोज्या}\tfrac{1}{2}\text{का}\cdot\text{कोज्या}\tfrac{1}{2}\text{गा}}{\sqrt{-\text{कोज्याघा}\cdot\text{कोज्या}(\text{घा}-\text{गा})\,\text{कोज्या}(\text{घा}-\text{आ})\,\text{कोज्या}(\text{घा}-\text{का})}}$$ । एतेन

सर्वकोणैक्यखण्डं चतुःस्थानगं
कोणकैरूनमेतज्जकोटिज्यकाः ।
तद्धतेर्मूलमेतच्च मूलाभिधं
कोणखण्डोत्थकोटिज्यकानां हतिः ॥

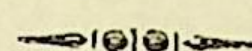
मूलार्धभक्ता तच्चापं छायाखण्डैः प्रसाधितम् ।
चापीयत्रिभुजान्तःस्थवृत्तव्यासार्धचापजम् ॥

इत्युपपन्नम् ।

अत्रोक्तत्रिभुजान्तर्बहिर्लग्नवृत्तव्यासार्धानयनप्रकारेषु बहुस्थलेषु रूपत्रिज्यया गुणने भजने वा विकाराभावात् तदुपपादनं न कृतमिति बोध्यम् ॥

॥ इति त्रिकोणगणितसंबन्धिनः कतिचित् प्रश्नाः ॥

॥ अथ ज्योत्पत्तिशेषः ॥



यदि चापयोगदलकोटिभया
विवरार्धभा परिहृतास्ति तदा ।
विवरार्धकोटिजभया विहृता
युतिखण्डभा भवति तुल्यफलम् ॥
इह चापकोटिगुणयोर्विवरं
युतिभाजितं किल तदेवफलम् ।
अथ चापयोगदलजातभया
विवरार्धभा परिहृता तु फलम् ॥
विवरार्धकोटिजभया विहृता
युतिखण्डकोटिभवभा च समम् ।
इह चापजातगुणयोर्विवरं
युतिभक्तमेतदपि तेन समम् ॥
अथ चापयोर्युतिगुणेन हृता
विवरज्यका भवति चापभयोः ।
विवरं तदैक्यविहृतं च समं
धनुषोस्तु कोटिजभयोरथवा ॥
चापयोरेकभा चान्यकोटिप्रभा
तत्समासेन भक्तं तयोरन्तरम् ।
चापयोर्भेदकोटिज्यकाभाजिता
योगकोटिज्यका तुल्यमेवं फलम् ॥

चापयोर्योगार्धकोटिच्छायया अन्तरार्धच्छायाया या निष्पत्तिः सैव चापयोरन्तरार्धकोटिच्छायया योगार्धच्छायाया निष्पत्तिः सैव तच्चापयोः कोटिज्ययोर्योगेन कोटिज्ययोरन्तरस्य निष्पत्तिः । तथाहि । योगार्धज्या जं, तत्को-

टिज्या झं, चापान्तरार्धज्या तं, तत्कोटिज्या थमिति वर्णाः कल्पिताः । स्वस्वभुजज्या त्रिज्यागुणा स्वस्वकोटिज्याभक्ता स्वस्वच्छाया । एवं स्वस्वकोटिज्यात्रिज्यागुणा स्वस्वभुजज्याभक्ता स्वस्वकोटिच्छाया प्रसिद्धा । प्रकृते चापयोगार्धच्छाया । $\frac{\text{ज·त्रि १}}{\text{झ १}}$ । चापयोगार्धकोटिच्छाया । $\frac{\text{झ·त्रि १}}{\text{ज १}}$ । एवं चापान्तरार्धच्छाया । $\frac{\text{त·त्रि १}}{\text{थ १}}$ । चापान्तरार्धकोटिच्छाया । $\frac{\text{थ·त्रि १}}{\text{त १}}$ । अत्र योगार्धकोटिच्छायया $\frac{\text{झ·त्रि १}}{\text{ज १}}$ अन्तरार्धच्छाया $\frac{\text{त·त्रि १}}{\text{थ १}}$ भक्ता फलम् । $\frac{\text{ज·त १}}{\text{झ·थ १}}$ ।

अथवा अन्तरार्धकोटिच्छायया $\frac{\text{थ·त्रि १}}{\text{त १}}$ योगार्धच्छाया $\frac{\text{ज·त्रि १}}{\text{झ १}}$ भक्ता फलं तदेव । $\frac{\text{ज·त १}}{\text{झ·थ १}}$ । अथ योगार्धज्याया अन्तरार्धज्यायाश्च

बाहुमौर्व्योस्तया कोटिमौर्व्योर्हतिस्त्रिज्यकाभाजिता

इति प्रागुक्तपद्येन भावनार्थं न्यासः । $\frac{\text{ज १}}{\text{झ १}} \Big| \frac{\text{त १}}{\text{थ १}}$ । उक्तवत् जाता चापान्तरकोटिज्या । $\frac{\text{ज·त १ झ·थ १}}{\text{त्रि १}}$ । चापैक्यकोटिज्या । $\frac{\text{झ·थ १ ज·त १}}{\text{त्रि १}}$ । अत्र योगार्धात् अन्तरार्धं हीनं चेत् लघुचापं तया युतं चेत् तदा बृहच्चापम् । अतश्चापान्तरकोटिज्या तु लघुचापकोटिज्या सिद्धा । एवं चापैक्यकोटिज्या तु बृहच्चापकोटिज्या सिद्धा । अत्र कोटिज्ययोरनयोः $\frac{\text{ज·त १ झ·थ १}}{\text{त्रि १}}$ । $\frac{\text{झ·थ १ ज·त १}}{\text{त्रि १}}$ योगः । $\frac{\text{झ·थ २}}{\text{त्रि १}}$ । तथा कोटिज्ययोरन्तरम् । $\frac{\text{ज·त २}}{\text{त्रि १}}$ । अत्र योगेनान्तरे भक्ते फलं पूर्वानीततुल्यम् । $\frac{\text{ज·त १}}{\text{झ·थ १}}$ । अत उपपन्नं चापसंबन्धिकोटिज्ययोर्योगेन तदन्तरस्य या निष्पत्तिः सैव चापयोर्योगार्धकोटिच्छायया अन्तरार्धच्छायाया निष्पत्तिरिति । अत्र सिद्धयोगस्य $\frac{\text{झ·थ २}}{\text{त्रि १}}$ कोटिज्ययोर्योगेन लको १ बृको १ समी-

करणात् कोटिज्ययोर्योगस्त्रिज्यागुणस्तु योगार्धकोटिज्यान्तरार्धकोटिज्याघातेन द्विगुणेन तुल्य इति सिद्धम् । एवं सिद्धान्तरस्य $\frac{\text{ज·त २}}{\text{त्रि १}}$ कोटिज्ययोरन्तरेण लको १ बृको १ समीकरणात् कोटिज्ययोरन्तरं त्रिज्यागुणं योगार्धज्यान्तरार्धज्याघातेन द्विगुणेन तुल्यमिति सिद्धम् ।

अथ चापयोर्ज्यायोगेन तदन्तरस्य या निष्पत्तिः सैव चापयोर्योगार्धच्छायया अन्तरार्धच्छायाया निष्पत्तिः सैवान्तरार्धकोटिच्छायया योगार्धकोटिच्छायाया निष्पत्तिः । सा यथा । योगार्धज्याया अन्तरार्धज्यायाः

चापयोरिष्टयोर्बाहुजीवे मिथः
कोटिजीवागुणे त्रिज्यकाभाजिते ।

इति प्रागुक्तरीत्या पूर्वद्योतितचिह्नेन भावनार्थं न्यासः । $\frac{\text{ज १}}{\text{भ १}}\Big|\frac{\text{त १}}{\text{थ १}}$ । अत उक्तवज्जाता चापयोगज्या । $\frac{\text{ज·थ १ भ·त १}}{\text{त्रि १}}$ । चापान्तरज्या च । $\frac{\text{ज·थ १ भ·त १̇}}{\text{त्रि १}}$ । एते एव बृहल्लघुचापज्ये । अनयोर्योगेन $\frac{\text{ज·थ २}}{\text{त्रि १}}$ अन्तरे $\frac{\text{भ·त २}}{\text{त्रि १}}$ भक्ते फलम् । $\frac{\text{भ·त १}}{\text{ज·थ १}}$ । वा योगार्धच्छायया $\frac{\text{ज·त्रि १}}{\text{भ १}}$ अन्तरार्धच्छाया $\frac{\text{त·त्रि १}}{\text{थ १}}$ भक्ता फलं तदेव । $\frac{\text{भ·त १}}{\text{ज·थ १}}$ । वा अन्तरार्धकोटिच्छायया $\frac{\text{थ·त्रि १}}{\text{त १}}$ योगार्धकोटिच्छाया $\frac{\text{भ·त्रि १}}{\text{ज १}}$ भक्ता फलं तदेव । $\frac{\text{भ·त १}}{\text{ज·थ १}}$ । अत उपपन्नमनन्तरोक्तमिति । अत्र ज्ययोर्योगः सिद्धः । $\frac{\text{ज·थ २}}{\text{त्रि १}}$ । बृहल्लघुज्यायोगेन बृ १ ल १ सम इति समीकरणात् ज्ययोर्योगस्त्रिज्यागुणितो योगार्धकोटिज्याघातेन द्विगुणेन तुल्य इति सिद्धम् । एवं सिद्धान्तरस्य $\frac{\text{भ·त २}}{\text{त्रि १}}$ ज्ययोरन्तरेण ल १ बृ १ समीकरणात् ज्ययोरन्तरं त्रिज्यागुणं योगार्धकोटिज्यान्तरार्धज्याघातसममिति सिद्धम् । एतेन 'यदि चापयोगदलकोटिभये,त्यादि श्लोकत्रयं तथा 'चापयोर्गुणसमासवियोगा,दित्यादि पद्यद्वयं चोपपन्नम् ।

अथ चापयोर्योगज्यया तदन्तरज्याया या निष्पत्तिः सैव चापयोश्छायायोगेन छायान्तरस्य निष्पत्तिः सैव चापयोः कोटिच्छायायोगेन कोटिच्छायान्तरस्य निष्पत्तिरिति ।

अत्रोपपत्तिः । अत्र लघुचापज्या त्रिज्यागुणा स्वकोटिज्याभक्ता लघुचापच्छाया । $\frac{\text{लज्या·त्रि १}}{\text{लको १}}$ । एवं लघुचापकोटिच्छाया । $\frac{\text{लको·त्रि १}}{\text{लज्या १}}$ । अथ बृहच्चापच्छाया । $\frac{\text{बृज्या·त्रि १}}{\text{बृको १}}$ । एवं बृहच्चापकोटिच्छाया । $\frac{\text{बृको·त्रि १}}{\text{बृज्या १}}$ । अथ लघुबृहच्चापसंबन्धिच्छाययोर्योगः । $\frac{\text{लज्या·बृको·त्रि १ लको·बृज्या·त्रि १}}{\text{लको·बृको १}}$ । छाययोरन्तरम् । $\frac{\text{लज्या·बृको·त्रि १ं लको·बृज्या·त्रि १}}{\text{लको·बृको १}}$ । योगेनान्तरे भक्ते हरयोर्नाशे लब्धं त्रिज्ययापवर्तितम् । $\frac{\text{लज्या·बृको १ं लको·बृज्या १}}{\text{लज्या·बृको १ लको·बृज्या १}}$ । अथवा कोटिच्छाययोर्योगेन $\frac{\text{लको·बृज्या·त्रि १ लज्या·बृको·त्रि १}}{\text{लज्या·बृज्या १}}$ तदन्तरे $\frac{\text{लको·बृज्या·त्रि १ लज्या·बृको·त्रि १ं}}{\text{लज्या·बृज्या १}}$ भक्ते लब्धं तदेव । अथवा चापज्ययोर्भावनार्थं न्यासः । $\frac{\text{लज्या १}}{\text{लको १}} \Big| \frac{\text{बृज्या १}}{\text{बृको १}}$ । उक्तवज्जाता चापयोगज्या । $\frac{\text{लज्या·बृको १ लको·बृज्या १}}{\text{त्रि १}}$ । चापान्तरज्या च । $\frac{\text{लज्या·बृको १ं लको·बृज्या १}}{\text{त्रि १}}$ । अत्र चापयोगज्यया चापान्तरज्या भक्ता तदेव लब्धम् । $\frac{\text{लज्या·बृको १ं लको·बृज्या १}}{\text{लज्या·बृको १ लको·बृज्या १}}$ । अत उपपन्नं चतुर्थपद्यमिति ।

अथ चापयोरेकस्य छाया तदन्यस्य कोटिच्छाया तयोर्योगेन तदन्तरस्य या निष्पत्तिः सैव चापयोरन्तरकोटिज्यया चापयोगकोटिज्याया निष्पत्तिः । सा यथा । लघुचापच्छाया । $\frac{\text{लज्या·त्रि १}}{\text{लको १}}$ । बृहच्चापकोटिच्छाया । $\frac{\text{बृको·त्रि १}}{\text{बृज्या १}}$ । अ-

नयोर्योगेन $\frac{\text{लज्या}\cdot\text{बृज्या}\cdot\text{त्रि }१ \;\text{लको}\cdot\text{बृको}\cdot\text{त्रि }१}{\text{लको}\cdot\text{बृज्या }१}$ तदन्तरे

$\frac{\text{लज्या}\cdot\text{बृज्या}\cdot\text{त्रि }१ \;\text{लको}\cdot\text{बृको}\cdot\text{त्रि }१}{\text{लको}\cdot\text{बृज्या }१}$ भक्ते फलं त्रिज्यापवर्तितम् ।

$\frac{\text{लज्या}\cdot\text{बृज्या }१ \;\text{लको}\cdot\text{बृको }१}{\text{लज्या}\cdot\text{बृज्या }१ \;\text{लको}\cdot\text{बृको }१}$ । अथवा बृहच्चापच्छाया । $\frac{\text{बृज्या}\cdot\text{त्रि }१}{\text{बृको }१}$ । लघु-

चापकोटिच्छाया । $\frac{\text{लको}\cdot\text{त्रि }१}{\text{लज्या }१}$ । अनयोर्योगेनान्तरे भक्ते फलं तदेव । एवं

चापयोरन्तरकोटिज्यया $\frac{\text{लज्या}\cdot\text{बृज्या }१ \;\text{लको}\cdot\text{बृको }१}{\text{त्रि }१}$ तद्योगकोटिज्या

$\frac{\text{लज्या}\cdot\text{बृज्या }१ \;\text{लको}\cdot\text{बृको }१}{\text{त्रि }१}$ भक्ता फलं तदेव । $\frac{\text{लज्या}\cdot\text{बृज्या }१ \;\text{लको}\cdot\text{बृको }१}{\text{लज्या}\cdot\text{बृज्या }१ \;\text{लको}\cdot\text{बृको }१}$ ।

एतेन पञ्चमपद्यमुपपन्नम् ॥

॥ इति ज्योत्पत्तिशेषः ॥

———o———

श्रीगणेशाय नमः ।

अथ चापीयत्रिकोणमितिप्रश्नाः ।

स्वभक्तवृन्दपालकं वरप्रसूनमालकम् ।
शुभालकं सुभालकं भजामि नन्दबालकम् ॥ १ ॥
अथात्र गोलपृष्ठगे त्रिकोणके चमत्कृतिम् ।
चमत्कृतिप्रभाततां विभावयन्तु बालकाः ॥ २ ॥

आतपस्थपलभाभिधयन्त्रे
या ध्रुवाभिमुखकीलकजा भा ।
तामवेक्ष्य नतकालजमानं
ज्ञायते वलयपालिविभागे ॥ ३ ॥
पलविदः सुलभा पलभावना
विमलभा पलभाभिधयन्त्रके ।
यदि तदा जनसंसदि नैपुणं
गणितगोलजचारुविचारतः ॥ ४ ॥

अत्र जलसमीकृतायां भुवि स्वाभीष्टत्रिज्यया वृत्तं दिगङ्कितं भलवाङ्कितं च विधाय तत् क्षितिजं कल्प्यम् । तत्र परमदिनार्धनाडीपर्यन्तमेकद्व्यादिपरिमिता नतनाडीः प्रकल्प्य ताभ्यः प्रत्येकं वक्ष्यमाणप्रकारेण समस्थानरविध्रुवसूत्रान्तरगतात् क्षितिजस्थानंशान् प्रसाध्य तानुदक्चिह्नादुभयतो दत्वा तदग्रे नतघटिका अङ्क्याः । अथाक्षांशच्छाया कोटिः त्रिज्या भुजः खण्डिनी कर्ण इति यत्त्रं धात्वादिपत्रगतं वृत्तकेन्द्रे स्थाप्यं यथा सौम्यसमचिह्नादूर्ध्वमक्षांशच्छायाप्रमाणकं पत्रं स्यात् तदग्राद्वृत्तकेन्द्रावधि तत्खण्डिनीतुल्यमिदमेव कीलाभिधं ध्रुवाभिमुखमित्युच्यते । अस्य छाया वृत्तपरिधौ यत्र लगति तत्र छायाग्रे कीलात् पश्चिमभागे गताः पूर्वभागे गम्या नाड्यो भवन्ति । इदं पलभायन्त्रं परम्परया प्रसिद्धमस्ति ॥ अत्र रविगतध्रुवप्रोतवृत्तक्षेत्र एव ध्रुवाभिमुखकीलच्छायायाः सद्भावात् क्षितिजे समस्थानाद्यदंशान्तरे ध्रुवसूत्रं तदंशान्तर एव यन्त्रे सौम्यचिह्नात् कीलच्छायया रविदिग्व्यत्ययेनावस्थितिरिति बोध्यम् ॥

य

अथ क्षितिजगतांशज्ञानमाह । रविगतध्रुवसूत्रं यत्र क्षितिजे लगति तद्बिन्दुतः सौम्यसमचिह्नपर्यन्तं क्षितिजगता भागा भुजः । याम्योत्तरवृत्ते ध्रुवसमचिह्नान्तरमक्षांशाः कोटिः रविध्रुवसूत्रे ध्रुवात् क्षितिजावधिः कर्ण इति चापजात्यक्षेत्रम् । तत्र ध्रुवगतयोर्याम्योत्तरवृत्तध्रुवसूत्रयोः परमान्तरं नाडीवृत्ते नतकालः स च ध्रुवगतकोणस्ततः कोटिकर्णसंपातजरूपकोणस्य नतकालस्य तथाक्षांशमितकोटेरवगमे तद्भुजज्ञानम् ।

चापजात्ये कोणलग्नभुजज्याकोणभाहतिः ।
त्रिज्याभक्ता फलं छाया कोणसम्मुखबाहुजा ॥

इति प्रागुक्तसूत्रेण सुबोधमत एतत्परिणता रीतिः प्रदर्श्यते ।

पूर्वोक्तयन्त्रस्थितवृत्तं पूर्वापरयाम्योत्तररेखाङ्कितं विधाय तत्र स्वदेशाक्षांशज्याङ्गुलमानेन विज्ञातव्या, ततः सौम्यदिगभिमुखप्रवर्धितयाम्योत्तररेखायां वृत्तबहिःस्थायां द्वितीयकेन्द्रं प्रकल्प्य ततोऽक्षांशज्यया लघुवृत्तं तथा विधेयं यथा पूर्वकृतवृत्तसौम्यदिग्बिन्दुलग्नं संभवति तदपि दिगङ्कितं कर्तव्यं वृत्तद्वयसंयोगसक्ता संपातरेखाभिधा रेखा पूर्वापररेखायाः समानान्तरा कार्या । अथ लघुवृत्ते वृत्तद्वययोगबिन्दुत उभयदिशि पञ्चदशविभागाः समा एव कृतास्ते नतकालविभागाः । अथ तत्तद्विभागगतास्तल्लघुवृत्तकेन्द्राद्रेखाः संवर्धिताः संपातरेखायां यत्रयत्र लग्नास्ततद्बिन्दुतोऽप्यन्या रेखा बृहद्वृत्तकेन्द्रपर्यन्तं नीयमाना यत्रयत्र बृहद्वृत्तपरिधौ संलग्नास्तत्रतत्र सौम्यचिह्नादुभयत एकद्व्यादिघटिकाचिह्नानि कार्याणि । एवं सति बृहद्वृत्तस्य क्षितिजत्वकल्पने चापजात्यक्षेत्रीयभुजज्ञानं जातम् । तथाहि । नतकालच्छायाऽक्षज्याघातस्त्रिज्याभक्तः फलं कोणसंमुखभुजस्य क्षितिजगतस्य च्छाया सिद्धाऽस्ति तत्र त्रिज्याव्यासार्धे नतकालच्छाया गणितागता लभ्यते तदाक्षज्याव्यासार्द्धे केति लघुवृत्ते वृत्तद्वयैक्यबिन्दुतः सम्पातरेखाखण्डरूपा नतकालच्छाया सैव बृहद्वृत्ते वृत्तद्वयैक्यचिन्हघटीविभागरेखान्तरांशच्छाया जाता तस्या यद्धनुश्छायाखण्डजं तदेव क्षितिजगतं रविध्रुवसूत्रसौम्यसमचिह्नान्तरभागमितं सिद्धम् ।

अत्र भुजज्ञानमन्यथापि प्रदर्श्यते ।

कोणज्यका कोणलग्नदोर्जकोटिज्यया हता ।
त्रिज्याभक्ता फलं चान्यकोणकोटिज्यका भवेत् ॥

इतिसूत्रेण याम्योत्तरवृत्तध्रुवसूत्रसंपातगतकोणज्यारूपा नतकालज्या कोणलग्नभुजस्यांशरूपस्य कोटिज्यया लम्बज्यारूपया गुणिता त्रिज्याभक्ता फलमन्यकोणस्य क्षितिजध्रुवसूत्रसंपातगतस्य कोटिज्या तद्वर्गत्रिज्यावर्गान्तरमूलमिता तत्कोणज्या तया यदि तत्संमुखभुजांशज्याऽक्षज्यारूपा तदा ध्रुवगतकोणज्यया नतकालज्यारूपया केति तच्चापं तत्संमुखो भुजः क्षितिजगतो लभ्यत इति ।

अथ तृतीयरीत्या भुजज्ञानं यथा । धात्वादिरचितमन्यद्वृत्तार्धं चक्रार्धलवै-
१८० रङ्कितं कृत्वा पूर्वलिखितक्षितिजवृत्तपूर्वापररेखायां तद्व्यासरेखा स्थाप्या यथा द्वयोः केन्द्रमेकबिन्दौ स्यात् तथा यन्त्रगतध्रुवाभिमुखकीलरेखया समकोणमर्धवृत्तोर्ध्वाधररेखा यथोत्पादयति तथार्धवृत्तं याम्यदिशि नतं स्थाप्यम् । एवं स्थिरीभूतार्धवृत्ते षड्गुणितनतनाडीमिता भागा अङ्कनीयाः । प्रतिभागगतसूत्रं ध्रुवाभिमुखकीलरेखास्पर्शं कृत्वा क्षितिजवृत्तपालौ यत्रयत्र लगति तत्रतत्र पूर्वकृतघटीविभागाः समचिह्नादेव ज्ञातव्या इति ।

अत्रोपपत्तिः सुगमा । गोलेक्षितिजाकारे यन्त्रे कृते ध्रुवाभिमुखकीलके स्थापिते तदग्रं भूगर्भे लगिष्यति स्थापितार्धवृत्तं तु गोलस्थनाडीवृत्तानुकारं स्यात् । तत्रत्यनतघटिकाग्रगतसूत्रंतु ध्रुवाभिमुखकीलस्पर्शि यद्वत् कृतं तत्तद्विगतध्रुवप्रोतवृत्ते नाडीवृत्तक्षितिजान्तरांशपूर्णज्यारूपमेवेति सुधीभिरूह्यम् ।

अथान्यः प्रश्नः । क्रान्तिवृत्तविमण्डलसंपाताद्बिम्बावधि विमण्डले कर्णः । क्रान्तिवृत्ते संपाताद्ग्रहचिन्हावधि त्वेकभुजः । कदम्बसूत्रे ग्रहचिह्नाद्बिम्बावधिशरोऽन्यभुज इति चापजात्यम् । अत्र क्रान्तिवृत्तविमण्डलसंपातोत्पन्नकोणः परमशरस्तया विमण्डलकदम्बसूत्रसंपातोत्पन्नः कोणः शरवलनकोटितुल्य इत्यत्र

कर्णकोटिज्यकाविज्याघाते चैकभुजोत्थया ।
कोटिज्यया हृते लब्धं परदोःकोटिमौर्विका ॥

इतिसूत्रेण कर्णैकभुजाभ्यामन्यभुजसाधनं तत्वविवेके कृतम् । तथाहि विमण्डलीयग्रहस्य सपातस्य कोटिज्या त्रिज्यागुणा शरकोटिज्याभक्ता तच्चापकोट्यंशाः संपाताद्ग्रहचिह्नावधि स्युस्तेषां मेषादितो गणनया क्रान्तिवृत्तीयग्रहः स्यात् । एवं

कर्णज्याकोणकोटिज्याघाते कोटिज्यया हृते ।
कोणसंमुखबाहोस्तु कोणलग्नभुजज्यका ॥

इतिसूत्रेण सपातग्रहभुजज्या परमशरकोटिज्यागुणा शरकोटिज्याभक्ता तच्चापं क्रान्तिवृत्तीयभुजो ज्ञातः स्यात् । एवं

कर्णच्छाया चापजात्ये कोणकोटिज्यका हता ।
त्रिज्याभक्ता फलं कोणसंलग्नभुजभा मता ॥

इतिसूत्रेण सपातग्रहांशच्छाया परमशरकोटिज्यागुणा त्रिज्याभक्ता फलस्य छायासुचापं क्रान्तिवृत्तीयो भुजः स्यात् । एवमनेकैः प्रकारैर्विमण्डलीयग्रहशराभ्यां क्रान्तिवृत्तीयग्रहसाधनं दर्शितमेवं क्रान्तिवृत्तीयग्रहशराभ्यामपि विमण्डलीयग्रहज्ञानमन्यसूत्रेण कर्तव्यमिति । एवं

भुजसंमुखकोणज्या कर्णकोटिज्यकागुणा ।
भुजकोटिज्ययाप्तान्यकोणकोटिज्यका भवेत् ॥

इतिसूत्रेण सपातग्रहकोटिज्या परमशरज्यागुणा शरकोटिज्ययाभक्ता लब्धचापं शरवलनम् । एतेन

सपातेन्दुकोटिज्यका चन्द्रबाणो-
त्क्रमज्योनराशित्रयज्याविभक्ता ।
हतेन्दोः परेष्वंशमौर्व्याप्तचापं
लवाद्यं शरीयं भवेद्वालनं तत् ॥

इति सार्वभौमोक्तमुपपन्नम् । अत्र शरवलनोननवत्यंशा एवान्यकोणमानमर्याद्बिम्बत्रिज्यावृत्ते विमण्डलकदम्बसूत्रान्तरमिति ॥

अथान्येषां सूत्राणां व्याप्तिं दर्शयितुं प्रकारान्तरेण प्रसङ्गात् तदुपपत्तिं सूत्रान्तराणि चाह ।

तत्र चापजात्ये कर्णैकभुजान्तरे द्वितीयभुजे च ज्ञाते कर्णैकभुजज्ञानम् ।

कर्णैकबाह्वन्तरतुल्यबाहु-
द्वितीयदोर्भ्यामपरश्च कर्णः ।
तल्लग्नकोणान्तरतुल्यकोण-
द्वितीयदोर्भ्यां प्रतिबाहुसिद्धिः ॥ १ ॥

अथ कर्णैकभुजार्धाभ्यां द्वितीयभुजज्ञानम् ।

कर्णैकबाह्वोर्युतिखण्डजाभा
विश्लेषखण्डोद्भवभाविनिघ्नी ।
तन्मूलचापं द्युतिखण्डजातं
द्विसंगुणं तत् परबाहुमानम् ॥ २ ॥

अथ भुजयोरन्तरे कर्णे च ज्ञाते भुजयोर्ज्ञानम् ।

द्विसंगुणा कर्णजकोटिजीवा
हीना च बाह्वन्तरकोटिमौर्व्या ।
तच्चापकोट्यंशक ऊनयुक्तो
भुजान्तरेणास्य दले भुजौ स्तः ॥ ३ ॥

अथ भुजार्धाभ्यां कर्णार्धज्ञानम् ॥

भुजार्धयोर्ये भवतश्च जीवे
स्वकोटिजीवागुणिते मिथस्ते ।
त्रिजीवयाप्ते फलवर्गयोगात्
पदस्य चापं श्रवणार्धमानम् ॥ ४ ॥

अथ कर्णैकभुजाभ्यां द्वितीयभुजज्ञानमाह ।

कर्णैकबाह्वोरिह चापयोग-
विश्लेषजीवानिहतिस्त्रिमौर्व्या ।
निघ्नी स्वबाहूद्भवकोटिमौर्व्या
भक्ताप्तचापं परबाहुमानम् ॥ ५ ॥

अथ भुजाभ्यां स्वसंमुखकोणाभ्यां च भुजान्तरज्यानयनम् ।

स्वस्वसंमुखकोणार्धच्छायानिघ्न्यौ भुजज्यके ।
तदन्तरं त्रिभज्याप्तं बाह्वोरन्तरमौर्विका ॥ ६ ॥

अकग,चापजात्ये अग,कर्णः अक,कगभुजौ तत्र अक,अगविवरेण कचमितेन अकभुजोवर्धितस्तदा अचं अगतुल्यं जातम् । द्वितीयचापजात्ये चग,कर्ण स्तत्र कच,कगभुजौ । आभ्यां पूर्वोक्तरीत्या द्वितीयकर्णलग्नौ कोणौ साध्यौ ।

चखगक्षेत्रे समद्विबाहुत्रिभुजे चकोणगकोणौ तुल्यौ तेन चकोणात् कगचकोणः शोधितः शेषं कगअकोणः । प्रथमचापजात्ये कगभुजलग्नो ज्ञातस्ततो ज्ञातकोणकगभुजाभ्यां कअ,गअमितौ भुजकर्णौ ज्ञातव्याविति प्रथमसूत्रमुपपन्नम् ।

अथ

बाह्वोर्योगार्धजा छाया विवरार्धभया हता ।
आधारार्धभया भक्ता लब्धचापं भवेत् किल ॥
छायाखण्डैरन्तरार्धं द्वयोराबाधयोर्यतः ।
अतोऽनेन युतं हीनमाधारार्धं तदाबधे ॥

इति पूर्वोक्तसूत्रेण त्रिभुजे भुजयोगार्धच्छायान्तरार्धच्छायाघात आबाधायोगार्धान्तरार्धच्छायाघाततुल्य इति सिद्धमस्ति । चापजात्ये त्वेकभुजोपरि द्वितीयभुजस्य लम्बरूपत्वादाबाधा लघ्वी शून्यमिता बृहदाबाधा भूमिमिता तयोर्योगार्धमन्तरार्धं च भूम्यर्धमितं भुजार्धतुल्यं तच्छायाघातस्तु भुजार्धच्छायावर्ग एव । सच कर्णैकभुजयोस्त्रिभुजबाहुरूपयोर्योगार्द्धान्तरार्द्धच्छायाघातेनसमान इति द्वितीयसूत्रं चोपपन्नम् ॥

एवं चापयोगकोटिज्या चापान्तरकोटिज्यया युता सती चापकोटिज्ययोर्घातो द्विगुणस्त्रिज्याभक्तो भवति । अयं चापजात्ये कर्णकोटिज्यया द्विगुणया तुल्यः । भुजकोटिज्ययोर्घातस्य त्रिज्याभक्तस्य कर्णकोटिज्यात्वेन निश्चयात् । अतः कर्णकोटिज्या द्विगुणा भुजान्तरकोटिज्योना शेषं भुजयोगकोटिज्या तच्चापकोटिमितो भुजयोगो ज्ञातस्तस्य भुजान्तरस्य योगान्तरार्धे भुजौ संक्रमणरीत्या सुगमाविति तृतीयसूत्रमुपपन्नम् ।

अथ चतुर्थसूत्रोपपत्तिः । तत्र भुजसम्बन्धिकोटिज्ययोर्घाते त्रिज्याभक्ते ज्ञाता कर्णकोटिज्या $\frac{\text{प्रकोज्या · द्विकोज्या १}}{\text{त्रि १}}$ अनयोना त्रिज्याकर्णोत्क्रमज्या सा त्रिज्यागुणिता दलिता तदा त्रिज्ययोः समत्वेन नाशात् कर्णार्धज्यावर्गः सिद्धः। $\frac{\text{प्रकोज्या · द्विकोज्या १ त्रिव १}}{\text{२}}$ अत्र भाज्ये प्रथमखण्डस्वरूपं विचार्यते ।

तत्र चापद्वयांशसम्बन्धिभुजज्याकोटिज्यावर्गान्तरं त्रिज्याभक्तं चापकोटिज्या-भवतीति व्युत्पत्तावुक्तं तत्र भुजार्धे क,गसंज्ञे लाघवाय कृते तत्र प्रथमभुजको-

टिज्या $\frac{\text{कज्याव १ कक्रोव १}}{\text{त्रि १}}$ द्वितीयभुजकोटिज्या $\frac{\text{गज्याव १ गक्रोव १}}{\text{त्रि १}}$ अनयो-
र्घातः खण्डचतुष्टयात्मक इति न्यासः ।

$\frac{\text{कज्याव · गज्याव १ गज्याव · कक्रोव १ गक्रोव · कज्याव १ कक्रोव · गक्रोव १}}{\text{त्रिव १}}$ ।

अनेन द्वितीयखण्डं त्रिज्यावर्गरूपं हीनं जातः कर्णार्धज्यावर्गः ।

$\frac{\text{कज्याव·गज्याव १ गज्याव·कक्रोव १ गक्रोव·कज्याव १ कक्रोव·गक्रोव १ त्रिवव १}}{\text{त्रिव २}}$ ।

अथ प्रथमखण्डे कज्यावर्गस्य स्वरूपान्तरेण स्वकोटिज्यावर्गोनत्रिज्यावर्गमितेन कक्रोव १ त्रिव १ गज्यावर्गे ऋणगतो गुणित इति प्रथमखण्डं जातम् । कक्रोव · गज्याव १ त्रिव · गज्याव १ एवं कक्रोटिज्यावर्गस्य स्वरूपान्तरेण कज्याव १ त्रिव १ गक्रोटिज्यावर्गे ऋणगतो गुणित इति चतुर्थखण्डम् । कज्याव · गक्रोव १ त्रिव · गक्रोव १ द्वितीयतृतीयखण्डे यथास्थिते सर्वयोगः

$\frac{\text{कक्रोव १ गज्याव २ कज्याव · गक्रोव २ त्रिवव १ त्रिवव १}}{\text{त्रिव २}}$ तुल्ययोर्धनर्णयोर्नाशे हरेण द्विमितेन भक्ते च न्यासः $\frac{\text{कक्रोव · गज्याव १ कज्याव · गक्रोव १}}{\text{त्रिव १}}$ अयं कर्णार्द्धज्यावर्गः परस्परकोटिज्यागुणितभुजज्ययोस्त्रिज्याभक्तयोः फलवर्गयोगतुल्यस्तत एव चतुर्थसूत्रमुपपन्नम् ॥

अथ पञ्चमसूत्रोपपत्तिः । चापजात्ये ज्ञातभुजकर्णचापयोगान्तरज्याघातस्तदन्यभुजज्याज्ञातभुजकोटिज्याघातेन त्रिज्याभक्तेन तुल्य इति । तद्यथा । अ,क-भुजौ गकर्ण इति ग,कचापाभ्यां योगान्तरज्ये $\frac{\text{गज्या · कक्रो १ गक्रो · कज्या १}}{\text{त्रि १}}$ $\frac{\text{गज्या · कक्रो १ गक्रो · कज्या १}}{\text{त्रि १}}$ अनयोर्घाते मध्यखण्डयोर्धनर्णयोर्नाशे सिद्धमिदम् । $\frac{\text{गज्याव · कक्रोव १ गक्रोव · कज्याव १}}{\text{त्रिव १}}$ अत्र प्रथमखण्डे गचापज्यावर्गस्य स्वकोटिज्यावर्गोनत्रिज्यावर्गस्वरूपं कृत्वा । गक्रोव १ त्रिव १ । तस्य कचापकोटिज्यावर्गगुणनान्न्यासः । गक्रोव · कक्रोव १ त्रिव · कक्रोव १ गक्रोव · कज्याव १ । अत्र प्रथमतृतीयखण्डयोर्योगे न्यासः

अचगक्षेत्रे समद्विबाहुत्रिभुजे चकोणगकोणौ तुल्यौ तेन चकोणात् कगचकोणः शोधितः शेषं कगअकोणः । प्रथमचापजात्ये कगभुजलग्नो ज्ञातस्ततो ज्ञातकोणकगभुजाभ्यां कअ,गअमितौ भुजकर्णौ ज्ञातव्याविति प्रथमसूत्रमुपपन्नम् ।

अथ

> बाह्वोर्योगार्धजा छाया विवरार्धभया हता ।
> आधारार्धभया भक्ता लब्धचापं भवेत् किल ॥
> छायाखण्डैरन्तरार्धं द्वयोराबाधयोर्यतः ।
> अतोऽनेन युतं हीनमाधारार्धं तदावधे ॥

इति पूर्वोक्तसूत्रेण त्रिभुजे भुजयोगार्धच्छायान्तरार्धच्छायाघात आबाधायोगार्धान्तरार्धच्छायाघाततुल्य इति सिद्धमस्ति । चापजात्ये त्वेकभुजोपरि द्वितीयभुजस्य लम्बरूपत्वादाबाधा लघ्वी शून्यमिता बृहदाबाधा भूमिमिता तयोर्योगार्धमन्तरार्धं च भूम्यर्धमितं भुजार्धतुल्यं तच्छायाघातस्तु भुजार्धच्छायावर्ग एव । स च कर्णैकभुजयोस्त्रिभुजबाहुरूपयोर्योगार्द्धान्तरार्द्धच्छायाघातेनसमान इति द्वितीयसूत्रं चोपपन्नम् ॥

एवं चापयोगकोटिज्या चापान्तरकोटिज्यया युता सती चापकोटिज्ययोर्घातो द्विगुणस्त्रिज्याभक्तो भवति । अयं चापजात्ये कर्णकोटिज्यया द्विगुणया तुल्यः । भुजकोटिज्ययोर्घातस्य त्रिज्याभक्तस्य कर्णकोटिज्यात्वेन निश्चयात् । अतः कर्णकोटिज्या द्विगुणा भुजान्तरकोटिज्योना शेषं भुजयोगकोटिज्या तच्चापकोटिमितो भुजयोगो ज्ञातस्तस्य भुजान्तरस्य योगान्तरार्धे भुजौ संक्रमणरीत्या सुगमाविति तृतीयसूत्रमुपपन्नम् ।

अथ चतुर्थसूत्रोपपत्तिः । तत्र भुजसम्बन्धिकोटिज्ययोर्घाते त्रिज्याभक्ते जाता कर्णकोटिज्या $\frac{\text{प्रकोज्या} \cdot \text{द्विकोज्या १}}{\text{त्रि १}}$ अनयोना त्रिज्याकर्णोत्क्रमज्या सा त्रिज्यागुणिता दलिता तदा त्रिज्ययोः समत्वेन नाशात् कर्णार्धज्यावर्गः सिद्धः। $\frac{\text{प्रकोज्या} \cdot \text{द्विकोज्या १ त्रिव १}}{\text{२}}$ अत्र भाज्ये प्रथमखण्डस्वरूपं विचार्यते ।

तत्र चापदलांशसम्बन्धिभुजज्याकोटिज्यावर्गान्तरं त्रिज्याभक्तं चापकोटिज्याभवतीति ज्योत्पत्तावुक्तं तत्र भुजार्धे क,गसंज्ञे लाघवाय कृते तत्र प्रथमभुजको-

टिज्या कज्याव १̇ ककोव १ / त्रि १ द्वितीयभुजकोटिज्या गज्याव १̇ गकोव १ / त्रि १ अनयो-
र्घातः खण्डचतुष्टयात्मक इति न्यासः ।

कज्याव · गज्याव १ गज्याव · ककोव १̇ गकोव · कज्याव १̇ ककोव · गकोव १ / त्रिव १ ।

अनेन द्वितीयखण्डं त्रिज्यावर्गरूपं हीनं जातः कर्णार्धज्यावर्गः ।

कज्याव · गज्याव १̇ गज्याव · ककोव १ गकोव · कज्याव १ ककोव · गकोव १̇ त्रिवव १ / त्रिव २ ।

अथ प्रथमखण्डे कज्यावर्गस्य स्वरूपान्तरेण स्वकोटिज्यावर्गोनत्रिज्यावर्गमितेन ककोव १̇ त्रिव १ गज्यावर्ग ऋणगतो गुणित इति प्रथमखण्डं जातम् । ककोव · गज्याव १ त्रिव · गज्याव १̇ एवं ककोटिज्यावर्गस्य स्वरूपान्तरेण कज्याव १̇ त्रिव १ गकोटिज्यावर्ग ऋणगतो गुणित इति चतुर्थखण्डम् । कज्याव · गकोव १ त्रिव · गकोव १̇ द्वितीयतृतीयखण्डे यथास्थिते सर्वयोगः

ककोव १̇ गज्याव २ कज्याव · गकोव २ त्रिवव १̇ त्रिवव १ / त्रिव २ तुल्ययोर्धनर्णयोर्नाशे हरेण द्विमितेन भक्ते च न्यासः ककोव · गज्याव १ कज्याव · गकोव १ / त्रिव १ अयं कर्णार्द्धज्यावर्गः परस्परकोटिज्यागुणितभुजज्ययोस्त्रिज्याभक्तयोः फलवर्गयोग-तुल्यस्तत एव चतुर्थसूत्रमुपपन्नम् ॥

अथ पञ्चमसूत्रोपपत्तिः । चापजात्ये ज्ञातभुजकर्णचापयोगान्तरज्याघातस्त-दन्यभुजज्याज्ञातभुजकोटिज्याघातेन त्रिज्याभक्तेन तुल्य इति । तद्यथा । अ,क-भुजौ गकर्ण इति ग,कचापाभ्यां योगान्तरज्ये गज्या · ककाे १ गको · कज्या १ / त्रि १ गज्या · कको १ गको · कज्या १̇ / त्रि १ अनयोर्घाते मध्यखण्डयोर्धनर्णयोर्नाशे सिद्ध-मिदम् । गज्याव · ककोव १ गकोव · कज्याव १̇ / त्रिव १ अत्र प्रथमखण्डे गचापज्या-वर्गस्य स्वकोटिज्यावर्गोनत्रिज्यावर्गस्वरूपं कृत्वा । गकोव १̇ त्रिव १ । तस्य कचापकोटिज्यावर्गगुणनान्न्यासः । गकोव · ककोव १̇ त्रिव · ककोव १ गकोव · कज्याव १̇ । अत्र प्रथमतृतीयखण्डयोर्योगे न्यासः

गकोव · त्रिव १ त्रिव · ककोव १ / त्रिव १ भाज्ये हरभक्ते न्यासः । गकोव १ ककोव १

अत्र चापयोगान्तरज्याघातश्चापकोटिज्यावर्गान्तरेण सम इति सिद्धम् । अथ चापजात्ये भुजकोटिज्ययोर्घातस्त्रिज्याभक्तस्तद्वर्गः कर्णकोटिज्यावर्ग इति प्रथमखण्डम् अकोव · ककोव १ / त्रिव १ समच्छेदेन द्वितीयखण्डम् । त्रिव · ककोव १

द्वयोर्योगे न्यासः अज्याव · ककोव १ / त्रिव १ अत्र कर्णैकभुजचापयोः कोटिज्यावर्गान्तरं योगान्तरज्याघातसमं तथा कोटिज्यावर्गान्तरं सर्वत्र भुजज्यावर्गान्तरसमं तथैकभुजज्यावर्गद्वितीयभुजकोटिज्यावर्गघातेन त्रिज्यावर्गभक्तेन तुल्यं तन्मूलमिदम् अज्या · कको १ / त्रि १ अत्र भाज्ये हरभक्ते लब्धं चापयोगान्तरज्याघातमितं तत्र भाज्यस्य हरलब्धघातसाम्यादुक्तसूत्रमुपपन्नम् ।

एवं कर्णैकभुजयोर्वर्गान्तरमूलं त्रिज्यागुणमनेन अज्या · कको १ तुल्यमत एकभुजकोटिज्याभक्तं द्वितीयभुजज्या स्यात् । एतेन ।

बाहुज्यकावर्गहीनात् कर्णज्यावर्गतः पदम् ।
त्रिज्याघ्नं दोर्जकोटिज्याभक्तमज्ञातदोर्ज्यका ॥

इति सूत्रमुपपन्नम् ।

एवमन्येषां पूर्वोक्तानां चापजात्यसूत्राणामुपपत्तिर्यथा । त्रिभुजे अ,क,ग भुजास्तत्संमुखाः आ,का,गा,कोणाः सन्ति । तत्र गाआभुजः स्वमार्गेण तथा वर्धनीयो यथा आपाचापं नवत्यंशमितं स्यात् तथासति गापाचापं नवतियुक्तकभुजतुल्यमयमेको भुजः । पाबिन्दुतः काबिन्दुपर्यन्तं यच्चापं कृतं स द्वितीयभुजः । अभुजस्तृतीय इदमपि द्वितीयत्रिभुजम् । अथ आपाचापं नवत्यंशमितमेको भुजः । पाकाचापं द्वितीयः । गचापं तृतीय इदं तृतीयत्रिभुजम् । अत्र द्वितीयत्रिभुजे गापा,गाकाभुजाभ्यां तन्मध्यगतगाकोणज्ञाने पाकाभुजकोटिज्याज्ञानम् ।

कोणकोटिज्यकाघातबाह्वोर्ज्याभ्यां हता हृता ।

इति सूत्रेण संभवति । तत्र नवतियुक्तकभुजस्य कोटिज्याकचापज्यया ऋणरूपया तुल्या । तथाहि चापम् क १ रू ९० अस्य द्वितीयपदगतत्वाद्भुद-

त्यांशेभ्यः १८० शोधनेन जातो भुजः क १ रू ९० अस्य ज्या तु कचापकोटिज्या-मिता तथा तस्याः कोटिज्या कचापज्यैव । परन्तु चापस्य द्वितीयपदगतत्वात् तत्कोटिज्याया ऋणत्वात् प्रकृते कचापज्या ऋणम् । कज्या १ ।

अथान्यथोच्यते । चापयोगकोटिज्यानयने प्रागुक्ते कोटिज्ययोर्घाते त्रिज्याभक्ते भुजज्ययोर्घातस्त्रिज्याभक्तः शोध्य इति सिद्धमस्ति । तत्र कचापनवत्यंशयोर्ज्याकोटिज्यान्यासः

कज्या १	त्रि १
कको १	०

कोटिज्ययोर्घाते ० त्रिज्याभक्ते ० भुजज्ययोर्घातः कज्या · त्रि १ त्रिज्याभक्तो कज्या १ न शुद्ध्यतीति ऋणं जातः कज्या १ । एवमन्यत्रापि ज्ञेयम् । प्रकृते गाकाचापम् अभुजत्वेन कल्पितं तत उक्तवज्जाता पाकाचापकोटिज्या ।

$\frac{\text{कज्या · अको · त्रि १ कको · अज्या · गाको १}}{\text{त्रिव १}}$ अयमेकः पक्षः । एवं तृतीयत्रिभुजे आपा,आकाभुजाभ्याम् आकोणादपि पाकाचापकोटिज्या साध्या । तत्र आपाचापज्यायास्त्रिज्यामितत्वात् । आकोणकोटिज्या त्रिज्यागुणा गभुजज्यागुणा त्रिज्यावर्गभक्ता फलमेकमिदमृणम् । गाआकाकोणेनभार्धांशस्य पाआकाकोणत्वात् तस्य द्वितीयपदगतत्वेन तत्कोटिज्याया ऋणत्वात् ।

अत्र नवतिचापकोटिज्यायाः शून्यत्वात् । तेन आकाचापकोटिज्यागुणने शून्यतैवं द्वितीयफलं शून्यम् । अतः पाकाचापकोटिज्या $\frac{\text{गज्या · आको · त्रि १}}{\text{त्रिव १}}$ अयमपरपक्षः । पक्षयोः समहरापगमे समशोधने च कृते जातौ पक्षौ । कज्या · अको · त्रि १ = कको अज्या · गाको १ गज्या · आको · त्रि १ । एतौ अचापज्ययापवर्त्यौ तत्र प्रथमपक्षेऽपवर्तिते अचापकोटिच्छायाकचापज्याघात इति । अकोछा · कज्या १ । अथ द्वितीयपक्षस्य प्रथमखण्डमपवर्तितम् कको · गाको १ द्वितीयखण्डं च $\frac{\text{गज्या · आको · त्रि १}}{\text{अज्या १}}$ अत्र अचापज्यया गचापज्याया या निष्पत्तिः सैव आकोणज्यया गाकोणज्याया निष्पत्तिरिति फलाविशेषाद्द्वितीयखण्डम् $\frac{\text{गाज्या · आको · त्रि १}}{\text{आज्या १}}$ गाकोणज्याआकोटिच्छायाघात इति रूपमेवं पक्षयोर्न्यासः । अकोछा · कज्या = कको · गाको १ गाज्या · आकोछा १ । अत्र आ,गाकोणौ ज्ञातौ तल्लग्नः कभुजस्तथा आकोणसंमुखः अभु-

जश्च ज्ञातस्तत्रैकभुजकोटिच्छायापरभुजज्याघात एकः पक्षः। एवं परभुजज्या-तल्लग्नैककोणकोटिज्याघात इत्येकं खण्डं परभुजलग्नकोणयोरेकज्याद्वितीय-कोटिच्छायाघात इति द्वितीयखण्डमेवं द्वितीयपक्षः। अथैवं गा,काकोणाभ्यां तल्लग्नात् अभुजात् तदेककोणसंमुखात् गभुजादुक्तरीत्या जातौ पक्षौ। गकोछा· अज्या = अको · काको १ काज्या · गाकोछा १ एतौ तृतीयचतुर्थपक्षौ। अत्र प्रथमद्वितीयपक्षौ अभुजकोटिच्छाययापवर्त्यौ तत्र गाकोणस्य नवत्यंशमितत्वकल्पने ज्या त्रिज्यामिता कोटिज्या शून्यमिता तया द्वितीयपक्षे उत्थापिते न्यासः। अकोछा · कज्या १ = त्रि · आकोछा १ प्रथमेऽपवर्तिते जातम्। कज्या १।

अथ अभुजकोटिच्छायया $\frac{\text{अको · त्रि १}}{\text{अज्या १}}$ द्वितीयपक्षे भक्ते जातम्

$\frac{\text{अज्या · त्रि · आकोछा १}}{\text{अको · त्रि १}}$ अभुजचापच्छायया आकोणकोटिच्छाया गुण्या त्रि-ज्यया भाज्या कभुजचापज्या भवतीति सिद्धम्। एतेन

कोणस्य कोटिच्छायाघ्नी कोणसंमुखबाहुभा।
त्रिज्याभक्ता चापजात्ये कोणलग्नभुजज्यका॥

इति पूर्वोक्तसूत्रमुपपन्नम्। $\frac{\text{अछा · आकोछा १}}{\text{त्रि १}}$ हरलब्धघातस्य भाज्यसमत्वात् तस्य गुण्यगुणकघातत्वादत्र गुणकभागे फलं गुण्यसममिति।

कोणकोटिभया भक्ता कोणलग्नभुजज्यका।
त्रिज्याघ्नी च फलं ज्ञेया कोणसंमुखबाहुभा॥

इति सूत्रं चोपपन्नम्।

यत्र त्रिज्यागुणः कोटिच्छायाहरस्तत्र $\frac{\text{त्रि १}}{\text{कोछा १}}$ त्रिज्यायां हर $\frac{\text{कोज्या · त्रि १}}{\text{भुज्या १}}$ भक्तायां फलम् $\frac{\text{भुज्या · त्रि १}}{\text{कोज्या · त्रि १}}$ इदं चापच्छायायां त्रिज्याभक्तायां फलम्। तेन

चापजात्ये कोणलग्नभुजज्याकोणभाहतिः।
त्रिज्याभक्ता फलं छायाकोणसंमुखबाहुजा॥

इति सूत्रमप्युपपन्नम्।

अथ पूर्वलिखिततृतीयचतुर्थपक्षयोर्न्यासः । गकोछा · अज्या = अको · काको १ काज्या · गाकोछा १ अत्र गाकोणकोटिज्यायाः शून्यत्वात् तदुत्थापिते न्यासः । गकोछा · अज्या = अको · काको १ । एतौ पक्षौ अभुजकोटिज्यया-पवर्तितौ तत्र प्रथमपक्षे त्रिज्यामितौ गुणहरौ च कृतौ फलाविशेषादेवं न्यासः । $\frac{\text{गकोछा · अज्या · त्रि १}}{\text{अको · त्रि १}}$ =काको १ अत्र गभुजकोटिच्छाया अभुज-चापच्छायागुणा त्रिज्याभक्ता जाता काकोणकोटिज्या । एतेन

कोणलग्नभुजच्छाया कर्णकोटिभया हता ।
त्रिज्याभक्ता चापजात्ये कोणकोटिज्यका भवेत् ॥

इति सूत्रं तद्विलोमेन त्रिज्याघ्नी कोणकोटिज्येति सूत्रं चोपपन्नम् ।

अथ गाआकात्रिभुजे कोणकोटिज्यकेति सूत्रेण गभुजकोटिज्या $\frac{\text{गाको · अज्या · कज्या १ अको · कको · त्रि १}}{\text{त्रिव १}}$ प्रकृते चापजात्ये गभुजः कर्णः कल्पितस्तदा गाकोणो नवत्यंशास्तज्ज्या त्रिज्या तत्कोटिज्या शून्यं तेन प्रथमखण्डोत्थापने नाशादपरखण्डस्य त्रिज्यापवर्तनाज्जातेयम् । $\frac{\text{अको · कको १}}{\text{त्रि १}}$ कर्णकोटिज्यया समेति समीकरणात् कर्णकोटिज्यात्रिज्याघातस्य अभुज, कभुज-कोटिज्ययोर्घातेन साम्यं तेन दोर्जकोटिज्ययोर्घाते त्रिज्यया भाजिते फलम् । कर्णचापस्य कोटिज्येत्युपपन्नं तद्विलोमेन कर्णकोटिज्यकात्रिज्याघाते इति सूत्र-मुपपन्नम् ।

एवं कोणानां भुजत्वकल्पने भुजानां कोणत्वकल्पने धनर्णव्यत्यासाज्जाता गाकोणकोटिज्या $\frac{\text{गको · काज्या · आज्या १ काकोज्या · त्रि · आको १}}{\text{त्रिव १}}$ । इयं चापजात्ये शून्यसमेति समीकरणाल्लब्धं कर्णकोटिज्यामानम् $\frac{\text{काको · आको · त्रि १}}{\text{काज्या · आज्या १}}$ अत्र भाज्यहरौ त्रिज्यया गुणितौ तदा काकोणकोटि-ज्या त्रिज्यागुणा काकोणज्याभक्ता काकोणकोटिच्छाया तथा आकोणकोटिज्या त्रिज्यागुणा आकोणज्याभक्ता आकोणकोटिच्छाया तयोर्घातो भाज्यः । हर-स्त्रिज्यामितस्तेन कोणयोः कोटिजच्छायाघाते त्रिज्याविभाजिते । लब्धं तु कर्णकोटिज्येति सूत्रं तद्विलोमेन एककोणभया निघ्नी इति सूत्रं चोपपन्नम् ।

एवं काकोणकोटिज्या $\frac{\text{ककोज्या} \cdot \text{आज्या} \cdot \text{गाज्या १ आको} \cdot \text{गाको} \cdot \text{त्रि १}}{\text{त्रिव १}}$ अत्रा-
पि गाकोणकोटिज्यायाः शून्यमितत्वाद्द्वितीयखण्डनाशः। प्रथमखण्डे गाकोण-
ज्यास्थले त्रिज्याग्रहणाज्जाता $\frac{\text{ककोज्या} \cdot \text{त्रि} \cdot \text{आज्या १}}{\text{त्रिव १}}$ इयं काकोणकोटिज्यया स-
मेति समीकरणात् त्रिज्यापवर्तनात्। ककोज्या · आज्या १ = काको·त्रि १। कभुज-
कोटिज्याआकोणज्याघातः काकोणकोटिज्यात्रिज्याघाततुल्य इति सिद्धम्। तेन

कोणज्यकाकोणलग्नदोर्जकोटिज्यया हता।
त्रिज्याभक्ता फलं चान्यकोणकोटिज्यका भवेत्॥
त्रिज्याघ्नी कोणकोटिज्या परकोणज्यया हृता।
कोणसंमुखबाहोस्तु कोटिजीवा प्रजायते॥

इति सूत्रद्वयमुपपन्नम्।

अथ भुजज्ययोर्यानिष्पत्तिः सैव तत्संमुखकोणज्ययोरपीत्यत्र प्रकारान्तरेण युक्तिः। त्रिभुजे सर्वभुजयोगार्धं स १। अत्र भुजाधारयोगार्धमूनं भुजाभ्यामिति सूत्रेण भूबाहुयोगदलमत्र परः स ऊन इति सूत्रेण च आकोणार्धज्याकोटिज्ये यथा स १ क १। स · १ ग १ अनयोर्ज्याघातस्त्रिज्यावर्गगुणः क,गभुजज्ययोर्घातेन कज्या · गज्या १ भक्त इति प्रथमा। तथा। स १। स १ अ १ अनयोर्ज्याघातस्त्रिज्यावर्गगुण हरश्च पूर्वतुल्य इति द्वितीया। द्वयोर्घातमूलं तु सर्वभुजयोगार्धं चतुःस्थं सर्वभुजे रहितं तज्ज्यकानां घातमूलं त्रिज्यावर्गगुणं भाज्यः। हरघातमूलं हर एव हरः। इदं द्विगुणं त्रिज्याभक्तम् आकोणज्या। तत्र त्रिज्यापवर्तने गुणस्थान एव त्रिज्या। दलांशज्याकोटिज्याघातस्य द्विगुणस्य त्रिज्याभक्तस्य भुजज्यातुल्यत्वात्। न्यासः। स १। स १ अ १। स १ क १। स १ ग १। एषां ज्याघातमूलस्य गुणः। त्रि २। हरश्च पूर्वतुल्यः। कज्या · गज्या १ आकोणज्या अभुजज्याभक्ता जातो हरः। अज्या · कज्या · गज्या १। भाज्यस्तु यथास्थितः। एवं काकोणगाकोणज्यानयनं विधाय ते कभुजज्यया गभुजज्यया क्रमेण भक्ते भाज्यहरावीदृशावेव। अतः स्वस्वकोणज्यासंमुखभुजज्यया भक्ता समानगुणा भवतीति सिद्धम्।

अत्र गाकोणज्या त्रिज्यामिता चेत् तदा

कोणसंमुखबाहुज्या त्रिज्याघ्नी कर्णजीवया।
भक्ता फलं तु कोणज्या चापजात्याभिधानके॥

इति सूत्रमुपपन्नम् ।

एवमुक्तसूत्रेभ्यो मध्यज्यात्रिज्याघातः संलग्नयोश्छायाघातः संमुखयोः कोटिज्याघात इत्युपपन्नं भवतीति प्रागुक्तमेव । भुजौ २ कर्णकोटिः १ कोणकोटी २ चेति पञ्चावयवानां मध्ये स्वेच्छयैको मध्यसंज्ञस्तल्लग्नौ संलग्नसंज्ञौ संमुखौ संमुखसंज्ञाविति सर्वमुदाहृतमेव । एवमन्येषामपि सूत्राणामुपपत्तिः स्वधियोहनीयेति ॥

अथोक्तकतिपयसूत्रव्याप्तिदर्शनार्थमुदाहरणम् । नाडीवृत्तध्रुवसूत्रान्तरे विषुवांशा एको भुजः ध्रुवसूत्रे नाडीवृत्तक्रान्तिवृत्तान्तरं क्रान्तिरन्यो भुजः क्रान्तिवृत्ते नाडीवृत्तध्रुवसूत्रान्तरं ग्रहभुजांशाः कर्ण इति चापजात्यम् । अत्र नाडीवृत्तक्रान्तिवृत्तसंपातोत्पन्नकोणो हि परक्रान्त्यंशाः क्रान्तिवृत्तध्रुवसूत्रैक्यगतकोणो ग्रहायनवलनकोट्यंशा इत्येकभुजकर्णावगमे तद्भुजसंमुखकोणज्ञाने चान्यभुजज्ञानम् ।

कर्णज्याकोणकोटिज्याघाते कोटिज्यया हृते ।
कोणसंमुखबाहोस्तु कोणलग्नभुजज्यका ॥

इतिसूत्रेण ग्रहभुजज्या परात्पद्युज्यागुणा द्युज्याभक्ता विषुवांशज्येति सिद्धम् । अथ कर्णैकभुजाभ्यामन्यभुजज्ञानम् ।

बाहुज्यकावर्गहीनात् कर्णज्यावर्गतः पदम् ।
त्रिज्याघ्नं दोर्जकोटिज्याभक्तमज्ञातदोर्ज्यका ॥

इतिसूत्रेण ग्रहभुजज्याक्रान्तिज्यावर्गान्तरमूलं त्रिज्यागुणं द्युज्याभक्तं विषुवांशज्या भवति । अथवा कर्णकोटेर्मध्यसंज्ञत्वे कर्णकोटिज्यात्रिज्याघातो ज्ञातभुजैककोटिज्याभक्तो ज्ञातभुजकोटिज्या स्यात् । संमुखयोः कोटिज्याघातेन तुल्यत्वात् । अतो ग्रहकोटिज्या त्रिज्यागुणा द्युज्याभक्ता विषुवांशकोटिज्या तच्चापकोटिर्विषुवांशाः स्युः ।

अथ कर्णैकभुजाभ्यां कोणज्ञानं कर्तुमभीष्टं तत्र ज्ञातभुजलग्नकोणज्ञानं यथा ।

अत्र कोणकोटिर्मध्याभिधा तज्ज्यात्रिज्याघातः संलग्नयोः कर्णकोटिज्ञातभुजयोश्छायाघातेन तुल्य इति क्रान्तिच्छाया ग्रहकोट्यंशच्छायया हृता त्रिज्याभक्ता तच्चापमयनवलनम् । अयनवलनकोटेरेव क्रान्तिलग्नकोणत्वात् । अथ भुजसंमुखकोणज्ञानं कोणसंमुखबाहुज्येति सूत्रेण क्रान्तिज्या त्रिज्यागुणा

ग्रहभुजज्याभक्ता क्रान्तिभुजसंमुखकोणरूपपरक्रान्तिज्या । अत्र भुजो मध्यसंज्ञस्तज्ज्यात्रिज्याघातः संमुखाङ्गयोः परक्रान्तिकोटिकर्णकोटिरूपयोः कोटिज्याघातेन तुल्य इति ।

अत्र यथा क्रान्तिभुजांशाभ्यां शेषावयवज्ञानं दर्शितं तथैव विषुवांशभुजांशाभ्यां कोणयोः क्रान्तेश्च ज्ञानं संभवतीति ।

अथ कर्णैककोणाभ्यां शेषावयवज्ञानम् । तत्र कोणलग्नभुजज्ञानं यथा । अत्र कोणकोटिर्मध्यसंज्ञा । तज्ज्यात्रिज्याघातः संलग्नाङ्गयोः कर्णकोटिभुजयोश्छायाघातेन तुल्य इति ग्रहकोट्यंशच्छाया परात्पद्युज्यात्रिज्याघातो भक्तः फलं विषुवांशच्छाया । अथवा कर्णच्छायाचापजात्ये इति सूत्रेण ग्रहभुजांशच्छाया परात्पद्युज्यागुणा त्रिज्याभक्ता विषुवांशच्छाया तस्याश्छायाखण्डजं चापं विषुवांशा इति ।

अथ कोणसंमुखभुजज्ञानम् । ज्ञातभुजो मध्यस्तज्ज्यात्रिज्याघातः संमुखयोः कोणकोटिकर्णकोटिरूपयोः कोटिज्याघातेन सम इति ग्रहभुजज्या परक्रान्तिज्यागुणा त्रिज्याभक्ता क्रान्तिज्या तच्चापं क्रान्त्यंशाः ।

अथाज्ञातकोणज्ञानम् । अत्र कर्णकोटिर्मध्यसंज्ञा तज्ज्यात्रिज्याघातः संलग्नाङ्गयोः कोणकोट्योश्छायाघातेन तुल्य इति ग्रहकोटिज्या त्रिज्यागुणा परक्रान्तिकोटिच्छायया भक्ता तच्चापमयनवलनच्छाया । अथवा एककोणभया निघ्नीति सूत्रेण ग्रहकोटिज्या परक्रान्तिच्छायागुणा त्रिज्याभक्ता जाता सैव तस्या लब्धेश्छायाखण्डजं चापमयनवलनं तत्कोटिरन्यकोणमानम् । अत्र यथा ग्रहभुजांशपरक्रान्तिभ्यां शेषावयवाः सिद्धास्तथैव ग्रहभुजांशयष्टिचापाभ्यां विषुवांशक्रान्तिपरक्रान्तिज्ञानं कर्तव्यमिति ।

अथैकभुजैककोणाभ्यां शेषावयवज्ञानम् । तत्र कोणतल्लग्नभुजाभ्यामन्यभुजज्ञानं यथा । अत्र भुजो मध्यस्तज्ज्या त्रिज्याघातः संलग्नयोः कोणकोटिद्वितीयभुजच्छाययोर्घातेन तुल्य इति विषुवांशज्या त्रिज्यागुणा परक्रान्तिकोटिच्छायया भक्ता फलं क्रान्तिच्छाया । अथवा चापजात्ये कोणलग्नभुजज्याकोणभाहतिरिति सूत्रेण विषुवांशज्या परक्रान्तिच्छायागुणा त्रिज्याभक्ता जाता सैव तस्याश्छायाखण्डजं चापं क्रान्त्यंशाः ।

अथ कोणतत्संमुखभुजाभ्यामन्यभुजज्ञानं यथा । अनन्तरोक्तक्रियावैपरीत्येन क्रान्तिच्छाया त्रिज्यागुणा परक्रान्तिच्छायाभक्ता विषुवांशज्या भवति । अथवा भुजो मध्यसंज्ञस्तज्ज्यात्रिज्याघातः संलग्नयोः कोणकोटिद्वितीयभुजयोश्छायाघातेन तुल्य इति क्रान्तिच्छायापरक्रान्तिकोटिच्छायाघातस्त्रिज्या-

भक्ता विषुवांशज्या तच्चापं विषुवांशाः । एवं विषुवांशयष्टिचापाभ्यामपि शेषज्ञानम् ।

अथ कोणसंमुखभुजात् कोणाच्च कर्णज्ञानम् । अत्र भुजो मध्यसंज्ञस्तज्ज्यात्रिज्याघातः संमुखयोः कर्णकोटिकोणकोट्योः कोटिज्ययोर्घातेन तुल्य इति क्रान्तिज्या त्रिज्यागुणा परक्रान्तिज्याभक्ता जाता ग्रहभुजज्या । एवं विषुवांशज्या त्रिज्यागुणा यष्टिभक्ता सैव वा । तच्चापं ग्रहभुजांशाः ।

अथ कोणतल्लग्नभुजयोर्ज्ञाने कर्णज्ञानम् । अत्र कोणकोटिर्मध्यसंज्ञा तज्ज्यात्रिज्याघातः संलग्नयोः कर्णकोटिज्ञातभुजयोश्छायाघातेन तुल्य इति परक्रान्तिकोटिज्या त्रिज्यागुणा विषुवांशच्छायाभक्ता फलस्य च्छायासु यच्चापं तत्कोटिर्ग्रहभुजांशाः । अथ वा कोणलग्नभुजच्छायेतिसूत्रेण विषुवांशच्छाया त्रिज्यागुणा पराल्पद्युज्याभक्ता फलं ग्रहभुजांशच्छायेति ।

अत्र तत्वविवेककारेण विषुवांशतल्लग्नकोणाभ्यामन्यकोणज्ञानं कृत्वा ततः कर्णानयनं कृतमस्ति । तथाहि ।

कोणज्यका कोणलग्नदोर्जकोटिज्यया हता ।
त्रिज्याभक्ता फलं चान्यकोणकोटिज्यका भवेत् ॥

इतिसूत्रेण विषुवांशकोटिज्या परक्रान्तिज्यागुणा त्रिज्याभक्ता फलवर्गत्रिज्यावर्गान्तरमूलं यष्टिः सैवान्यकोणज्या । तया यदि स्वसंमुखभुजज्या विषुवांशज्यारूपा लभ्यते तदा समकोणज्यया त्रिज्यारूपया केति जाता ग्रहभुजज्या । एतेन या बाहुजीवा विषुवांशकानां स्वकोटिजातद्युगुणेन भक्ता । त्रिज्यागुणेत्यादि कमलाकरोक्तमुपपन्नम् ।

अत्र कोणकोटिर्मध्याभिधा तज्ज्यात्रिज्याघातः संमुखाङ्गयोः भुजद्वितीयकोणकोटिजनितकोटिज्ययोर्घातेन समान इति तेन भुजतल्लग्नकोणाभ्यामन्यकोणज्ञानंजातम् । एवं ज्ञातकोणकोटिज्यात्रिज्याघातः कोणसंमुखभुजजकोटिज्याभक्तस्तज्ज्चापमन्यकोणमानम् । एतेन कोणात् तत्संमुखभुजाच्चान्यकोणज्ञानं जातम् । अतः परक्रान्तिकोटिज्या त्रिज्यागुणा द्युज्याभक्ता यष्टिस्तच्चापं कोणमानं वा । कोणकोटिज्यायनवलनज्यारूपा त्रिज्यागुणा विषुवांशकोटिज्याभक्ता जाता कोणज्या परक्रान्तिज्यास्वरूपेति ।

कोणसंमुखदोर्जातकोटिज्याप्ता त्रिभज्यका ।
कोणकोटिज्यया निघ्नी सान्यकोणज्यका मता ॥

अथ कोणाभ्यां शेषावयवज्ञानम् । तत्रानन्तरोक्तक्रियावैपरीत्येन कोणकोटिज्या त्रिज्यागुणा द्वितीयकोणज्याभक्ता फलं कोणलग्नदोर्जकोटिज्यैव । अतः परक्रान्तिकोटिज्या त्रिज्यागुणा यष्टिभक्ता क्रान्तिकोटिज्या तच्चापकोटिः क्रान्तिः । एवं यष्टिचापकोटिज्याऽयनवलनज्यारूपा त्रिज्यागुणा परक्रान्तिज्याभक्ता तच्चापकोटिर्विषुवांशाः ॥

त्रिज्याघ्नी कोणकोटिज्या परकोणज्यया हृता ।
कोणसंमुखबाहोस्तु कोटिजीवा प्रजायते ॥

एवं कोणाभ्यां भुजद्वयज्ञानं जातम् ।

अथ कोणाभ्यां कर्णज्ञानम् । कर्णकोटिर्मध्याभिधा तज्ज्यात्रिज्याघातः संलग्नयोः कोणकोट्योश्छायाघातेन समान इति कोणद्वयकोटिच्छाययोर्घातस्त्रिज्याभक्तः फलस्य च्छायासु यच्चापं तत्कोटिः कर्णः । अतः परक्रान्तिकोटिच्छाया यष्टिचापकोटिच्छायागुणा त्रिज्याभक्ता तच्चापकोटिर्ग्रहभुजांशा इति ।

अथ भुजाभ्यां कर्णज्ञानम् । अत्र बाहुज्यकावर्गहीनादितिसूत्रविलोमरीत्यैकभुजज्या द्वितीयभुजकोटिज्यया हता त्रिज्याभक्ता लब्धवर्गद्वितीयभुजज्यावर्गयोगमूलं कर्णज्या । यथा विषुवांशज्या द्युज्यागुणा त्रिज्याभक्ता फलवर्गक्रान्तिज्यावर्गयोगमूलं ग्रहभुजज्या वा क्रान्तिज्या विषुवांशकोटिज्यागुणा त्रिज्याभक्ता फलवर्गविषुवांशज्यावर्गयोगमूलं सैव तच्चापं भुजांशाः । अथ वा कर्णकोटिर्मध्यसंज्ञा तज्ज्यात्रिज्याघातः संमुखयोर्भुजयोः कोटिज्याघातेन तुल्य इति विषुवांशकोटिज्या द्युज्यागुणा त्रिज्याभक्ता तच्चापोननवत्यंशा ग्रहभुजांशाः स्युः । अत्र द्युज्या तु क्रान्तिकोटिज्या सा विषुवांशान्यक्रान्तिकोटिज्यारूपा ततो विषुवांशकोटिज्या विषुवांशान्यक्रान्तिकोटिज्यया गुणिता त्रिज्याभक्ता जाता ग्रहकोटिज्या । विषुवांशान्यक्रान्तेर्ग्रहक्रान्तिसाम्यमग्रे व्यक्तीभविष्यतीति ।

अथ भुजाभ्यां कोणज्ञानं यथा । अत्र भुजोमध्यसंज्ञस्तज्ज्यात्रिज्याघातः संलग्नयोर्द्वितीयभुजच्छायाद्वितीयभुजसंमुखकोणकोटिच्छाययोर्घातेन तुल्य इति । तेन एकभुजज्या त्रिज्यागुणा द्वितीयभुजच्छायाभक्ता फलमेकभुजलग्नकोणकोटिच्छाया भवत्यतो विषुवांशज्या त्रिज्यागुणा क्रान्तिच्छायाभक्ता फलस्य च्छायासुचापं परक्रान्तिकोटिः । एवं क्रान्तिज्या त्रिज्यागुणा विषुवांशच्छायाभक्ता फलस्य च्छायासुचापं यष्टिचापकोटिरिति । अथ वा कोणसंमुख-

दोश्छाया त्रिज्याघ्नी कोणभाहृतेतिसूत्रेण विषुवांशच्छाया त्रिज्यागुणा क्रान्तिज्याभक्ता जाता यष्टिचापरूपकोणच्छाया । एवं क्रान्तिच्छाया त्रिज्यागुणा विषुवांशज्याभक्ता परक्रान्तिरूपकोणच्छायेति । एवं पञ्चावयवेष्ववयवद्वयज्ञाने शेषावयवत्रितयावगमो दर्शितः ॥

अथ भुजद्वयकर्णज्ञाने कोणकोटिज्ञानं यथा ।

कोणलग्नभुजज्याघ्नी कोण मुखबाहुजा ।
कोटिज्या कर्णजीवाप्ता कोणकोटिज्यका मता ॥

इति सूत्रेण विषुवांशकोटिज्या क्रान्तिज्यागुणा ग्रहभुजज्याभक्तायनवलनज्या । द्युज्या विषुवांशज्यागुणा ग्रहभुजज्याभक्ता परक्रान्तिकोटिज्यावेति ।

अथ कर्णभुजाभ्यां भुजसंमुखकोणादन्यकोणज्ञानम् ।

भुजसंमुखकोणज्या कर्णकोटिज्यकागुणा ।
भुजकोटिज्ययाप्तान्यकोणकोटिज्यका भवेत् ॥

इति सूत्रेण परक्रान्तिज्या ग्रहकोटिज्यागुणा क्रान्तिकोटिज्यया भक्ता जातायनवलनज्या । तथा यष्टिर्ग्रहकोटिज्यागुणा विषुवांशकोटिज्याभक्ता जाता परक्रान्तिकोटिज्येत्येवं सर्वेषु चापजात्येषु सर्वाः क्रिया योजनीयाः ॥

अथान्यक्रान्तिसाधनम् । क्रान्तिवृत्ते नाडीवृत्ताद्ग्रहावधि भुजांशा एकभुजः । ग्रहगतकदम्बसूत्रे नाडीवृत्तग्रहयोरन्तरमन्यक्रान्तिरन्यभुजः । नाडीवृत्ते क्रान्तिवृत्तग्रहकदम्बसूत्रयोरन्तरं कर्ण इति चापजात्यम् । अत्र नाडीवृत्तकदम्बसूत्रयोगकोणः सत्रिभग्रहद्युज्याचापांशाः । ग्रहगतः समकोणो नाडीवृत्तक्रान्तिवृत्तसंपातगतः कोणः परक्रान्त्यंशाः । अत्र सत्रिभग्रहद्युज्यया ग्रहभुजज्या तदा क्रान्तिज्यया केति तच्चापमन्यक्रान्तिः । एवं सत्रिभग्रहद्युज्यया भुजज्या तदा त्रिज्यया केति तच्चापं कर्णः । अथवा चापजात्ये कोणलग्नभुजज्याकोणभाहतिरिति सूत्रेण ग्रहभुजज्या परक्रान्तिच्छायागुणा त्रिज्याभक्ता फलमन्यक्रान्तिच्छाया तस्याश्छायाखण्डैर्यच्चापं सान्यक्रान्तिरिति । एवं

कोणसंमुखदोर्जातकोटिज्याप्ता त्रिभज्यका ।
कोणकोटिज्ययानिघ्नी साऽन्यकोणज्यका मता ॥

इति सूत्रेण प्रकृतचापजात्ये परात्पद्युज्या त्रिज्यागुणा सत्रिभग्रहद्युज्याभक्ता फलचापेननवतिमिता अन्यक्रान्त्यंशाः सिद्धाः ।

अथान्यविचारः ।

ख

चापजात्ये कर्णभूमौ लम्बश्चेद्भुजयोगतः ।
दोर्द्वयज्याहतिसमा लम्बभूशिञ्जिनीहतिः ॥

इति यथान्तरोक्तचापजात्ये नाडीवृत्ते क्रान्तिवृत्तकदम्बसूत्रान्तरं कर्णस्तद्रूपभूमौ ग्रहस्थानाल्लम्बः कृत आद्यक्रान्तिरूपः । अत्र विषुवांशा एकाबाधा नाडीवृत्ते ध्रुवसूत्रकदम्बसूत्रान्तरमन्याबाधा ग्रहभुजांशान्त्यक्रान्तिमितौ भुजौ आबाधालग्नौ सत्रिभग्रहद्युज्याचापांशपरक्रान्त्यंशमितौ कोणौ । एवं लम्बलग्नाद्ययनवलनपृष्ठचापमितौ कोणौ । अत्र भूरूपकर्णज्याद्यक्रान्तिज्यागुणा सा ग्रहभुजज्यान्त्यक्रान्तिज्याघातेन तुल्या भवति ।

अत्रोपपत्तिः । विषुवांशाद्यक्रान्तिमितौ भुजौ ग्रहभुजांशाः कर्ण इति चापजात्यं प्रथमं तथा ध्रुवसूत्रकदम्बसूत्रान्तरगता नाडीवृत्तीयभाग एकभुजः । आद्यक्रान्तिरन्यभुजः । अन्यक्रान्तिः कर्ण इति चापजात्यं द्वितीयम् । अनयोः संयोगतउत्पन्नमुक्तबृहच्चापजात्यम् । तत्र कर्णज्यया यदि त्रिज्या तदा ग्रहभुजज्यया केति नाडीवृत्तकदम्बसूत्रोत्पन्नकोणज्या । अथ द्वितीयचापजात्येऽप्येतत्तुल्यैव कोणज्यास्ति । अतस्त्रिज्यया यद्यन्त्यक्रान्तिज्या तदागतयाकोणज्यया केत्याद्यक्रान्तिज्या $\frac{\text{भु}\cdot\text{त्रि}\cdot\text{अक्रा १}}{\text{क}\cdot\text{त्रि १}}$ अत्र त्रिज्ययोर्गुणहरयोर्नाशे भुजज्यान्त्यक्रान्तिज्यागुणा कर्णज्यया भक्ता जाता लम्बजा ज्येति । अत्र यदि तृतीयक्षेत्रकर्णज्ययान्त्यक्रान्तिज्या लभ्यते तदा प्रथमक्षेत्रकर्णज्यया ग्रहभुजज्यारूपया केति लम्बरूपाद्यक्रान्तिज्या । अत्रानुपाते प्रमाणफलेच्छाफलचापरूपभुजौ परक्रान्तिकोणसंमुखौ वर्तेते ।

अथान्यथोच्यते । यदि बृहत्क्षेत्रकर्णज्यया त्रिज्या तदान्यक्रान्तिज्यया केति नाडीवृत्तक्रान्तिवृत्तोत्पन्नकोणज्या । इयमेव प्रथमचापजात्येऽप्यस्ति । अत्र त्रिज्यया ग्रहभुजज्या तदानीतकोणज्यया केत्याद्यक्रान्तिज्या । अत्रापि त्रिज्यातुल्ययोर्गुणहरयोर्नाशे यथोक्तैव क्रिया संपद्यते । तत्र बृहत्क्षेत्रकर्णज्यया ग्रहभुजज्या लभ्यते तदा द्वितीयक्षेत्रकर्णज्ययान्त्यक्रान्तिज्यारूपया केति सैवाद्यक्रान्तिज्या । अत्रानुपाते प्रमाणफलेच्छाफलचापरूपभुजौ नाडीवृत्तकदम्बसूत्रयोगजकोणसंमुखौ तिष्ठत इति ।

अथ द्वितीयचापजात्यतोऽप्यन्त्यक्रान्तिसाधनम् । अत्रापि नाडीवृत्तकदम्बसूत्रसंपातकोणः सत्रिभग्रहद्युज्यांशा एवातस्तज्ज्यया यद्याद्यक्रान्तिज्या तदा समकोणज्यया त्रिज्यामितया केत्यन्त्यक्रान्तिज्या स्यादेवमन्यप्रकारैरपि साधनीया ।

अथान्योदाहरणम् । विषुवांशा एकभुजः । आद्यक्रान्तिरन्यभुजः । ग्रहभुजांशाः कर्ण इति चापजात्ये कदम्बद्वयप्रोतवृत्तं विषुवांशाग्रे नेयम् । अत्र विषुवांशाग्रतः क्रान्तिवृत्तावधि यच्चापं तदेव विषुवांशाग्रक्रान्तिस्वरूपं लम्बः । ग्रहभुजांशा भूमिः । विषुवांशग्रहाद्यक्रान्तिमितौ भुजौ । अत्र ग्रहाद्यक्रान्तिरेव विषुवांशान्यक्रान्तिः । नाडीवृत्तस्य क्रान्तिवृत्तत्वकल्पने क्रान्तिवृत्तं नाडीवृत्तरूपं भवितुमर्हति तदा ध्रुवावेव कदम्बौ तथा कदम्बावेव ध्रुवावित्युक्तं युक्तमेव । अत्र सत्रिभत्रित्रिभग्रहयोः क्रान्ती समे तथा तत्कोटी च तुल्ये तेन सत्रिभग्रहद्युज्या वित्रिभग्रहद्युज्यातुल्यैव । एवं वित्रिभग्रहायनवलनमेव ग्रहान्यक्रान्तिः । वित्रिभग्रहस्यानात्ववत्यंशान्तरितवृत्तस्य ग्रहकदम्बसूत्ररूपत्वात् । अत्र क्रान्तिज्यावर्गोनो जिनज्यावर्गः सत्रिभग्रहक्रान्तिज्यावर्गः । क्राव १ जिव १ । एतदूनस्त्रिज्यावर्गः सत्रिभग्रहद्युज्यावर्गः । क्राव १ जिव १ त्रिव १ । जिनज्यावर्गोनत्रिज्यावर्गः पराल्पद्युज्यावर्गस्तस्यक्रान्तिज्यावर्गयोगे सत्रिभग्रहद्युज्यावर्गत्वं सिद्धम् ।

> क्रान्तिज्यकाकृतियुतात् त्रिगृहद्युजीवा
> वर्गात् पदं त्रिभयुतग्रहजा द्युजीवा ।
> यद्वित्रिभग्रहभवायनवालनं स्या-
> दन्यापमेन खचरस्य समं तदुक्तम् ॥

अथान्यथा सजातीयोदाहरणप्रदर्शनार्थं स्पष्टक्रान्तिसाधनम् । नाडीवृत्तग्रहचिह्नान्तरं कदम्बसूत्रेऽन्यक्रान्तिः । ग्रहचिह्नाद्बिम्बावधि शरः । द्वयोरेकदिक्त्वे योगो भिन्नदिश्यन्तरं स्फुटान्यक्रान्तिः । कदम्बसूत्रे नाडीवृत्तबिम्बान्तररूपा कर्णः । बिम्बध्रुवसूत्रे नाडीवृत्तबिम्बान्तरं स्पष्टक्रान्तिरेकभुजः । नाडीवृत्ते बिम्बध्रुवसूत्रकदम्बसूत्रान्तरमन्यभुज इति चापजात्यं प्रथमं तथा कदम्बसूत्रेऽन्यक्रान्तिः कर्णः । ग्रहध्रुवसूत्रे आद्यक्रान्तिरेकभुजः नाडीवृत्ते द्वयोरन्तरमन्यभुज इति चापजात्यं द्वितीयम् । अत्र ग्रहचिह्नबिम्बयोर्नाडीवृत्तादेकदिग्गतत्वे प्रथमक्षेत्रान्तर्गतं द्वितीयक्षेत्रं तथा भिन्नदिग्गतत्वे बहिःकोणलग्नं परं कदम्बसूत्रे द्वयोः कर्णौ नाडीवृत्ते द्वयोरन्यभुजावस्थितिरिति साजात्यं वर्तत एव । अत्र द्वितीयक्षेत्रेऽन्यक्रान्तिज्यया त्रिज्या तदाद्यक्रान्तिज्यया केति कदम्बसूत्रनाडीवृत्तोत्पन्नकोणज्या सत्रिभग्रहद्युज्यारूपा । एतत्तुल्यैव प्रथमक्षेत्रे कोणज्या तेन प्रथमक्षेत्रे समकोणज्यया स्फुटान्यक्रान्तिज्या तदा सत्रिभग्रहद्युज्यामितया केति स्पष्टक्रान्तिज्या सिद्धा ततोऽत्र त्रिज्ययोर्नाशे स्फुटान्य-

क्रान्तिज्याया आद्यक्रान्तिज्या गुणोऽन्यक्रान्तिज्या हरस्तेनान्यक्रान्तिज्यामितया कर्णज्यया भुजज्याद्यक्रान्तिज्या लभ्यते तदा स्फुटान्यक्रान्तिज्यया केति स्पष्टक्रान्तिज्यारूपा भुजज्येत्यनुपातकरणं पर्यवसितमत्रानुपातेऽपि तुल्यकोणसंमुखौ भुजौ प्रमाणफलेच्छाफलचापस्वरूपौ तिष्ठतइति । अत्र स्फुटान्यक्रान्तिज्या सत्रिभग्रहद्युज्यागुणा त्रिज्याभक्ता तच्चापं स्पष्टक्रान्तिरिति रीतिरपि पूर्वं सिद्धैव ।

अथ युक्तिवैचित्र्यदर्शनार्थं प्रकारान्तरेण स्पष्टक्रान्तिसाधनं श्रीबापूदेवकृतं लिख्यते ।

ग्रहस्यास्फुटक्रान्तिजीवेषुकोटि-
ज्यकाघ्नी त्रिभज्याहृतायो शरज्या ।
त्रिभद्युज्यकाघ्नी त्रिभज्याविभक्ता
तयोः संस्कृतेः स्यात् स्फुटक्रान्तिजीवा ॥

अत्रोपपत्तिर्मयोच्यते । क्रान्तिज्या त्रिज्यागुणा सत्रिभग्रहद्युज्याभक्ता जातान्यक्रान्तिज्या । तथा पराल्पद्युज्या त्रिज्यागुणा सत्रिभग्रहद्युज्यभक्ता जातान्यक्रान्तिकोटिज्या । पराल्पद्युज्यात्रिज्याघातस्य द्युज्यया भागे ग्रहायनवलनकोटिज्यात्वेन पूर्वं निरूपणात् सत्रिभग्रहद्युज्यया भजनेन सत्रिभग्रहायनवलनकोटिज्यासिद्धिस्तुल्यन्यायात् । एवमानीतान्यक्रान्तिज्याकोटिज्ययोः शरज्याकोटिज्याभ्यां भावनार्थं न्यासः

क्रा · त्रि १ / सद्यु १	श १
पद्यु · त्रि १ / सद्यु १	शको १

दोर्ज्ये मिथः कोटिज्यागुणे त्रिज्याभक्ते तत्र त्रिज्यातुल्ययोर्गुणहरयोर्नाशात् सिद्धे खण्डे

क्रा · शको १ / सद्यु १	श · पद्यु १ / सद्यु १

अनयोर्योगोऽन्तरं वा स्फुटान्यक्रान्तिज्या तत इयं सत्रिभग्रहद्युज्यागुणा त्रिज्याभक्ता जाता । तत्र सत्रिभग्रहद्युज्ययोः समत्वेन नाशात् सिद्धे खण्डे ।

क्रा · शको १ / त्रि १	श · पद्यु १ / त्रि १

इयं स्पष्टक्रान्तिज्या । अतः शरज्यापराल्पद्युज्याहतिस्त्रिज्याभक्ता तथा क्रान्तिज्याशरकोटिज्याहतिस्त्रिज्याभक्ता फलयोरन्तरं क्रान्तिशरयोर्भिन्नदिशि तथा फलैक्यमेकदिशि जाता स्पष्टक्रान्तिज्या तच्चापं स्पष्टक्रान्तिरित्युक्तसूत्रमुपपन्नम् ।

अथान्यसाजात्योदाहरणं प्रदर्श्यते । नाडीवृत्ते विषुवांशा एकभुजः । ध्रुवसूत्रे क्रान्तिरन्यभुजः क्रान्तिवृत्ते ग्रहभुजांशाः कर्ण इति चापजात्यं प्रथमम् । अत्र परक्रान्तियष्टिचापमितौ कोणौ । अथ ध्रुवसूत्रे ग्रहध्रुवान्तरे द्युज्याचापांशाः कर्णः क्रान्तिवृत्ते ग्रहादयनवृत्तावधि ग्रहकोट्यंशा एकभुजः । अयनवृत्ते क्रान्तिवृत्ताद्ध्रुवावधि पराल्पद्युज्याचापांशा अन्यभुज इति द्वितीयं चापजात्यम् । अत्र विषुवांशकोटियष्टिचापमितौ कोणौ वर्तेते । द्वयोः क्षेत्रयोर्यष्टिचापमितौ कोणौ संमुखगौ तुल्यावेव । तत्संमुखः प्रथमे विषुवांशरूपो द्वितीये परालपद्युज्याचापरूपो भुजोऽस्ति । अथानुपातः । द्वितीये कर्णज्यया द्युज्यामितया भुजज्या परालपद्युज्यामिता तदा प्रथमे कर्णज्यया ग्रहभुजज्यामितया केति जातैकभुजज्या विषुवांशज्यास्वरूपेतियुक्तिस्तु प्रागेव । अत्र प्रथमक्षेत्रभुजकर्णकोणानां क्रान्तिभुजांशजिनांशमितानां कोटयो द्युज्याचापांशग्रहकोट्यंशत्रिभद्युज्याचापांशा एव द्वितीयक्षेत्रे कर्णैकभुजान्यभुजाः सन्ति तथा प्रथमक्षेत्रे विषुवांशा भुजस्तत्कोटिर्द्वितीयक्षेत्रे ध्रुवसूत्रायनवृत्तयोगजकोणोऽस्ति यष्टिचापरूपकोणस्तूभयत्रास्तीति ज्ञेयम् । अथ द्वितीयक्षेत्रे द्युज्यया समकोणज्या तदा परालपद्युज्यया केति यष्टिस्तच्चापं क्रान्तिवृत्तध्रुवसूत्रयोगजकोण इति । अथायनवृत्ते ध्रुवकदम्बान्तरं परक्रान्तिमितं कर्णः । ध्रुवसूत्रे ध्रुवाद्ग्रहत्रिज्यावृत्तावधि ग्रहक्रान्तिरेकभुजः । ग्रहत्रिज्यावृत्ते ध्रुवसूत्रात् कदम्बपर्यन्तमयनवलनमन्यभुज इति तृतीयं चापजात्यम् । अत्र द्वितीयतृतीयक्षेत्रयोर्ध्रुवगतकोणौ विषुवांशकोटिमितौ तुल्यावेव ततो द्वितीयक्षेत्रे द्युज्यया ग्रहकोटिज्या तदा तृतीये परक्रान्तिज्यया केत्ययनवलनज्या तच्चापमयनवलनम् । एवं कर्णकोटिज्यकात्रिज्याघात इतिसूत्रेण परक्रान्तिकर्णकोटिज्या परालपद्युज्यामिता त्रिज्यागुणा क्रान्तिभुजकोटिज्यामितया द्युज्यया भक्ताऽन्यभुजकोटिज्या यष्टिरूपोपपन्ना अत्रापि द्वितीयक्षेत्रीयकोणभुजकर्णानां कोटयस्तृतीयक्षेत्रभुजकर्णभुजा द्रष्टव्याः । अथ ग्रहत्रिज्यावृत्ते कदम्बनाडीवृत्तान्तरं यष्टिचापमितं कर्णः । अयनवृत्ते कदम्बान्नाडीवृत्तावधि परालपद्युज्याचापांशा एकभुजः । नाडीवृत्ते ग्रहत्रिज्यावृत्तायनवृत्तान्तरं विषुवांशा अन्यभुज इति चतुर्थचापजात्यम् । अत्र तृतीयचतुर्थक्षेत्रयोः कदम्बगतकोणौ ग्रहभुजांशमितौ संमुखगौ तुल्यावेव । अत्र तृतीये परक्रान्तिज्यया क्रान्तिज्या तदा चतुर्थे यष्टिमितया कर्णज्यया केति विषुवांशज्या । एवं चतुर्थे यष्टिमितया समकोणज्या तदा विषुवांशज्यया केति ग्रहभुजज्यारूपा कोणज्या सिद्धा । अथ नाडीवृत्ते क्रान्तिवृत्ताद्ग्रह-

त्रिज्यावृत्तावधि विषुवांशकोटिमितं कर्णः। क्रान्तिवृत्ते नाडीवृत्ताद्ग्रहत्रिज्या-वृत्तावधि ग्रहकोट्यंशा एकभुजः। ग्रहत्रिज्यावृत्ते नाडीवृत्तक्रान्तिवृत्तान्तर-मयनवलनमन्यभुज इति पञ्चमं चापजात्यम्। अत्र चतुर्थपञ्चमयोः संमुख-गौ कोणौ ग्रहत्रिज्यावृत्तनाडीवृत्तोत्पन्नौ द्युज्याचापांशमितौ तुल्यावेव ततो यष्टिमितया कर्णज्यया परात्पद्युज्या तदा विषुवांशकोटिज्यया केति ग्रह-कोटिज्या। एवं पंचमक्षेत्रप्रथमक्षेत्रयोरपि साजात्यं द्वयोः संमुखगतकोणयोः परक्रान्तिमितत्वात्। अतो विषुवांशकोटिज्यया ग्रहायनवलनज्या तदा ग्रह-भुजज्यया केति क्रान्तिज्या एवं प्रथमक्षेत्रोत्पन्नानि पञ्चमक्षेत्राण्येवंबहूनि द्रष्टव्यानीति।

अथैकचापजात्यज्ञाने द्वितीयचापजात्यज्ञानं कर्णैकतायां प्रदर्श्यते। यथा क्षितिजे पूर्वस्वस्तिकादग्राग्रपर्यन्तमग्राचापांशाः कर्णः। अग्राग्रगतध्रुवसूत्रे नाडीवृत्तावधि क्रान्तिरेकभुजः। नाडीवृत्ते तद्ध्रुवसूत्रात् पूर्वस्वस्तिकावधि चरांशा अन्यभुज इति चापजात्यं प्रथमम्। अत्र पूर्वस्वस्तिकगतकोणो नाडी-वृत्तक्षितिजयोगजो लम्बांशाः। नाडीवृत्तध्रुवसूत्रयोगजः समकोणो नवत्यंशाः। अतस्त्रिज्ययाग्रा लभ्यते तदा लम्बज्यया केति क्रान्तिज्या तच्चापं क्रान्तिः। अथवा पूर्वस्वस्तिकान्नवत्यंशाग्रे नाडीवृत्तक्षितिजयोरन्तरं परमं लम्बांशमित-मतस्त्रिज्याग्रे लम्बज्या तदाग्राग्रे केति जाता सैव क्रान्तिज्या अत्रेयं क्रान्ति-रन्यभुजचराग्रयनाडीवृत्तपृष्ठकेन्द्ररूपध्रुवद्वयप्रोतकर्णाग्रलग्नवृत्ते भवितुमर्हति। अथ क्षितिजोन्मण्डलयोरन्तरं परममक्षांशमितं पूर्वस्वस्तिकात् त्रिज्याग्रेऽक्षज्या तदाग्राग्रे केति जाता कुज्या तच्चापं नाडीवृत्तयाम्योत्तरवृत्तसंपातरूपोन्म-ण्डलपृष्ठकेन्द्रद्वयप्रोतगताग्राग्रलग्नवृत्ते उन्मण्डलक्षितिजान्तरं सिद्धम्। अत्रा-ग्राचापं कर्णः कुज्याचापमेकभुज उन्मण्डले पूर्वस्वस्तिकात् कुज्याचापाग्रय-वृत्तावध्यन्यभुज इति द्वितीयं चापजात्यम्। अत्र पूर्वस्वस्तिकगतकोणः क्षिति-जोन्मण्डलयोगजोऽक्षांशाः। कुज्याचापाग्रयोन्मण्डलवृत्तयोगजो नवत्यंशाः। अतस्त्रिज्यया अग्रा तदाक्षज्यया केति कुज्येव। तयोन्मण्डलनाडीवृत्तयो-र्मिथोलम्बरूपत्वात् तत्संपातकोणस्य नवत्यंशमितत्वात् तत्खण्डरूप एव लम्बाक्षांशमितकोणौ चापक्षेत्रयोर्वर्तते। अत्र ध्रुवादग्राग्रपर्यन्तं ध्रुवसूत्रे द्युज्याचापांशाः। अतो ध्रुवात् द्युज्याग्रे कुज्या तदा त्रिज्याग्रे केति जाता चरज्या तच्चापं चरांशाः। अथवा नाडीवृत्तपृष्ठकेन्द्रात् क्रान्तिभुजकोट्यंशैः समन्ततोन्तरितं लघुवृत्तमहोरात्रवृत्तं तस्य कुज्याचापाश्रितवृत्तस्य संपाता-

वुन्मण्डलात् समान्तरगतौ तद्वृत्तयोरुपर्युन्मण्डलस्य लम्बरूपत्वात् । तत्रैकः संपातोऽग्राग्रे द्वितीयोऽन्यत्रास्ति । संपातद्वयबद्धपूर्णज्यार्धं कुज्या तच्चापं द्युज्याखण्डैरहोरात्रवृत्ते चरमस्ति । अतो द्युज्यावृत्त चेयं कुज्या तदा त्रिज्यावृत्ते केति चरज्या तच्चापं चरांशा नाडीवृत्ते जाताः । अहोरात्रवृत्तनाडीवृत्तयोः पृष्ठकेन्द्रैकत्वात् तद्द्वयप्रोतवृत्तयोरुन्मण्डलाग्राग्रध्रुवसूत्रयोरन्तरांशास्तुल्या एव भवितुमर्हन्ति । द्वयोः समानान्तरत्वात् । अत्र क्षितिजेऽग्राकर्णः । उन्मण्डलेऽहोरात्रवृत्तनाडीवृत्तान्तरांशज्या क्रान्तिज्या भुजः । अहोरात्रवृत्ते कुज्याऽन्यभुजः । इदं जात्यत्र्यस्रं प्रथमचापजात्योत्पन्नं सिद्धम् । अथैवं याम्योत्तरवृत्तनाडीवृत्तयोगादग्राग्रपर्यन्तं कुज्याचापकोट्यंशाः । तज्ज्याग्रे क्रान्तिज्या तदा त्रिज्याग्रे केति तच्चापमुन्मण्डले कुज्या चापाश्रितवृत्तनाडीवृत्तान्तरं परमम् । अथोन्मण्डलपृष्ठकेन्द्रात् कुज्याचापकोट्यंशैरन्यल्लघुवृत्तं तस्य चाग्राग्रध्रुवप्रोतवृत्तस्य संपातौ नाडीवृत्तात् समान्तरगतौ तन्निबद्धपूर्णज्यार्धं क्रान्तिज्या । अतः कुज्याकोटिज्याव्यासार्धे चेयं तदा त्रिज्याव्यासार्धे केति सैव । तच्चाप द्वितीयचापजात्येऽन्यभुज उन्मण्डलगतो जातः । अत्र क्षितिजेऽग्राकर्णः । लघुवृत्ते कुज्याचापाश्रितवृत्तनाडीवृत्तान्तरभागज्यैकभुजः । नाडीवृत्ते लघुवृत्तपूर्वस्वस्तिकान्तरभागज्या कुज्यातुल्याऽन्यभुज इति जात्यं द्वितीयचापजात्योत्पन्नं जातम् । एवं प्रथमक्षेत्रेऽग्राकरज्यावर्गान्तरमूलं चरकोटिज्याव्यासार्द्धवृत्ते ज्ञेयं तथा द्वितीयक्षेत्रेऽग्रावर्गोन्मण्डलगभुजज्यावर्गान्तरमूलमुन्मण्डलगकोटिज्याव्यासार्धे ज्ञेयमेवं सर्वत्र । B.N. Kalla.

अज्ञातबाहुर्यद्वृत्ते तत्केन्द्रात् कुरु मण्डलम् ।
ज्ञातबाहूत्थकोट्यंशैस्तत्राज्ञातभुजोऽपमः ॥
ज्ञातदोःकर्णशिञ्जिन्योर्वर्गान्तरपदप्रमः ।
एवमज्ञातदोःकेन्द्रद्वयसक्ते च मण्डले ॥
कर्णान्याग्रगते ज्ञातबाहुज्या भुजरूपिणी ।
कर्णज्यका तु कर्णः स्यात् कर्णसंश्रयमण्डले ॥
एवं जात्यं चापजात्यभवं सर्वत्र कीर्तितम् ।
चापजात्यं तु चापांशैर्जात्य जीवाभिरेव हि ॥

एतेन ।

बाहुज्याकावर्गहीनात् कर्णज्यावर्गतःपदम् ।

इतिसूत्रं । तथा

गोलेऽथचापकर्णाद्ये पार्श्वयोश्चापजात्यके ॥

इत्यादितत्त्वविवेकोक्तं चापचतुरस्त्रक्षेत्रानयनं सर्वमुपपन्नं विदां सुगममिति किं लिखनविस्तरेण ॥

अथैतद्रीत्या सजातीयचापजात्याभ्यामुत्पन्नजात्ययोरपि साजात्यं परस्परानुपातेन भुजकोटिकर्णानयनं संभवति यथा पूर्वं प्रतिपादितं विषुवांशाः कोटिः क्रान्तिर्भुजः ग्रहभुजांशाः कर्ण इति प्रथमं क्षेत्रम् । अत्र विषुवांशसंमुखोऽयनवलनकोटिमितः कोणः । भुजांशसंमुखो नवत्यंशाः । एवं परात्पद्युज्याचापांशाः कोटिः ग्रहकोट्यंशा भुजः द्युज्याचापांशाः कर्ण इति द्वितीयं-क्षेत्रमत्रापि कोटिकर्णसंमुखावयनवलनकोटिनवत्यंशमितावेव कोणौ तेन ग्रहभुजज्या कर्णः । विषुवांशज्या कोटिस्तद्वर्गान्तरमूलं भुज इति प्रथमं चापजात्यं तथा द्युज्या कर्णः परात्पद्युज्या कोटिस्तद्वर्गान्तरमूलं सत्रिभग्रहक्रान्तिज्यातुल्यं भुज इति द्वितीयं जात्यमनयोः साजात्यमेवं चापजात्ये कोणज्ययोर्या निष्पत्तिः सैव तत्संमुखभुजजीवयोर्निष्पत्तिरिति पूर्वं प्रतिपादनात् । त्रिज्यया यष्ट्योर्या निष्पत्तिः सैव ग्रहभुजज्याया-विषुवांशज्याया निष्पत्तिः प्रथमे द्वितीयेऽपि त्रिज्यया यष्ट्योर्यानिष्पत्तिः सैव द्युज्यया परात्पद्युज्याया निष्पत्तिरस्तीति । त्रिज्या कर्णः यष्टिः कोटिस्तद्वर्गान्तरमूलमयनवलनज्या भुज इत्यपि जात्यं द्वयोः सजातीयमेतेन त्रयाणां जात्यानां साजात्यं सिद्धं चापजात्ययोः कोणद्वयसाम्यादनुपातेन भुजकर्णान्यभुजानां परस्परं नैव सिद्धिः । किन्तु तुल्यकोणसंमुखयोर्भुजकर्णयोः प्रथमद्वितीयजयोर्मिथोऽनुपातात् सिद्धिरस्ति । जात्ययोस्तु कोणत्रयसाम्यान्मिथोऽनुपातेन भुजकोटिकर्णानां संसिद्धिः । तथाहि । द्युज्याकर्णे परात्पद्युज्या कोटिस्तदा भुजज्याकर्णे केति विषुवांशज्या

पद्यु · भु १
द्यु १

तद्वर्गो भुजज्यावर्गः

पद्युव · भुव १ द्युव · भुव १
द्युव १

अयं प्रथमजात्ये भुजवर्गः । अथ द्युज्यापरात्पद्युज्यावर्गान्तरं द्वितीयजात्ये भुजवर्गः । पद्युव १ द्युव १ । वर्गेण वर्गं गुणयेद्भजेच्चेति द्युज्यावर्गं कर्णवर्गरूपे चेदयं तदा भुजज्यावर्गे क इति प्रथमे भुजवर्गः पूर्वानीतसम एवेति ॥

अथ चापचतुरस्त्रोदाहरणम् । यथा क्षितिजे पूर्वस्वस्तिकदृग्वृत्तान्तरं दिगंशा एकभुजः । दृग्वृत्ते क्षितिजाद्ग्रहपर्यन्तमुन्नतांशा अन्यभुजः । फलवृत्ते

पूर्वस्वस्तिकग्रहान्तरं हरचापं कर्ण इति प्रथमक्षेत्रं तथा समसूत्रे ग्रहसममण्डलान्तरं भुजचापमेकभुजः । समवृत्ते समसूत्रात् पूर्वस्वस्तिकावधि समवृत्तोन्नतांशा द्वितीयबाहुः । फलवृत्ते हरचापमेव कर्ण इति द्वितीयक्षेत्रमनयोः संयोगाच्चतुरस्रं जातम् । अत्र कर्णाग्रसक्तस्य पूर्वस्वस्तिकगतकोणस्य समकोणत्वं क्षितिजसमवृत्तयोर्मिथोलम्बरूपत्वात् । एवं दृग्वृत्तसमसूत्रयोगजकोणो ग्रहगतो विषम एव तदाश्रितभुजज्ययोः शङ्कुभुजयोर्वर्गयोगमूलं हारस्तच्चापं कर्ण इति । अत्र दिगंशभुजकोटिज्यया तत्संमुखभुजकोटिज्योपवृत्तव्यासार्धमिता तदा समवृत्तोन्नतांशकोटिज्यया समवृत्तनतज्यामितया केति लब्धा शङ्कुचापकोटिज्या दृग्ज्यारूपेति । एवं दृग्ज्यया समवृत्तनतज्या तदोपवृत्तव्यासार्धे केति दिगंशकोटिज्या लभ्यते । एवमन्यदपि । अत्र चापचतुरस्रे समकोणत्रयं तथैको विषमकोणः । एवं गोले बहुधेति ।

अथान्योदाहरणम् । ध्रुवसूत्रे ग्रहनाडीवृत्तान्तरं क्रान्तिरेकभुजः । नाडीवृत्ते ध्रुवसूत्रपूर्वस्वस्तिकान्तरं नतकालकोटिमितमन्यभुजः । फलवृत्ते ग्रहपूर्वस्वस्तिकान्तरं हरचापं कर्ण इति तृतीयचापजात्यमस्य प्रथमक्षेत्रस्य योगादपि चापचतुरस्राकारं क्षेत्रं जातम् । अत्र कर्णाग्रसक्तौ द्वौ विषमकोणौ । दृग्वृत्तध्रुवसूत्रयोस्तथा क्षितिजनाडीवृत्तयोश्च लम्बरूपत्वाभावात् । अत्र विषमभुजज्ययोर्वर्गयोगमूलं कर्णज्या नैव संभवति । अत्रापि दिगंशभुजकोटिज्यया तत्संमुखभुजकोटिज्या द्युज्यामिता लभ्यते तदा सूत्रचापकोटिज्यया नतकालज्यामितया केति जाता शङ्कुचापकोटिज्या । एवं दृग्ज्यया नतकालज्या तदा द्युज्यया केति जाता दिगंशकोटिज्या । एवमन्यदपि । अत्र चापचतुरस्रे समकोणद्वयं विषमकोणद्वयं चेति संमुखभुजकोटिज्यानुपातः सर्वत्र चापचतुरस्रे कर्णाग्रसक्तकोणयोरेकस्य द्वयोर्वा विषमकोणत्वे ज्ञेय इत्यलं प्रसङ्गागतविचारेण ।

अथान्योदाहरणम् । याम्योत्तरवृत्ते ध्रुवात् खस्वस्तिकावधि लम्बांशा एकभुजः । समवृत्ते खस्वस्तिकाद्रविपर्यन्तं तन्नतांशा अन्यभुजः । ध्रुवसूत्रे ध्रुवरव्यन्तरं द्युज्याचापांशाः कर्ण इति चापजात्यम् । अत्र ध्रुवगतकोणस्य नतकालस्य तल्लग्नस्य लम्बांशभुजस्य ज्ञाने कर्णकोटिज्याज्ञानं त्रिज्याघ्नी कोणकोटिज्येतिसूत्रेण नतकालकोटिज्या सूत्राभिधा त्रिज्यागुणा कोणलग्नभुजच्छायाभक्ता कर्णकोटिच्छाया भवतीति लम्बज्या त्रिज्यागुणाक्षज्याभक्ता लम्बांशच्छाया $\frac{\text{ल} \cdot \text{त्रि}^{1}}{\text{अ}^{1}}$ अनया भक्तं त्रिज्यागुणं सूत्रं जाता क्रान्तिच्छाया

सू · अ १ / ल १ अत्रात्तज्यालम्बज्यास्थाने पलभाद्वादशग्रहणं सुखार्थं कृतम् । सू · प १ / १२

अथ छायातो ज्यानयनार्थं छायावर्गात् त्रिज्यावर्गयुतान्मूलं खण्डिनीसंज्ञं तत्कर्णे छाया भुजस्तदा त्रिज्याकर्णे क इति ज्या स्याद्वा छायावर्गस्त्रिज्यावर्गगुणः खण्डिनीवर्गभक्तो ज्यावर्गः स्यात् प्रकृते क्रान्तिच्छायावर्गस्त्रिज्यावर्गयुतः खण्डिनीवर्गः । सूव · पव १ त्रिव १४४ / १४४ अथ छायावर्गः । सूव · पव १ / १४४

त्रिज्यावर्गगुणः खण्डिनीवर्गेण भक्तः क्रान्तिज्यावर्गो जातः ।

सूव · पव · त्रिव १ / सूव · पव १ त्रिव १४४ अत्र भाज्यहरौ सूत्रवर्गपलभावर्गघातेनापवर्तितौ तदा भाज्ये त्रिज्यावर्ग एव हरस्थाने प्रथमखण्डं रूपं द्वितीयखण्डं तु वेदेन्द्रगुणितात् त्रिज्यावर्गात् सूत्रवर्गपलभावर्गघातभक्तात् फलेन तुल्यम् । तेन भाज्ये हरभक्ते क्रान्तिज्यावर्गो जातः । एतेन

तदा नतज्याचिभजीवयोर्य-
द्वर्गान्तरं तत् पलभाकृतिघ्नम् ।
तेनोद्धृतो व्यासदलस्य वर्गो
वेदेन्द्रनिघ्नोऽथ सरूपलब्ध्या ॥
व्यासार्धवर्गाद्विहृतात् पदं स्यात्
क्रान्तिज्यका

इत्यादिशिरोमणिस्थसूत्रमुपपन्नम् ।

अथ प्रसिद्धरीत्या लाघवेनोपपत्तिर्यथा । सूत्रं द्युज्यागुणं त्रिज्याभक्तं जाता कला सूद्यु १ / त्रि १ अत्र द्वादशकोटौ पलभा भुजस्तदा कलाकोटौ को भुज इति क्रान्तिज्या तस्या वर्गः सूव · पव द्युव १ / त्रिव १४४ अत्र भाज्यहरौ सूत्रवर्गपलभावर्गघातेनापवर्तितौ कार्यौ तत्र भाज्येऽपवर्तिते द्युज्यावर्ग एव तथा हरेऽपवर्तिते लब्धिरेवं न्यासः द्युव १ / ल १ अत्र द्युज्यावर्गे लब्ध्या भक्ते क्रान्तिज्यावर्गः फलं तेन लब्धिफलघाततुल्ये द्युज्यावर्गस्तस्मात् सरूपलब्ध्या भागे क्रान्तिज्यावर्गतुल्यं फलमपेक्षितं चेत् तदा द्युज्यावर्गे क्रान्तिज्यावर्गो योजितो जात-

स्त्रिज्यावर्गः स एव सरूपलब्ध्या भक्तः क्रान्तिज्यावर्गः स्यात् । यतो लब्धिः सरूपा । ल १ रू १ । फलगुणिता लफ १ फ १ । अत्र प्रथमखण्डं द्युज्यावर्गो द्वितीयखण्डं क्रान्तिज्यावर्गस्तद्योगस्य भाज्यसमत्वादेवं यथोक्तमुपपन्नम् ।

अथान्योदाहरणम् । अहोरात्रवृत्तक्षितिजसंपाते ध्रुवसूत्रं नेयं तत्रायायतो नाडीवृत्तावधि क्रान्तिरेकभुजः । उदयध्रुवसूत्रात् पूर्वस्वस्तिकावधि नाडीवृत्ते चरमन्यभुजः । क्षितिजेऽग्राचापांशाः कर्ण इति चापजात्यमत्रपूर्वस्वस्तिकगतकोणो लम्बांशाः । अत्र चापजात्ये कोणलग्नभुजज्याकोणभाहतिरितिसूत्रेण लम्बज्या त्रिज्यागुणिता अक्षज्याभक्ता वा त्रिज्या द्वादशगुणा पलभाभक्ता जाता कोणभा सा चरज्यागुणा त्रिज्याभक्ता जाता क्रान्तिच्छाया $\frac{\text{च १२}}{\text{प १}}$

अस्या वर्गस्त्रिज्यावर्गयुतः खण्डिनीवर्गः । $\frac{\text{चव १४४ त्रिव · पव १}}{\text{पव १}}$ अथ छायावर्गस्त्रिज्यावर्गगुणः $\frac{\text{चव · त्रिव १४४}}{\text{पव १}}$ खण्डिनीवर्गभक्तो जातः क्रान्तिज्यावर्गः । $\frac{\text{चव · त्रिव १४४}}{\text{चव १४४ त्रिव · पव १}}$ अत्र भाज्यहरौ त्रिज्यावर्गापवर्तितौ ततस्तन्मूले च गृहीते ॥

चरज्यकार्काभिहतिस्त्रिमौर्व्या
भक्ताप्तवर्गाच्चभया स्वनिघ्न्या ।
युतोऽथ तन्मूलहृता चरज्या
सूर्याहता क्रान्तिगुणः

इति शिरोमणिस्थमानयनमुपपन्नम् ।

अथान्ययोपपत्तिः । द्युरात्रवृत्तक्षितिजसंपातान्नवत्यंशैरुदयत्रिज्यावृत्तं तत्र खस्वस्तिकनाडीवृत्तान्तरं परमाक्षवलनरूपं कर्णः । याम्योत्तरवृत्ते खस्वस्तिकनाडीवृत्तान्तरं पलांशा एकभुजः । नाडीवृत्ते याम्योत्तरवृत्तोदयत्रिज्यावृत्तान्तरं चरमन्यभुज इत्येकचापजात्यम् । तथा याम्योत्तरवृत्ते खस्वस्तिकध्रुवान्तरं लम्बांशाः कर्णः । उदयत्रिज्यावृत्ते परमाक्षवलनकोटिमितमेकभुजः । उदयध्रुवसूत्रे ध्रुवादुदयत्रिज्यावृत्तावधि क्रान्तिरन्यभुज इति द्वितीयचापजात्यमनयोः खस्वस्तिकगतकोणौ तुल्यौ तेन परमाक्षवलनज्यया चरज्या तदा लम्बज्यया केति क्रान्तिज्या तत्र प्रथमचापजात्ये भुजाभ्यां कर्णज्याज्ञानं बा-

द्युज्यकावर्गहीनात् कर्णज्यावर्गतः पदमितिसूत्रवैपरीत्यक्रियया पूर्वदर्शितया संभवति। यथा। चरज्या लम्बज्यागुणा त्रिज्याभक्ता तद्वर्गाक्षज्यावर्गयोगात् मूलं कर्णज्या तया लम्बज्यागुणचरज्या भक्ता क्रान्तिज्या तत्र लम्बज्याऽक्षज्यास्थले द्वादशपलभयोर्ग्रहणाच्चरज्यकार्काभिहतिरिति पद्यमुपपन्नम्।

अथान्योदाहरणम्। नाडीवृत्ते पूर्वस्वस्तिकादुदयत्रिज्यावृत्तावधि चरकोटिः कर्णः। क्षितिजे पूर्वस्वस्तिकादुदयत्रिज्यावृत्तावध्यग्राचापकोटिरेकभुजः। उदयत्रिज्यावृत्ते नाडीवृत्तक्षितिजान्तरं परमाक्षवलनकोटिरूपमन्यभुज इति चापजात्यमिदमग्राचापकर्णचरक्रान्तिभुजात्मकचापजात्यसजातीयं द्वयोः पूर्वस्वस्तिकगतकोणसाम्यात्। अतोऽग्रायां क्रान्तिज्या लभ्यते तदा चरकोटिज्यायां केति परमाक्षवलनकोटिज्या। एवं कर्णाग्रसक्तौ लम्बांशद्युज्याचापांशमितौ कोणौ तेन कोणयोः कोटिजच्छायाघात इतिसूत्रेण क्रान्तिच्छायाऽक्षांशच्छायागुणा त्रिज्याभक्ता जाता चरज्यैव। अथवा लम्बज्याकोटावक्षज्याभुजस्तदा क्रान्तिज्याकोटौ क इति कुज्या सा त्रिज्यागुणा द्युज्याभक्ता चरज्या। $\frac{\text{क्रा·अ·त्रि १}}{\text{ल·द्यु १}}$ अत्र भाज्यहरौ त्रिज्यागुणौ कृतौ तर्हि क्रान्तिज्या त्रिज्यागुणा द्युज्याभक्ता क्रान्तिच्छाया तथाऽक्षज्या त्रिज्यागुणा लम्बज्याभक्ताऽक्षच्छाया तयोर्घातस्य त्रिज्या हरो जात एवेत्युक्तमुपपन्नम्॥

पूर्वलिखितसजातीयक्षेत्रेष्वेकस्य भुजकर्णकोटी परस्य कर्णभुजौ भवत एवं बहुधा दर्शितमथान्यथापि तल्लक्षणं प्रदर्श्यते। पूर्वापरस्वस्तिकलग्नं ग्रहगतं फलवृत्तं तत्र याम्योत्तरवृत्ताद्ग्रहावधि फलवृत्तनतांशा एकभुजः। याम्योत्तरवृत्ते फलवृत्तात् समचिह्नावध्यन्यभुजः। समसूत्रे ग्रहसमचिह्नान्तरमुपवृत्तव्यासार्धचापं कर्ण इत्येकचापजात्यम्। तथा याम्योत्तरवृत्ते समचिह्नध्रुवान्तरमक्षांशाः कर्णः। ग्रहत्रिज्यावृत्तसमवृत्तसंपातद्वयप्रोते ध्रुवलग्ने वृत्ते ग्रहसमसूत्राद् ध्रुवावध्येकभुजः। तद्वृत्तात् समचिह्नावधि ग्रहसमसूत्रे त्वन्यभुज इत्यन्यचापजात्यम्। अनयोः समचिह्नगतकोणौ समवृत्तनतांशमितौ तुल्यावेव तेन सजातीये। ततोऽनुपातः। यद्युपवृत्तव्यासार्धमितया कर्णज्यया फलवृत्तनतज्या लभ्यते तदाक्षज्यातुल्यया कर्णज्यया केति चापं द्युज्याग्रीयमक्षवलनमेवं बहुधेति॥

अथ स्पष्टवलनसाधनम्। तत्र तावद्भावानयनोपपत्तिः। समवृत्तं पूर्वस्वस्तिकाद्द्वादशधा विभज्य प्रतिभागं समचिह्नद्वयसक्तवृत्तं नेयं तदा द्वादश समसूत्राणि स्युः। क्षितिजं तु समसूत्रमस्त्येव। समसूत्रद्वयान्तरचापानि

लग्नादेव द्वादशभावाः क्रान्तिवृत्ते विज्ञातव्याः । अथैतदवगमार्थं क्षितिजे पूर्वस्वस्तिकाल्लग्नपर्यन्तमग्राचापांशा भुजः क्रान्तिवृत्ते समवृत्ताल्लग्नावधि कर्णः समवृत्ते क्रान्तिवृत्तात् पूर्वस्वस्तिकावध्यन्यभुज इति चापजात्यं प्रथमम् । अत्र क्रान्तिवृत्तक्षितिजसंपातगतकोणो दृग्गतिचापांशास्तत्कोणलग्नो भुजस्तु लग्नाग्रांशास्ताभ्यां

कोणज्यका कोणलग्नदोर्जकोटिज्यया हता ।
त्रिज्याभक्ता फलं चान्यकोणकोटिज्यका भवेत् ॥

इतिसूत्रेण लग्नाग्रायाः कोटिज्या दृग्गतिगुणा त्रिज्याभक्ता फलचापकोटिभागाः समवृत्तक्रान्तिवृत्तयोगजकोणस्तज्ज्या हरसंज्ञा । क्षितिजसमवृत्तयोगजकोणो नवत्यंशाः । यदि हरेण लग्नाग्रा तदा त्रिज्यया केति फलचापं कर्णः । एवं हरेण लग्नाग्रा तदा दृग्गतिसंज्ञकेन केति फलचापं भुजः समवृत्ते सिद्ध इति । अथ समवृत्ते पूर्वस्वस्तिकाद्भावसमसूत्रावधि क्षेपांशा यथा धनभावस्य ३० सहजस्य ६० चतुर्थस्य ९० पञ्चमस्य १२० षष्ठभावस्य १५० अत्र खमध्याद्दक्षिणे यदा वित्रिभं तदा लग्नोत्तरगोले पूर्वस्वस्तिकादुपरि समवृत्तस्य क्रान्तिवृत्तेन सह संपातस्तत्र क्षेपभुजांशयोर्योगः कार्यः लग्नदक्षिणगोले पूर्वस्वस्तिकादधः समवृत्तक्रान्तिवृत्तसंपातस्तत्र क्षेपभुजांशयोरन्तरं कार्यं सौम्यदृक्क्षेपे तु मेषादिषड्भे सायनलग्ने क्षितिजाधस्तुलादिषड्भे क्षितिजादुपरि क्रान्तिवृत्तसंपातस्तत्रान्तरयोगाभ्यां क्षेपभुजयोः समवृत्ते सिद्धः क्रान्तिवृत्ताद्भावसमसूत्रावधि द्वितीयभुजः । भावसमसूत्रे समवृत्तक्रान्तिवृत्तान्तरं भावबाहुसंज्ञमन्यभुजः । क्रान्तिवृत्ते समवृत्ततो भावसमसूत्रावधि द्वितीयःकर्ण इति द्वितीयचापजात्यं प्रथमचापजात्यसजातीयं द्वयोः समवृत्तक्रान्तिवृत्तयोगजकोणस्य तुल्यत्वात् । अतोऽत्रापि पूर्वानीतकोणतल्लग्नभुजाभ्यां कर्णबाहुज्ञानं संपद्यते । तथाहि । कोणज्यका कोणलग्नदोर्जकोटिज्ययाहतेतिसूत्रेण क्षेपभुजांशयोगान्तरजनितसमवृत्तीयभुजज्या हरसंज्ञकेन गुणिता त्रिज्याभक्ता फलचापकोटिर्भावसमसूत्रक्रान्तिवृत्तयोगजकोणः । अथैतज्ज्यया द्वितीयचापजात्यभुजज्या समवृत्तीया तदा त्रिज्यया केति लब्धचापं द्वितीयः कर्णः । एवमानीतकोणज्यया समवृत्तीयभुजांशज्या तदा हरेण केति लब्धचापं भावसमसूत्रे क्रान्तिवृत्तसमवृत्तान्तरम् । अत्र क्षेपभुजांशसंस्कारभागाः पूर्वस्वस्तिकाद्गृहीतास्ते यदि नवत्यधिकास्तदा तत् क्षेत्रं पश्चिमस्वस्तिकादेव तत्र गणितागतद्वितीयकर्णस्य भार्धांशशोधनाल्लग्नदिशि द्वितीयकर्णः । एवं क्षेप-

भुजांशसंस्कारस्य भाधांशाधिकत्वे द्वितीयकर्णो द्वितीयसंपातादायात्यपेक्षितस्तु लग्नदिश्यतो भाधांशयोगः कार्यः । एवं पूर्वस्वस्तिकादेकदिशि क्षेपभुजांशौ तत्र भुजांशाधिकः क्षेपस्तदा क्षेपभुजांशान्तरं समवृत्ते द्वितीयचापजात्यबाहुस्तत्र समवृत्तक्रान्तिवृत्तयोगाद्भिन्नदिग्गते प्रथमद्वितीयचापजात्ये समवृत्तक्रान्तिवृत्तयोगजकोणौ संमुखगौ भवतः । अत्र क्षेत्रयोः कर्णयोगे कृते लग्नाद्भावसमसूत्रावधि क्रान्तिवृत्तेऽन्तरं तदन्यत्र कर्णद्वयान्तरमेव । इदं लग्ने युक्तं मेषादितो भावप्रदेशाग्रं ज्ञातं स्यादिति लग्नतः षट् भावा जातास्ते सषड्भाः सप्तमादयो भवन्तीति ॥

अथ स्पष्टवलनसाधनम् । अनन्तरानीतप्रथमचापजात्यकर्णो लग्नात् समवृत्तावधि क्रान्तिवृत्ते सिद्धोऽस्ति । तत्र मेषादितो लग्नं लग्नादग्रे यदि समवृत्तक्रान्तिवृत्तसंपातस्तदा लग्ने कर्णो युक्तः संधिग्रहः स्यात् । अत्र याम्यदृक्क्षेपे लग्नयाम्यगोले तथा सौम्यदृक्क्षेपे लग्नोत्तरगोले पूर्वक्षितिजाधः समवृत्तक्रान्तिवृत्तसंपातत्वात् । एवं लग्नात् पृष्ठे संधिग्रहे लग्ने कर्णो हीनः कार्यस्तत्र याम्यदृक्क्षेपे लग्नोत्तरगोले तथा सौम्यदृक्क्षेपे लग्नदक्षिणगोले पूर्वक्षितिजादुपरि समवृत्तक्रान्तिवृत्तसंपातत्वात् । अयं मेषादितः संधिग्रहः पूर्वक्षितिजासन्नसमवृत्तक्रान्तिवृत्तयोगप्रदेशरूपो जातः । अथ क्रान्तिवृत्तीयग्रहस्थानाच्चवत्यंशैः कृतं ग्रहत्रिज्यावृत्तं तत्र समवृत्तक्रान्तिवृत्तान्तरं स्पष्टवलनमेकभुजः क्रान्तिवृत्ते ग्रहत्रिज्यावृत्तसमवृत्तान्तरं संधिग्रहस्वग्रहान्तरकोटितुल्यमन्यभुजः समवृत्ते ग्रहत्रिज्यावृत्तक्रान्तिवृत्तान्तरं कर्ण इति तृतीयचापजात्यम् । इदमपि प्रथमचापजात्यसजातीयं कर्णवृत्ते भुजस्यावस्थितेर्भुजाश्रितवृत्ते कर्णावस्थानेऽपि द्वयोः समवृत्तक्रान्तिवृत्तयोगजकोणस्य तुल्यत्वात् । अथैतत्कोणज्या हरसंज्ञा पूर्वानीतास्ति । तथैतल्लग्नो भुजः सन्धिग्रहोनग्रहकोटिरूपस्ताभ्यां कोणज्यका कोणलग्नदोर्जकोटिज्यया हतेति सूत्रेणान्यकोणज्याया ग्रहोपवृत्तव्यासार्धरूपाया ज्ञानं कार्यम् । तद्यथा । कोणलग्नभुजकोटिज्या तु सन्धिग्रहोनग्रहभुजज्यातुल्या सा समवृत्तक्रान्तिवृत्तयोगकोणज्यया हता त्रिज्याभक्ता फलचापकोटिः समवृत्तग्रहत्रिज्यावृत्तयोगजकोणः । अथैतज्ज्यया सन्धिग्रहग्रहान्तरकोटिज्या तदा हरसंज्ञिकया किमिति तच्चापं स्पष्टवलनं सन्धिग्रहोनग्रहायनदिक्स्थं जातं ग्रहत्रिज्यावृत्ते समवृत्तात् क्रान्तिवृत्तस्योत्तरावस्थाने सौम्यं याम्यावस्थितौ याम्यमितिस्पष्टम् । अथवा चापजात्ये कोणलग्नभुजज्याकोणभाहतिरितिसूत्रेण समवृत्तक्रान्तिवृत्तयोगजकोणच्छाया सन्धिग्रहोनग्रहकोटिज्यागुणा त्रिज्याभक्ता फलस्य च्छायासु चापं

स्पष्टवलनम् । अथवा कोणकोटिभया भक्ता कोणलग्नभुजज्यकेतिसूत्रेण ज्ञेयमथवा कोणतल्लग्नभुजाभ्यां तृतीयचापजात्ये कर्णज्ञानम् । त्रिज्याघ्नी कोणकोटिज्या कोणलग्नभुजच्छायाप्ता फलस्य च्छायासु यच्चापं तदूननवत्यंशाः कर्णः । अथवा कोणलग्नभुजच्छाया त्रिज्यागुणा कोणकोटिज्याभक्ता फलस्य च्छायासुचापं कर्णः । अथवा ग्रहसममण्डलीयनतांशस्य प्रथमचापजात्यबाहोरेकदिशि योगो भिन्नदिश्यन्तरं कर्णस्तत्र समकोणज्यया कर्णज्या तदा हरसंज्ञिकया केति स्पष्टवलनज्या स्यात् । अथवा तृतीयचापजात्ये कर्णभूमौ लम्बः कृतः सत्रिभग्रहभुजचापं सत्रिभग्रहसमसूत्रे भवति चापजात्ये भुजयोर्ये जीवे तद्वतिः कर्णज्याभक्ता लम्बज्येति प्रागुक्तमेव । अथ ग्रहोपवृत्तव्यासार्धे लम्बज्या तदा त्रिज्यया केति स्पष्टवलनज्या सैव ॥

अथान्यथोपपत्तिः । ग्रहसमसूत्रे ग्रहसमचिह्नान्तरमुपवृत्तव्यासार्धचापं कर्णः क्रान्तिवृत्ते समचिह्नकदम्बप्रोतवृत्ताद्ग्रहावधि सन्धिग्रहोनग्रहकोटितुल्यमेकभुजः समचिह्नकदम्बप्रोतवृत्ते क्रान्तिवृत्तात् समचिह्नाग्रध्यत्यभुज इत्येकचापजात्यं तथा समचिह्नकदम्बप्रोतवृत्ते समचिह्नकदम्बान्तरं कर्णः ग्रहसमसूत्रे समचिह्नाद्ग्रहत्रिज्यावृत्तावध्येकभुजः । ग्रहत्रिज्यावृत्ते कदम्बाद्ग्रहसमसूत्रावधि स्पष्टवलनमन्यभुज इति द्वितीयचापजात्यमनयोः समचिह्नगतकोणौ तुल्यौ तेन साजात्यम् । अत्र ग्रहोपवृत्तव्यासार्धे सन्धिग्रहोनग्रहकोटिज्या लभ्यते तदा द्वितीयकर्णज्यया केति फलचापं स्पष्टवलनं समवृत्तक्रान्तिवृत्तयोः परमान्तरस्य समचिह्नकदम्बान्तरांशतुल्यत्वात् तज्ज्याया अनन्तरानीतहरतुल्यत्वात् तत्वविवेकोक्तानयनं सर्वमुपपन्नम् ॥

अथ प्रसिद्धभावानयनार्थं लग्नदशमलग्नसाधनम् ।

युक्तायनांशार्कजभोग्यभागै-
र्निजोदयः संगुणितः खरामैः ।
भक्तोऽर्कभोग्यं समयान्निजेष्टा-
द्विशोध्य गम्यानुदयांश्चशेषम् ॥

अशुद्धहृत् खाग्निगुणं लवाद्यं
शुद्धर्चयुक् सायनलग्नमेतत् ।
मेषादिशुद्धोदययुक्तशेषा-
न्मृगादिलङ्कोदयका विशोध्याः ॥

ततोऽवशेषात् खगुणैर्विनिघ्ना-
दशुद्धलङ्कोदयमानभक्तात् ।
लवादि मेषादिकशुद्धभाढ्यं
चलांशहीनं दशमाख्यलग्नम् ॥

सषड्भलग्नं परिकल्प्य सूर्यं
तस्माद्दिनार्धं परिकल्प्य चेष्टम् ।
प्रकल्पितार्कात् तनुवद्धिलग्नं
माध्यं निरक्षोदयकैश्च वा स्यात् ॥

धनर्णसंज्ञं परपूर्वसंज्ञे
नते तथार्काद्दशमं प्रसिद्धम् ।
एभिः प्रकारैर्भवतीह तुल्यं
तद्वासना गोलविदां सुबोधा ॥

अत्रोदाहरणम् । यथा रविः ४।२।१३।२० अयनांशाः २०।३४।१२। सायनरवेर्भोग्यांशे ७।१२।२८ स्वदुदयो-३४७ गुणितस्त्रिंशता भक्तो भोग्यकालः ८३।२२।११।५२ अयमिष्टघटी २५।१४ पलेभ्यः १५१४ शोधितः १४३०।३७।४८।८ अस्माद्ग्म्योदयाः कन्यातो धनुरन्ताः शुद्धाः शेषं ६४।३७।४८।८ त्रिंशता गुणितमशुद्धेन मकरोदयेन ३०३ भक्तं लवाद्यं ६।२३।५६ शुद्धस्य धनुषो मेषादिगणनया राशिसंख्याभि ९ र्युतम् ९।६।२३।५६ अयनांशैर्हीनं जातं लग्नम् ।८।१५।४९।४४ अत्र षट्पलभायां स्वदेशोदया लिख्यन्ते । मे २१८ वृ २५१ मि ३०३ क ३४३ सिं ३४७ क ३३८ ।

अथ दशमसाधनम् । लग्नानयने शेषम् । ६४।३७।४८।८ मेषादिधनुःपर्यन्तं शुद्धोदयानां योगेन २८२८ युक्तं जातं लग्नस्योदयपलात्मकम् २८९२।३७।४८।८ अत्र मकरादिलङ्कोदयाः कन्यापर्यन्तं २७०० शुद्धाः शेषं १९२।३७।४८।८ त्रिंशता गुणितमशुद्धेन तुलाराशिलङ्कोदयेन २७८ भक्तं लवाद्यम् । २०।४७।१५ शुद्धस्य कन्याराशेः संख्यया ६ युतम् ६।२०।४७।१५ अयनांशै २०।३४।१२ र्हीनं जातं दशमलग्नम् । ६।०।१३।३ एवं सदा धनाख्यकर्मणैव ज्ञेयम् । एतच्चतादपि साध्यते । सायनरविः ४।२२।४७।३२ चरखण्डानि । ६०।४८।२० चरं ७१।३१।५६।४८ दिनार्धम् १६।११।३१।

५६।४८ अस्येष्टघटिकाया २५।१४ अन्तरं पश्चिमनतम् ९।२।२८।३।१२ लङ्कोदयेन रवेर्भोग्यम् ७१।५०।१५।४ नतपलेभ्यः शोधितम् ४७०।३७।४८।८ अस्मात् कन्योदयः २७८ शोधितः शेषम् । १९२।३७।४८।८ इदं त्रिंशता गुणितं तुलोदयेन २७८ भक्तं लवाद्यं शुद्धराशि ६ युतमयनांशोनं जातं तदेव ६।०।१३।३।

अथ लग्नादपि दशमसाधनम् । पूर्वानीतलग्नं सायनम् ९।६।२३।५६ अस्माच्चरम् १२३।४४।२ लग्नरात्रिदलम् १७।३।४४।२ इदं सप्तमलग्नदिनार्धतुल्यमेव । अथ सषड्भलग्नस्य भोग्यांशैस्तदुदयो ३२३ गुणितस्त्रिंशता भक्तो भोग्यकालः २५४।६।१९।४ लग्नरात्रिदलपलेभ्यः १०२३।४४।२।४० शोधितः ७६९।३७।४३। अत्र सिंहकन्ये २९९।२७८ शोधिते शेषं १९२। ३७।४३ त्रिंशता गुणितमशुद्धेन तुलालङ्कोदयेन २७८ भक्तं फलम् २०।४७। १५ शुद्धराशि ६ युतमयनांशहीनं तदेव दशमलग्नम् ।६।०।१३।३ लग्नादपि धनाख्यकर्मणैव दशमं तत्र लग्नाल्लग्नरात्रिदलादेव साध्यते तदा चतुर्थलग्नं सप्तमलग्नाद्दशममेवेति ।

अत्रोपपत्तिः । रव्युदये रविरेव लग्नं ततो यथायथा रविः क्षितिजादुन्नतस्तथातथा सूर्योदयादिष्टकालस्तत्र पूर्वक्षितिजासक्तक्रान्तिवृत्तप्रदेशो लग्नं तत्सूर्येष्टकालाभ्यां साध्यते सूर्योदयतो लग्नसंस्थितित्वात् । एवमधो याम्योत्तरवृत्तक्रान्तिवृत्तसंपातश्चतुर्थलग्नं लग्नादग्रे तिष्ठति । तयोर्मध्ये लग्नरात्रिदलं तेन ताभ्यां चतुर्थलग्नं वा पश्चिमक्षितिजक्रान्तिवृत्तसंपातः सप्तमलग्नं तदग्रे गोलोर्ध्वगयाम्योत्तरवृत्तक्रान्तिवृत्तसंपातरूपं दशमलग्नं तत्सप्तमलग्नमध्ये सप्तमलग्नदिनार्धं तेन दशमलग्नसाधनमुपपन्नम् । अथ च लग्नस्थाने ध्रुवद्वयप्रोतवृत्तं नीतं लग्नध्रुवसूत्रं तत्र नाडीवृत्ते क्रान्तिवृत्तसंपातरूपमेषादितो लग्नध्रुवसूत्रपर्यन्तं लग्नविषुवपलानि सन्ति तत्र लग्नोत्तरगोले लग्नचरपलै रहितानि तानि लग्नस्य स्वदेशोदयपलानि स्युः । लग्नध्रुवसूत्रस्य क्षितिजाधःस्थत्वात् । एवं लग्नदक्षिणगोले क्षितिजादुपरि लग्नध्रुवसूत्रावस्थानाल्लग्नचरपलैर्युतानि लग्नविषुवपलानि नाडीवृत्ते संपातरूपमेषादेः पूर्वस्वस्तिकपर्यन्तं जातानि । पूर्वस्वस्तिकलग्नध्रुवसूत्रान्तरस्य नाडीवृत्ते लग्नचरत्वात् । विषुवांशा दशगुणिता विषुवपलानि तथा स्वदेशोदयांशा दशगुणिताः स्वदेशोदयपलानि स्युः । यथा साधितं सायनलग्नम् । ९।६।२३।५६ अस्य भुक्तांशैर्मकरोदयो ३२३ गुणितस्त्रिंशता भक्तो भुक्तकालस्तत्र मेषादितो धनुरवधि लंकोदया युक्ता जातानि लग्नविषुवपलानि २७६८।५३।४१ एतानि लग्नस्य

दक्षिणगोलत्वाल्लग्नचरपलैः १२३।४४।२ युतानि लग्नस्य स्वदेशोदयपलानि जातानि २९९२।३७।४३ अत्र सायनलग्नस्य भुक्तांशैर्मकरस्य स्वदेशोदयो ३०३ गुणितस्त्रिंशता भक्तो लग्नभुक्तकालस्तत्र मेषादिधनुःपर्यन्तं स्वदेशोदया २१८। २५१।३०३।३४३।३४७।३३८।३३८।३४७।३४३ योजिता जातानि तान्येव २९९२।३७।४३ मेषादिशुद्धोदययुक्तशेषतुल्यानि सिद्धानि । एतानि पूर्वस्वस्तिकान्मेषादिपर्यन्तं नाडीवृत्ते सन्ति तथा पूर्वस्वस्तिकादूर्ध्वयाम्योत्तरवृत्तावधि नाडीवृत्ते पञ्चदशघटीसंबन्धीनि नवशतपलानि तैरूनानि तानि संपातरूपमेषादित ऊर्ध्वयाम्योत्तरवृत्तावधि नाडीवृत्ते दशमलग्नविषुवपलानि भवन्ति यथा लग्नोदयपलानि २९९२।३७।४३ नवशत ९०० हीनानि शेषम् १९९२।३७।४३ इदं दशमलग्नस्य विषुवपलात्मकं यत्र लग्नोदयपलानि नवशताल्पानि तत्र षट्त्रिंशच्छतपलानि दत्वा शोधयेत् । एतस्य क्षेत्रांशा एव दशमलग्नम् । एतेन

विलग्नजाता उदयांशका ये
खाङ्कांशकेनाथ विहीनितास्ते ।
तेभ्यो विलग्नं हि निरक्षजातं
साध्यं भवेत् तद्दशमाभिधं हि ॥

इति सिद्धान्तसम्राडुक्तमुपपन्नम् । अत्र पूर्वानीतं दशमलग्नं ६।०।१३।३ सायनम् ६।२०।४७।१५ अस्य भुक्तांशैस्तुलोदयो २७८ गुणितस्त्रिंशता भक्तः फलम् १९२।३७।४३ अत्र मेषादिकन्यान्तं लङ्कोदया १८०० योजिता दशमलग्नस्य विषुवपलानि १९९२।३७।४३ एतान्यनन्तरानीततुल्यान्येव । एभ्यः क्षेत्रविभागेन दशमलग्नं सिद्धम् । अत्र मकरादिमीनान्तान्तरं नवशतपलमितं लग्नोदयपलेभ्यः शोधितं मेषादितो दशमविषुवपलात्मकं यदि नवशतपलानि न शोधितानि तदा मकरादित एव तानि संभवन्ति ततो मृगादिलङ्कोदयका विशोध्या इत्युक्तं युक्तम् ॥

अथ प्रसङ्गान्नतादपि दशमोपपत्तिः । पद्धतिकारमते तु निशार्धाद्दिनार्धपर्यन्तं पूर्वनतं तथा दिनार्धान्निशार्धावधि पश्चिमनतं तत्रोर्ध्वयाम्योत्तरवृत्तसूर्ययोरन्तरे नतं तथा सूर्याधोयाम्योत्तरवृत्तान्तरमुन्नतं स्वीकृतम् । अत्र सूर्योदयान्मध्याह्नपर्यन्तं क्षितिजादुपरि मध्याह्नात् पूर्वदिश्यर्कस्तत्र रवितो नतकालेन पृष्ठे दशमलग्नमूर्ध्वयाम्योत्तरवृत्तक्रान्तिवृत्तसंपातप्रदेशरूपमस्ति तेन सूर्यात् पूर्वनतेन ऋणाख्यकर्मणा दशमलग्नमथवा सूर्याधोयाम्योत्तर-

वृत्तान्तरमुन्नतं तदेव सषड्भसूर्यादूर्ध्वयाम्योत्तरवृत्तपर्यन्तमुन्नतम् । अतः सषड्भसूर्यात् पूर्वोन्नताङ्गनाख्यमेव दशमलग्नं सषड्भसूर्यचिह्नात् पूर्वोन्नतकालाग्रे दशमलग्नावस्थानात् । अथ दिनार्धादुपरि सूर्यान्नताग्रे दशमलग्नं तत्र सूर्यात् पश्चिमनताच्च धनाख्यं दशममुक्तम् । एवं सूर्यास्तान्निशार्धावधि पश्चिमक्षितिजाधो रविस्तत्र रात्रिगतेष्टदिनार्धयोगे पश्चिमनतं सूर्यप्रदेशादूर्ध्वयाम्योत्तरवृत्तावधि जातं तत्रापि सूर्यादग्र एवोर्ध्वयाम्योत्तरवृत्तावस्थितेः सूर्यपश्चिमनताभ्यां धनाख्यं दशममुक्तम् । अत्र नीलकण्ठेन सूर्याधोयाम्योत्तरवृत्तान्तरं पूर्वनतं स्वीकृतं सषड्भसूर्यादूर्ध्वयाम्योत्तरवृत्तावधि वा तदेव पूर्वनतं तत्र रात्रिगतेष्टरात्रिदलान्तरं पूर्वनतं तथा पूर्वक्षितिजादुपरि सषड्भसूर्यावस्थानात् तत्पृष्ठतो दशमलग्नावस्थानाच्च सषड्भसूर्यपूर्वनताभ्यामृणाख्यं दशमलग्नं भवति । एवमर्धरात्रादुपरि रात्रिशेषदिनार्धयोगे सूर्यादूर्ध्वयाम्योत्तरवृत्तावधि पूर्वनतं सूर्यात् पृष्ठत एव दशमलग्नं सूर्यपूर्वनताभ्यामृणाख्यं संभवति । अत्र पूर्वोन्नतं सूर्याधोयाम्योत्तरवृत्तान्तरमथवा सषड्भसूर्योर्ध्वयाम्योत्तरवृत्तान्तरं सूर्यस्य क्षितिजाधःस्थत्वात् सषड्भसूर्यस्य चोर्ध्वयाम्योत्तरवृत्तपश्चिमक्षितिजान्तरालगतत्वात् तच्चिह्नादग्रत एव दशमलग्नावस्थितेः सषड्भसूर्यपूर्वोन्नताभ्यां धनाख्यं दशममुक्तं नीलकण्ठमतेऽप्यानीतपूर्वोन्नतं पश्चिमनतत्वेन निरूपितं सूर्याधोयाम्योत्तरवृत्तान्तरस्य रात्रिगतरात्रिदलान्तरसाम्यात् । तत्र रात्रौ लग्नं भार्धयुक्ताद्रवेस्त्वितिवाक्यादेव सषड्भसूर्यकरणं सिद्धम् ॥

एवं लग्नचतुर्थसप्तमदशमलग्नानि विज्ञाय ततोऽन्ये भावाः साध्यास्तथाहि । लग्नचतुर्थयोश्चतुर्थसप्तमयोः सप्तमदशमयोर्दशमलग्नयोर्मध्ये समा विभागास्त्रयः कृतास्त एव धनादिभावाः श्रीपतिपद्धत्यादिषु निरूपिताः सन्ति ॥

सिद्धान्तसार्वभौमेऽतएव स्थूलभावत्वेन प्रतिपादितास्तेभ्यः सूक्ष्मभावानयनं तदुक्तं प्रदर्श्यते ।

प्रथमं पद्धतिमतेनाष्टमनवमैकादशद्वादशमितभावान् प्रसाध्य तेभ्यः स्वस्वशङ्कुदृग्ज्ये अग्राशङ्कुतलोत्पन्नभुजश्च ततो दृग्ज्याभुजवर्गान्तरमूलं हारसंज्ञम् । अथ दशमभावसमसूत्रं याम्योत्तरवृत्तमेव तस्याष्टमभावसमसूत्रेण व्ययभावसमसूत्रेण द्विराशिमितमन्तरं तथा धर्मायसमसूत्राभ्यामेकराशिमितमन्तरं सममण्डलेऽस्ति । अत्र सममण्डलगतेन हारेण यदि क्रान्तिवृत्तीया स्थूलभावदशमान्तरज्या लभ्यते तदा समसूत्रद्वयान्तरगतसममण्डलीयद्विरा-

शिमितान्तरज्यया वेकराशिमितान्तरज्ययाकेति तच्चापं दशमभावे संस्कारितं सूक्ष्मभावः क्रान्तिवृत्ते समसूत्रद्वयान्तरालगत इति मुनीश्वरदैवज्ञा वर्णयन्ति। अत्र भावदृग्वृत्ते नतांशाः कर्णस्तत्समसूत्रे भुजचापमेकभुजः सममण्डले खस्वस्तिकाद्भावसमसूत्रावधि द्वितीयभुज इति चापजात्यत्रेत्रत्वात् कर्णैक-भुजज्ययोर्वर्गान्तरमूलस्य हारसंज्ञस्योपवृत्ते नतांशज्यात्वात् प्रकृतद्वितीयभुज-जातज्यया तुल्यत्वाभावात् तथानुपातस्यापि निर्युक्तिकत्वात् तदुक्तं सूक्ष्म-भावानयनं स्थूलभावानयनवदेव बोध्यम्। अत्र

लग्नं सुखात् सुखं कामात् कामं खात् खं च लग्नतः।
च्यंशमेकद्विगुणितं योज्यं लग्नादिषु क्रमात्॥
पूर्वापरयुतेरर्धं सन्धिः स्याद्भावयोर्द्वयोः।
एवं द्वादश भावाः स्युर्भवन्ति हि भसन्धयः॥

इति पाराशरीयहोरावचनबलात् पद्धतिप्रणीतभावानयनमार्षमूलकमेवेति दिवाकरेण केशवपद्धतिटीकायामुक्तं तथा दिवाकरसहोदरेण कमलाकरेण तत्त्वविवेके।

पराशरो नरः कश्चित् पराशर इवोदितः।
अनृतं गणितं येन निरुक्तं स्वीयजातके॥

इत्यनेन पराशरजातकस्यैवानार्षताभिहिता। अत एव लोकेषु मूर्खादर-पोषणार्थमित्याद्युक्तं चमत्कृतिकरं

पद्धत्युक्ता अनार्षाः कथय कथममी गोलसंस्थानसिद्धाः।
इति सार्वभौमेऽप्युक्तमित्यलम्॥

अथ चन्द्रस्य गोलायनसन्धिज्ञानमाह। क्रान्तिवृत्ते नाडीवृत्ताद्विमण्डला-वध्येकभुजः। नाडीवृत्ते विमण्डलात् क्रान्तिवृत्तावधि द्वितीयो भुजः। विम-ण्डले नाडीवृत्तात् क्रान्तिवृत्तावधि तृतीयो भुज इति विषमत्रिभुजं तत्र नाडीवृत्तविमण्डलसंपाते कदम्बसूत्रं नीतं क्रान्तिवृत्तोपरि लम्बरूपं वृत्तमिदं तत्खण्डं लम्बः कदम्बसूत्रादुभयदिशि जाते आबाधे तत्रैका नाडीवृत्तावधि द्वितीया विमण्डलावधि तद्वशतश्चापजात्यद्वयमुत्पन्नम्। एकाबाधैकभुजः लम्बोऽन्यभुजः। नाडीवृत्ते क्रान्तिवृत्तविमण्डलान्तरं कर्ण इति प्रथमं क्षेत्रं तथा द्वितीया बाधैकभुजः लम्बोऽन्यभुजः विमण्डले नाडीवृत्तक्रान्तिवृत्तान्तरं कर्ण इति द्वितीयं क्षेत्रम्। अथ क्रान्तिवृत्तविमण्डलसंपाते पाताभिधे ध्रुवसूत्रं

नेयं तत्र नाडीवृत्तात् पातावधि पातक्रान्तिरेकभुजः क्रान्तिवृत्ते नाडीवृत्तात् पातावधि पातांशाः कर्णः नाडीवृत्ते तद्विषुवांशा अन्यभुज इति तृतीयं चापजात्यं तथा पातध्रुवसूत्रे तत्क्रान्तिरेकभुजः । विमण्डले नाडीवृत्तात् पातावधि कर्णः नाडीवृत्ते विमण्डलात् ध्रुवसूत्रावध्यन्यभुज इति चतुर्थचापजात्यं तत्र तृतीयक्षेत्रे पातध्रुवसूत्रक्रान्तिवृत्तान्तरं यष्टिचापरूपं कोणं प्रसाध्य द्वितीयक्षेत्रे क्रान्तिवृत्तविमण्डलान्तरं परमशरं कोणं ज्ञात्वा ययोः संलग्नकोणयोर्योगान्तरवशाच्चतुर्थक्षेत्रे विमण्डलपातध्रुवसूत्रान्तररूपः कोणो ज्ञातः स्यात् । अत्र मकरादिषड्भे पाते यष्टिचापरूपकोणान्तर्गतः परमशररूपकोणस्तयोरन्तरं तेन कृतं कर्कादिषड्भगतपाते त्वेककोणबहिस्थोऽन्यकोण इति योगः कृतः । अथैतदवगतकोणस्य तल्लग्नपातक्रान्तिरूपभुजस्य ज्ञानेऽन्यकोणज्ञानं

कोणज्यका कोणलग्नदोर्जकोटिज्यया हता ।
त्रिज्याभक्ता फलं चान्यकोणकोटिज्यका भवेत् ॥

इति सूत्रेण कृतं तथाहि ज्ञातकोणज्या परसंज्ञा स्वलग्नभुजकोटिज्यया द्युज्यामितया हता त्रिज्याभक्ता लब्धवर्गत्रिज्यावर्गान्तरमूलं नाडीवृत्तविमण्डलसंपातकोणज्या हरसंज्ञा कृता । अत्र चतुर्थक्षेत्रे हरेण क्रान्तिज्या तदा त्रिज्यया केति कर्णज्या पुनर्हरेण क्रान्तिज्या तदा परेण केति भुजज्या द्वयोश्चापे कर्णभुजौ भुजस्तु नाडीवृत्तगतोऽस्ति । अस्य पातविषुवांशस्यान्तरं नाडीवृत्ते क्रान्तिवृत्तविमण्डलान्तरं प्रथमक्षेत्रकर्णः स्यात् ॥

अथान्यथोच्यते । चतुर्थक्षेत्रकर्ण एव द्वितीयक्षेत्रकर्णः पूर्वानीतस्तत्र त्रिज्यया कर्णज्या लभ्यते तदा परमशरज्यया केति तच्चापं द्वितीयक्षेत्रभुजः स एव प्रथमक्षेत्रभुजो लम्बसंज्ञस्तज्ज्या $\frac{\text{पश} \cdot \text{क१}}{\text{त्रि१}}$ ततः प्रथमक्षेत्रे परक्रान्तिज्ययेयं तदा त्रिज्यया केति कर्णज्या । अत्र त्रिज्यातुल्ययोर्गुणहरयोर्नाशे द्वितीयक्षेत्रकर्णज्या परमशरज्यागुणा परक्रान्तिज्याभक्ता जाता प्रथमक्षेत्रकर्णज्या । अथवा पूर्वदर्शितविषमत्रिभुजे नाडीवृत्तक्रान्तिवृत्तयोगकोणः परक्रान्त्यंशाः क्रान्तिवृत्तविमण्डलयोगकोणः परमशरस्तेन परक्रान्तिज्यया द्वितीयक्षेत्रकर्णज्या तदा परमशरज्या केति सैव तच्चापं प्रथमचापजात्यकर्ण इति । अत्र ज्ञातकर्णभुजाभ्यां कर्णकोटिज्यकात्रिज्याघात इति सूत्रेणान्यभुजः सच क्रान्तिवृत्ते नाडीवृत्तात् पूर्वकृतकदम्बसूत्रावधि सिद्ध इति ॥

अथान्यथोच्यते । तृतीयक्षेत्रे परक्रान्तिरूपकोणस्य तथा पातभुजांशरूपकर्णस्य ज्ञाने च क्रान्तियष्टिचापयोर्ज्ञानं कार्यं यष्टिचापपरमशरयोः संस्कार-

च्चतुर्थक्षेत्रे क्रान्तिलग्नः कोणस्तत्क्रान्तिभ्यां कर्णं ज्ञात्वा द्वितीयक्षेत्रे तत्कर्ण-परमशराभ्यां लम्बो ज्ञातव्यस्ततः प्रथमक्षेत्रे परक्रान्त्यंशलम्बाभ्यां कोणतत्सं मुखभुजाभ्यां द्वितीयभुजो ज्ञातव्यः स एव क्रान्तिवृत्ते नाडीवृत्तकदम्बसूत्रा-न्तररूपः स्यात् । अयं भुजः सूर्यगोलसन्धौ हीनो युतश्च पातस्य मेषादितु-लादिषड्गतत्वे तदा चन्द्रगोलसन्धिः स्यात् । पातस्य मेषादिषड्भावस्थितौ नाडीवृत्तक्रान्तिवृत्तसंपातात् पृष्ठतः कदम्बसूत्रं तथा तुलादिषड्गतपाते र-विगोलसन्धेरग्रत एव स्थितमित्युक्तं क्रान्तिवृत्तीयचन्द्रगोलसन्ध्यानयनं युक्तम् । अत्र धनायनांशकालेऽयनांशोनितपात एव पातत्वेन ग्राह्यश्चक्रशुद्धपातस्तु राहुसंज्ञ इति नाडीवृत्तविमण्डलसंपातरूपमपि विवृत्तीयचन्द्रगोलसन्धिस्तद-वगमार्थं विषमपदस्थे राहौ सति राहौ द्वितीयक्षेत्रकर्णो हीनः समपदस्थे राहौ राहौ युतः कार्यः क्रान्तिवृत्तविवृत्तसंपातस्य राहुत्वात् प्रथमपदे राहौ सति राहुचिह्नात् पृष्ठतो विवृत्तनाडीवृत्तसंपातस्तथा द्वितीयपदे तदग्रतस्तृ-तीयपदे तत्पृष्ठतश्चतुर्थपदे तदग्रत इति विमण्डलीयनाडीवृत्तक्रान्तिवृत्तान्तरं राहौ संस्कारितं चेत् तदा मेषादेर्नाडीविमण्डलसंपातप्रदेशोऽवगतः स्यात् । अथैतत्प्रदेशस्य चन्द्रबिम्बस्य विमण्डले यदन्तरं तत् केन्द्रसंज्ञं कर्णः । बि-म्बध्रुवसूत्रे नाडीवृत्तबिम्बान्तरं चन्द्रस्पष्टक्रान्तिरेकभुजः । नाडीवृत्ते तदन्य-भुज इति पञ्चमं चापजात्यं चतुर्थचापजात्यसजातीयं नाडीविमण्डलान्तर-रूपकोणस्य द्वयोरेकत्वात् । अतश्चतुर्थक्षेत्रकर्णज्यया राहुक्रान्तिज्या तदा केन्द्रज्यया केति लब्धचापं स्पष्टक्रान्तिः । अथवा पञ्चमचापजात्ये समकोण-ज्यया केन्द्रज्या तदा कोणज्यया पूर्वानीतहरमितया केति सैव स्पष्टक्रान्ति-ज्या । अत्र नाडीवृत्तविमण्डलयोगकोणः परमस्पष्टापमस्तज्ज्या हरसंज्ञा च-तुर्थक्षेत्रे साधितैव । अत्र मकरादिषड्राहौ मेषादिकेन्द्रे सौम्या तुलादिके-न्द्रे याम्या स्पष्टक्रान्तिस्तथा कर्कादिषड्राहौ मेषादिकेन्द्रे याम्या तुलादिकेन्द्रे सौम्या ज्ञेया । नाडीवृत्तादुत्तरे विमण्डलावस्थाने सौम्या याम्ये याम्या क्रा-न्तिरिति स्पष्टम् ॥

अथ पूर्वोक्तचन्द्रगोलसन्धिज्ञानमन्यथोच्यते । अयनवृत्ते ध्रुवकदम्बान्तरं परक्रान्तिमितमेकभुजः । विमण्डलपृष्ठकेन्द्रस्य विकदम्बसंज्ञकत्वात् कदम्ब-विकदम्बान्तरं परमशरो द्वितीयभुजः ध्रुवविकदम्बान्तरं परस्पष्टापमस्तृतीयो भुजः । इदं किल विषमत्रिभुजं पूर्वदर्शितविषमत्रिभुजीयकोणत्रयरूपभुजैर-स्ति । अत्र कदम्बगतकोणोऽयनांशसंस्कृतपातांशमितोऽस्ति ॥

कोणकोटिज्यका ज्ञातबाह्वोर्ज्याभ्यां हता हृता ।

इति सूत्रेण परमशरपरक्रान्तिमितभुजाभ्यां तन्मध्यगतकोणज्ञाने च तृतीयभुजज्ञानं कृतम् । तथाहि । अयनांशहीनपातकोटिज्या परमशरज्ययाप रक्रान्तिज्यया च गुणनीया त्रिज्यावर्गेण भाज्या फलं प्रथमं तथा भुजकोटिज्ययोः परमशरकोटिज्यापरात्यद्युज्यामितयोर्घातस्त्रिज्याभक्तः फलं द्वितीयं मकरादिपद्मे व्ययनांशपाते फलयोरन्तरं कार्यं तत्र भुजमध्यगतकोणस्य नवत्यधिकत्वात् । कर्कादिपद्मे व्ययनांशपाते तु फलैक्यमेव कोणस्य नवत्यल्पत्वात् । एवं जाता तृतीयभुजकोटिज्या तच्चापोननवत्यंशास्तृतीयभुजः परस्पष्टापमतुल्यः । अयमेव पूर्वदर्शितप्रथमविषमत्रिभुजे नाडीविवृत्तयोगजकोणस्तज्ज्यया व्ययनांशपातदोर्ज्या लभ्यते तदा परमशरज्यया केति तच्चापं तत्संमुखो भुजः प्रथमचापजात्यकर्णरूपस्तल्लग्नकोणः परक्रान्तिमितोऽस्ति ताभ्यां प्रथमचापजात्यभुजो ज्ञातव्यः स एव क्रान्तिवृत्ते रविचन्द्रगोलसन्ध्यन्तररूप इति सिद्धम् ॥

अथान्यथोच्यते । प्रथमविषमत्रिभुजे व्ययनांशपातभागा एव भूमिस्तल्लग्नौ परमशरपरक्रान्तिमितकोणौ तेभ्यः पूर्वसूत्रेण

आधाराधैभया निघ्नी कोणयोरन्तरज्यका ।

इत्यादिनाबाधे साध्ये तत्रैकाबाधैव प्रथमचापजात्यभुजरूपा भवति । तथाहि । प्रथमपदे व्ययनांशपाते नवत्यल्पा भूमिर्द्वितीयपदे नवत्यधिका भूमिस्तृतीयपदे व्ययनांशपातश्चक्रशुद्धस्तदंशा नवत्यधिका एव भूमिश्चतुर्थपदेऽपि व्ययनांशपातश्चक्रशुद्धस्तदंशा नवत्यल्पा एव भूरिति । यथा चन्द्रस्य परमशरभागाः ४।३० परक्रान्तिभागाः २४ । अनयोर्योगः २८।३० अन्तरम् १९।३० द्वयोर्ज्ये १६४०।२४।११४७।३५ अयनांशाः २० पातः २।१०।३०।० व्ययनांशपातः १।२०।३० अर्द्धम् ०।२५।१५ अस्यच्छाया १६२१।३४ कोणयोरन्तरज्यया ११४७।३५ हता १८६०९००।१० योगज्यया १६४०।२४ भक्ता ११३४।२५ अस्याश्छायासु चापम् १८।१५ इदमाबाधयोरन्तरार्धं योगार्धं २५।१५ हीनं जाता लब्धाबाधा ७।० रविगोलसन्धिः ११।१० चन्द्रगोलसन्धिः ११।३। अथद्वितीयपदे पातः ४।१४ व्ययनांशः ३।२४ अस्यार्धस्य १।२७ छाया ५२९४।३ अन्तरज्यागुणिता ६०७५३६३।३२ योगज्याभक्ता ३७०३।३५ अस्याश्छायासुचापं ४७।७ भूम्यर्धं ५७ हीनं लब्धाबाधा ९।५३ इदं गोलसन्ध्यन्तरं रविगोलसन्धिः ११।१० चन्द्रगोलसन्धिः ११।०।७ अथ तृतीयपदे पातः ८।१०।३०।० अयनांशोनः ७।२०।३० चक्रशुद्धः ४।९।३०।० अस्यार्धस्य २।४।४५।० छाया ७२९१।५० अन्तरज्यया ११४७।३५ हता

८३६७९९६।२४ योगज्यया १६४०।२४ भक्ता ५१०२ अस्याश्छायासुचापम् ५६।१ भूम्यर्धे ६४।४५ हीनं जातं गोलसन्ध्यन्तरम् ८।४४ रविगोलसन्धिः ११।१० चन्द्रगोलसन्धिः ११।१८।४४ अथ चतुर्थपदे पातः १०।१०।३० व्ययनांशः ९।२०।३० चक्रशुद्धः २।९।३० अस्य दलम् १।४।४५ छाया २३८५।१३ अन्तरज्यागुणा योगज्याभक्ता १६६८।३८ छायाखण्डैश्चापम् २५।५३ भूम्यर्धे ३४।४५ हीनं ८।५२ इदं गोलसन्ध्यन्तरं रविगोलसंधिः ११।१० चन्द्रगोलसंधिः ११।१८।५२। अत्र सर्वत्र स्पष्टक्रान्त्यानयनसूत्रेण स्पष्टक्रान्त्यभाव एवेति धूलीकर्मणा प्रतीतिरुत्पाद्येति ।

अथ कानिचिद्विषमत्रिभुजोदाहरणानि प्रदर्श्यन्ते। यथा कदम्बसूत्रे ग्रहकदम्बान्तरं नवत्यंशा एकभुजः अयनवृत्ते कदम्बध्रुवान्तरं परक्रान्त्यंशा द्वितीयभुजः ग्रहध्रुवान्तरं द्युज्याचापांशा ध्रुवसूत्रे तृतीयभुज इति विषमत्रिभुजम्। अत्र ग्रहस्थानान्नवत्यंशान्तरिते ग्रहत्रिज्यावृत्ते ध्रुवसूत्रकदम्बसूत्रान्तरमयनवलनमितं ग्रहगतकोणे जिनांशसंमुखोऽस्ति तथा ध्रुवान्नवत्यंशान्तरिते नाडीवृत्तेऽयनवृत्तध्रुवसूत्रान्तरे विषुवांशकोट्यंशमितो ध्रुवगतकोणे नवतिभुजसंमुखस्तथा कदम्बान्नवत्यंशान्तरिते क्रान्तिवृत्ते कदम्बसूत्रायनवृत्तान्तरे ग्रहकोट्यंशमितः कदम्बगतकोणे द्युज्याचापांशभुजसंमुखोऽस्ति । तत्र भुजद्वयैककोणाभ्यां शेषकोणज्ञानं यथा। नवत्यंशभुजज्यया त्रिज्यामितया तत्संमुखकोणज्या विषुवांशकोटिज्यामिता लभ्यते तदा जिनांशभुजज्यया केति तत्संमुखकोणज्याऽयनवलनज्या सिद्धा। अथवा द्युज्यया ग्रहकोटिज्या तदा जिनज्यया केति सैव । एतेन

अयनाद्गतकालांशक्रमक्रान्तिज्यका हि सा ।

इति ।

खेटकोटिक्रमज्यका ।
जिनज्याघ्नी द्युजीवाप्ताऽयनदिग्वलनं भवेत् ॥

इति च भास्करोक्तमुपपन्नम् । अथ द्युज्यया ग्रहकोटिज्या तदा त्रिज्यया केति विषुवांशकोटिज्या भवति। एवं कोणद्वयैकभुजज्ञाने शेषभुजज्ञानमन्यदपि सर्वं योज्यम् । अथ ध्रुवसूत्रे ग्रहध्रुवान्तरं द्युज्याचापांशा एकभुजः। याम्योत्तरवृत्ते ध्रुवसमचिह्नान्तरमुन्नतांशा द्वितीयभुजः समसूत्रे ग्रहसमचिह्नान्तरमुपवृत्तव्यासार्धचापं तृतीयो भुजः । अत्र ध्रुवगतकोणे नतकालः समचिह्नगतकोणः समवृत्तनतांशाः । ग्रहगतकोणेऽक्षवलनरूपः। अत्र द्युज्य-

या समवृत्तनतज्या तदाऽक्षज्यया केत्यक्षवलनज्या । एवमुपवृत्तव्यासार्धेन नतकालज्या तदाऽक्षज्यया केति सैवाक्षवलनज्या । एवमुपवृत्तव्यासार्धेन नतकालज्या तदा द्युज्यया केति जाता समवृत्तनतज्या । एवमन्यदपि चिन्त्यम् । अथ ग्रहत्रिज्यावृत्ते समसूत्रध्रुवसूत्रान्तरमक्षवलनमेकभुजः, नाडीवृत्ते सममण्डलग्रहत्रिज्यावृत्तान्तरं नतकालमितं द्वितीयो भुजः, समवृत्ते नाडीवृत्तग्रहत्रिज्यावृत्तान्तरं समवृत्तनतांशास्तृतीयभुजः, अत्र पूर्वस्वस्तिकगतकोणोऽक्षांशाः । ग्रहत्रिज्यावृत्तनाडीवृ योगकोणो द्युज्याचापांशाः ग्रहत्रिज्यावृत्तसमवृत्तयोगकोण उपवृत्तव्यासार्धचापमित इति । अत्राप्यनुपातः पूर्ववदेव । पूर्वत्रिभुजकोणैर्द्वितीयत्रिभुजं तत्कोणैर्व पूर्वत्रिभुजमिति सिद्धम् । अथस्पष्टक्रान्तिसाधनार्थमन्यदुदाहरणम् । यथा कदम्बसूत्रे ग्रहचिह्नबिम्बान्तरं शरः ध्रुवसूत्रे ग्रहध्रुवान्तरे द्युज्याचापांशाः बिम्बध्रुवसूत्रे बिम्बध्रुवान्तरे स्पष्टद्युज्याचापांशा इदमपि त्रिभुजम् । अत्र ग्रहगतकोणो ग्रहायनवलनं बिम्बगतकोणो बिम्बीयायनवलनं तथा ध्रुवगतकोणोऽयनदृक्कर्मकाल इति । अत्र स्पष्टद्युज्यया तत्संमुखकोणज्या ग्रहायनवलनज्यामिता लभ्यते तदा शरज्यया केति तत्संमुखकोणज्याऽयनदृक्कर्म्मकालज्या जाता । एतेन

आयनं हि वलनं खगजं यत्
तज्ज्यका च गुणिता शरमौर्व्या ।
प्रस्फुटापमदिनज्यकयाप्ता
तद्धनुर्लवषडंशमितं तत् ॥
दृष्टिकर्म घटिकादि सुसूक्ष्मं
स्याच्छिरोमणिकृतादपि दृग्जात् ।

इति कमलाकरोक्तमुपपन्नम् । एवं स्पष्टद्युज्यया ग्रहायनवलनज्या तदा द्युज्यया केति तच्चापं बिम्बीयायनवलनं सिद्धम् । अथ शरद्युज्याचापांशाभ्यां भुजाभ्यां तन्मध्यगकोणस्य ग्रहायनवलनस्य ज्ञाने तृतीयभुजकोटिसाधनं

कोणकोटिज्यका ज्ञातबाहोर्ज्याभ्यां हता हृता ।

इत्यादिपद्येन । यथा कोणकोटिज्याऽयनवलनकोटिज्या यष्टिमिता तत्साधनं तु परात्पद्युज्यात्रिज्याघातो द्युज्याभक्त इति पूर्वमुक्तम् । $\frac{\text{पद्यु}\cdot\text{त्रि१}}{\text{द्यु१}}$ इयं भुजज्याभ्यां शरज्याद्युज्याभ्यां हता त्रिज्यावर्गभक्ता प्रथमफलम्

ष

(पद्यु · त्रि · श · द्यु १)/(द्यु · त्रि · त्रि १) अत्र द्युज्ययोस्त्रिज्ययोर्नाशे जातम् (पद्यु · श १)/(त्रि १) एवं भुज-कोटिज्ययोः क्रान्तिशरकोटिज्ययोर्घातस्त्रिज्याभक्तो द्वितीयफलम् (क्रा · शको १)/(त्रि १) अनयोः फलयोः संस्कारात् तृतीयभुजकोटिज्यारूपा स्पष्टक्रान्तिज्या सिद्धा ॥ अथ कदम्बसूत्रे बिम्बकदम्बान्तरं शरकोटिमितं बिम्बध्रुवसूत्रे बिम्बध्रुवान्तरं स्पष्टद्युज्याचापांशाः । अयनवृत्ते कदम्बध्रुवान्तरं जिनांशाः । एभिर्विषमत्रि-भुजम् । अत्र ध्रुवगतकोणो नाडीवृत्ते बिम्बध्रुवसूत्रायनवृत्तान्तररूपोऽस्ति तथा बिम्बगतकोणो बिम्बायनवलनं तथा कदम्बगतकोणस्तु ग्रहकोटिमितो-ऽस्ति क्रान्तिवृत्ते बिम्बकदम्बसूत्रायनवृत्तान्तरे गतत्वात् । अत्र स्पष्टद्युज्यया ग्रहकोटिज्या लभ्यते तदा जिनज्यया केति बिम्बायनवलनज्या, एवं स्पष्टद्यु-ज्यया ग्रहकोटिज्या तदा शरकोटिज्यया केति फलचापं ध्रुवगतकोणमानं तदेवायनदृक्कर्म्मसंस्कृतग्रहविषुवांशकोटिमानं तत्कोटिर्विषुवांशास्तस्य क्षेत्रां-शाः पूर्वोक्तरीत्या प्रसाध्यास्ततः पदक्रमेण मेषादितोऽयनग्रहः स्यात् । बिम्ब-ध्रुवसूत्रस्यैवायनदृग्ग्रहध्रुवसूत्रत्वात् तस्य मेषादेरन्तरं तद्विषुवांशा इति सुग-मम् । एतेन तत्त्वविवेकोक्तायनग्रहसाधनं प्रयाससाध्यमेवेति ।

अथ त्रिभुजे भुजद्वयतदन्तर्गतकोणज्ञाने तृतीयभुजकोट्यानयनं यथा । कोणकोटिज्या ग्रहभुजज्या सा भुजज्याभ्यां शरकोटिज्याजिनज्याभ्यां हता त्रिज्यावर्गेण भक्ता (भु · शको · जि १)/(त्रि · त्रि १) । भुजज्या जिनज्यागुणा त्रिज्याभक्ता क्रा-न्तिज्यैवेति जातं (क्रा · शको १)/(त्रि १) प्रथमफलं तथा भुजकोटिज्ययोः शरज्यापरा-ख्यद्युज्यामितयोर्हतिस्त्रिज्याभक्ता द्वितीयफलम् । (श · पद्यु १)/(त्रि १) । अनयोः सं-स्कारात् तृतीयभुजकोटिज्यारूपा स्पष्टक्रान्तिज्या सिद्धा । अत्र भुजद्वयमध्य-गतकोणस्य नवत्यंशाल्पत्वे प्रथमफलं धनं नवत्यधिकत्वे फलमृणं नवत्यधिक-चापस्य द्वितीयपदगतत्वेन तत्कोटिज्याया ऋणत्वात् । एवमेकभुजस्य नव-त्यधिकत्वे तत्कोटिज्याया ऋणत्वाद्द्वितीयफलमृणं ततो यथासंभवं धनयोर्योगो धनर्णयोरन्तरं वा क्रान्तिशरयोरेकदिशिफलयोर्योगो भिन्नदिश्यन्तरमिति प-र्यवसन्नम् । एतेन ग्रहस्यास्फुटक्रान्तिजीवेत्यादि पूर्वोक्तं प्रकारान्तरेणोपपन्नम् ।

अत्र ब्रह्मगुप्तादिप्राचीनमते ध्रुवाभिमुखक्रान्तौ कदम्बाभिमुखशरसंस्कारः स्वल्पान्तरत्वादङ्गीकृतोऽस्ति तत्र स्पष्टक्रान्तिस्थौल्यं विचार्यते । क्रान्तिशरज्ययोस्तथा तत्कोटिज्ययोर्द्युज्याशरकोटिज्यास्वरूपयोर्न्यासः ।

क्रा १	श १
द्यु १	शको १

दोर्ज्ये मिथः कोटिज्यागुणे त्रिज्याभक्ते फलयोर्योगोऽन्तरं वा शरसंस्कृतक्रान्तिज्या ।

क्रा · शको १	द्यु · श १
त्रि १	त्रि १

इयमेव तन्मते जाता स्पष्टक्रान्तिज्या । अत्र सूक्ष्मप्रकारानीतस्य प्रथमफलं $\frac{\text{क्रा · शको १}}{\text{त्रि १}}$ तुल्यमेव । द्वितीयफलं त्विदम् $\frac{\text{पद्यु · श १}}{\text{त्रि १}}$ परात्पद्युज्यानिजद्युज्यान्तरं शरज्यागुणितं त्रिज्याभक्तं फलमिदं प्राचीनस्पष्टक्रान्तिज्यायां संस्कार्यं सा सूक्ष्मा स्यात् । एवं भास्कराचार्येण

त्रिज्यावर्गादयनवलनज्याकृतिं प्रोह्य मूलं
यष्टिर्यष्ट्या द्युचरविशिखस्ताडितस्त्रिज्ययाप्तः ।

इति रीत्या ध्रुवाभिमुखः स्पष्टशरः क्रान्तिसंस्कारार्थं साधितोऽस्ति । तद्यथा । अयनवलनज्या भुजः । यष्टिः कोटिः । त्रिज्या कर्ण इत्येकं जात्यं तथा शरज्या कर्णः स्पष्टशरज्या कोटिस्तद्वर्गान्तरमूलमायनदृक्कर्मकालज्यारूपं भुज इति द्वितीयं जात्यमिदं द्वयं सजातीयं पूर्वं निरूपणात् । अतो द्युज्याकर्णे परात्पद्युज्या कोटिस्तदा शरज्याकर्णे केति स्पष्टशरज्या $\frac{\text{श · पद्यु १}}{\text{द्यु १}}$ तत्कोटिज्या च स्पशको १ अनयोः क्रान्तिज्याद्युज्याभ्यां भावनार्थं न्यासः ।

श · पद्यु १ / द्यु १	क्रा १
स्पशको १	द्यु १

दोर्ज्ये मिथः कोटिज्यागुणे त्रिज्याभक्ते जाते फले

श · पद्यु १	स्पशको · क्रा १
त्रि १	त्रि १

अनयोर्योगोऽन्तरं वा भास्कराभिमतस्पष्टक्रान्तिज्या । अत्र प्रथमफलं सूक्ष्मप्रकारे पूर्वानीते तुल्यमेव $\frac{\text{श · पद्यु १}}{\text{त्रि १}}$ द्वि-

तीयफलम् $\frac{\text{स्पशको}\cdot\text{क्रा १}}{\text{त्रि १}}$ पूर्वानीतमिदम् $\frac{\text{शको}\cdot\text{क्रा १}}{\text{त्रि १}}$ तेन कदम्बाभिमुखशरकोटिज्यायाः स्पष्टशरकोटिज्याया अन्तरेण क्रान्तिज्यागुणिता त्रिज्याभक्ता फलमिदं भास्कराचार्यानीतस्पष्टक्रान्तिज्यायां संस्कार्यं सा सूक्ष्मा स्यादिति सिद्धम् ।

अथ गोलरीत्यापि शिरोमण्युक्तस्पष्टक्रान्तिस्थौल्यं प्रदर्श्यते । क्रान्तिवृत्ते ग्रहस्थितिस्तत्र कदम्बद्वयप्रोतवृत्तं ग्रहकदम्बसूत्रमेवं ध्रुवद्वयप्रोतवृत्तं ग्रहोपरिनीतं ग्रहध्रुवसूत्रमथ ग्रहकदम्बसूत्रे ग्रहाच्छराग्रे बिम्बमस्ति तथा ग्रहानवत्यंशान्तरितं ग्रहत्रिज्यावृत्तं तदेव सत्रिभग्रहकदम्बसूत्रं ग्रहत्रिज्यावृत्तनाडीवृत्तसंपातद्वयप्रोतं ग्रहोपरिगतं वृत्तं नाडीसूत्रसंज्ञमिदं ग्रहध्रुवसूत्रोपरिलम्बरूपम् । अथ ग्रहत्रिज्यावृत्ते ग्रहकदम्बसूत्रनाडीसूत्रान्तरं यष्टिचापतुल्यम् । अतो ग्रहात् त्रिज्याग्रे यष्टितुल्यमन्तरं तदा शरज्याग्रे किमिति लब्धचापं ग्रहत्रिज्यावृत्तध्रुवसूत्रसंपातद्वयप्रोते बिम्बलग्ने दृष्टसूत्रसंज्ञे वृत्ते नाडीसूत्र,-कदम्बसूत्रान्तरं स्पष्टशरमितं सिद्धम् । अत्र कदम्बसूत्रे ग्रहशरः कर्णः । बिम्बान्नाडीसूत्रावधि स्पष्टशरः कोटिः । नाडीसूत्रे ग्रहाद्दिष्टसूत्रावधिः भुज इति प्रथमचापजात्यम् । अत्र ग्रहगतः कोणो यष्टिचापमितस्तयेष्टसूत्रनाडीसूत्रयोगजः समकोणः । अतस्त्रिज्यया शरज्या लभ्यते तदा यष्टिमितया कोणज्यया केति लब्धस्य चापं स्पष्टशरः स एव सिद्धः । एवं ग्रहत्रिज्यावृत्ते ग्रहकदम्बसूत्रध्रुवसूत्रान्तरमयनवलनमितम् । अतस्त्रिज्याग्रेऽयनवलनज्या तदा ग्रहाच्छरज्याग्रे केति लब्धचापं ग्रहत्रिज्यावृत्तनाडीसूत्रसंपातद्वयप्रोते बिम्बलग्ने परवृत्तसंज्ञे ग्रहध्रुवसूत्रकदम्बसूत्रान्तरमयमेकभुजः । ग्रहध्रुवसूत्रे परवृत्ताद्ग्रहपर्यन्तमन्यभुजः । कदम्बसूत्रे ग्रहशरः कर्ण इति द्वितीयचापजात्यमत्रापि ग्रहगतः कोणोऽयनवलनमितः । ध्रुवसूत्रपरवृत्तयोगजः समकोणस्तज्ज्यया त्रिज्यामितया यदि कर्णज्या ग्रहशरज्या लभ्यते तदायनवलनज्यया केति लब्धचापं परवृत्ते ध्रुवसूत्रबिम्बान्तररूपं तत्रोक्तत्रेत्रद्वये कर्णीकृत्वाच्चापचतुरस्रमुत्पन्नम् । अथ प्रथमचापजात्योत्पन्नजात्यविचारः । ग्रहत्रिज्यावृत्तध्रुवसूत्रयोगात् स्पष्टशरकोटिभागैः समन्ततोऽन्तरितं लघुवृत्तं निवेश्यं तत्तु नाडीसूत्रसमानान्तरं वृत्तं ग्रहध्रुवसूत्रे ग्रहाल्लघुवृत्तावधि स्पष्टशरतुल्यं तज्ज्या कोटिः लघुवृत्ते ध्रुवसूत्रबिम्बान्तरज्या भुजः कदम्बसूत्रे ग्रहाद्बिम्बावधि शरस्तज्ज्या कर्ण इति जात्यं क्षेत्रम् । अथ ध्रुवात् स्पष्टक्रान्तिकोटिभागैर्वृत्तं बिम्बलग्नं बिम्बाहोरात्रवृत्तं गोले बिम्बाहोरात्रवृत्तलघु-

वृत्तपरवृत्तानां संपातद्वयं ग्रहध्रुवसूत्रादुभयतस्तुल्यान्तरेऽस्ति वृत्तत्रितयोपरि ध्रुवसूत्रस्य लम्बरूपत्वात् । अत्रैकः संपातो बिम्बे द्वितीयोऽन्यत्र संपातद्वयबद्धा पूर्णज्या वृत्तत्रयेऽप्येकैव तदर्धमर्धज्या तच्चापं बिम्बाहोरात्रवृत्तेऽयनदृक्कर्मकालांशाः । लघुवृत्ते जात्यक्षेत्रीयभुजचापं परवृत्ते द्वितीयचापजात्यैकभुजोऽस्ति । अथ बिम्बध्रुवसूत्रे ध्रुवात् स्पष्टद्युज्याचापाग्रे बिम्बमतः स्पष्टद्युज्याग्रे एतज्ज्या तदा त्रिज्याग्रे केति लब्धचापं नाडीवृत्ते ग्रहध्रुवसूत्रबिम्बध्रुवसूत्रान्तरेऽयनदृक्कर्मकालांशाः सिद्धाः । अथवा बिम्बाहोरात्रवृत्तव्यासार्धे स्पष्टद्युज्यामिते चेयं भुजज्या तदा त्रिज्याव्यासार्धे केति लब्धचापांशास्त एव भवन्ति । अत्रायनवलनज्या शरज्यागुणा त्रिज्याभक्ता पुनस्त्रिज्यागुणा स्पष्टद्युज्याभक्ता कृता तत्र त्रिज्ययोर्नाशे ग्रहायनवलनज्या शरज्यागुणा स्पष्टद्युज्याभक्ता जातायनदृक्कर्मकालज्येति सिद्धम् । अत्र ग्रहध्रुवसूत्रे नाडीवृत्ताद्ग्रहपर्यन्तं ग्रहक्रान्तिरेवं ग्रहध्रुवसूत्रे नाडीवृत्ताद्बिम्बाहोरात्रवृत्तावधि स्पष्टक्रान्तिस्तयोरन्तरं ग्रहध्रुवसूत्रे ग्रहाद्बिम्बाहोरात्रवृत्तावधि स्पष्टशररूपं भवितुमर्हति । परन्तु पूर्वं ग्रहध्रुवसूत्रे ग्रहात् स्पष्टशरकोटिवृत्तरूपलघुवृत्तावधि स्पष्टशरो गोलक्षेत्ररीत्या सिद्धस्तेन भास्कराचार्यानीतस्पष्टशरस्य ग्रहलघुवृत्तान्तरे जातत्वान्नवास्तवत्वम् । ग्रहध्रुवसूत्रे बिम्बाहोरात्रलघुवृत्तान्तरं यत् स्यात् तेनैव स्पष्टक्रान्तिरन्तरितेति सिद्धम् ।

अथ शिरोमण्युक्तायनदृक्कर्मस्थौल्यं प्रदर्श्यते । ग्रहकदम्बसूत्रे ग्रहबिम्बान्तरं शरः कोटिः । बिम्बध्रुवसूत्रे बिम्बादयनदृग्ग्रहावधि कर्णः क्रान्तिवृत्ते ग्रहादयनदृग्ग्रहावधि भुज इति चापजात्यम् । अत्र कदम्बसूत्रक्रान्तिवृत्तयोगजो ग्रहगतः कोणो नवत्यंशाः । ध्रुवसूत्रक्रान्तिवृत्तयोगजोऽयनग्रहयष्टिचापमितः कोणः । अतस्त्रिज्यया यष्टेर्या निष्पत्तिः सैव कर्णज्यया शरज्याया निष्पत्तिरिति पूर्वोदितरीत्या यष्टिः कोटिः । अयनवलनज्या भुजः । त्रिज्या कर्ण इत्येकं जात्यं तथा चापजात्योत्पन्नं जात्यं द्वितीयं शरज्या कोटिः कर्णज्या कर्णस्तद्वर्गान्तरमूलं भुज इति द्वयोः साजात्यान्मिथो भुजकोटिकर्णानां संसिद्धिः । अतोऽयनग्रहयष्ट्या तदीयायनवलनज्या तदा शरज्यया केति द्वितीयजात्यभुजः स तु कदम्बाच्छरकोटिभागकृतवृत्ते बिम्बादयनग्रहकदम्बसूत्रान्तरे ये भागास्तज्ज्यारूपः । अतः शरकोटिज्या व्यासार्धे चेदयं तदा त्रिज्याव्यासार्धे क इति लब्धचापं क्रान्तिवृत्तेऽयनदृक्कर्मकलास्वरूपश्चापजात्यभुजः सिद्धः । अत्र पूर्वमयनदृग्ग्रहाज्ञानात् तद्वलनस्याज्ञातत्वात् केवलग्रहस्यायनवलनग्रहणं नोचितम् । एतेन

अस्फुटेषुवलनाहतिस्तु वा
यष्टिहृत् फलकलाः स्युरायनाः ।

इति दृक्कर्मकलानयनं स्थूलमेव । ग्रहस्यायनवलनग्रहणात् तथा सिद्ध-भुजस्य लघुवृत्तगतत्वेन क्रान्तिवृत्तीयकलाया असिद्धेः ।

अथायनग्रहवलनसाधनमपिप्रदर्श्यते । ग्रहकदम्बसूत्रे कदम्बबिम्बान्तरे कदम्बकोटिभागा एकभुजः । बिम्बादयनग्रहपर्यन्तं ध्रुवसूत्रे द्वितीयो भुजः । अयनग्रहात् कदम्बावधि तदीयकदम्बसूत्रे नवत्यंशास्तृतीयो भुज इति विषमत्रिभुजम् । अत्र बिम्बगतः कोणो बिम्बीयायनवलनरूपस्तेन त्रिज्यया बिम्बायनवलनज्या तदा शरकोटिज्यया केत्यायनग्रहायनवलनज्या तच्चापमयनग्रहकदम्बसूत्रध्रुवसूत्रयोगजकोणः । अत्र पूर्वं ध्रुवबिम्बग्रहसंबन्धित्रिभुजे स्पष्टद्युज्यया ग्रहायनवलनज्या तदा ग्रहद्युज्यया केति ग्रहकोटिज्या जिनज्यागुणा द्युज्याभक्ता ग्रहायनवलनज्या सा ग्रहद्युज्यागुणा स्पष्टद्युज्याभक्ता तत्र द्युज्ययोर्नाशे ग्रहकोटिज्या जिनज्यागुणा स्पष्टद्युज्याभक्ता बिम्बायनवलनज्या तत्तुल्यैव प्रकृतोक्तत्रिभुजेऽपि संमुखगतयोः कोणयोस्तुल्यत्वात् । अत इयं शरकोटिज्यागुणा त्रिज्याभक्ता तत्र ग्रहकोटिज्या जिनज्यागुणा त्रिज्याभक्ता जाता सत्रिभग्रहक्रान्तिज्या सैव शरकोटिज्यागुणा बिम्बद्युज्यया भक्ता जाताऽयनदृग्ग्रहायनवलनज्येति सिद्धम् ।

अथ शृङ्गोन्नतौ तत्वविवेकोक्तदृग्वलनस्यौल्यं प्रदर्श्यते । यथा खस्वस्तिकाद्रविचिह्नपर्यन्तं नतांशा दृग्वृत्ते एकभुजः खस्वस्तिकाच्चन्द्रबिम्बावधि तदीयदृग्वृत्ते बिम्बीयनतांशा द्वितीयभुजः सिताख्यवृत्ते रविचिह्नचन्द्रबिम्बान्तरं तृतीयभुज इति विषमत्रिभुजं तत्र भुजत्रयज्ञानेन भुजाधारयोगार्धमूनं भुजाभ्यामितिसूत्रेण रविनतांशानां भूमित्वकल्पनेन कोणदलं तद्द्विगुणं चन्द्रदृग्वृत्तसितवृत्तयोः परमान्तरं तदेव तयोर्वृत्तयोरन्तरं चन्द्रबिम्बपरिधौ भागात्मकं भवति । अत्र कमलाकरेण क्रान्तिवृत्ताच्छरसमानान्तरं चन्द्रबिम्बगतं लघुवृत्तं कृत्वा तत्सितवृत्तान्तरं तथा लघुवृत्तदृग्वृत्तान्तरं च प्रसाध्य तयोः संस्काराद्दृग्वलनं सितवृत्तदृग्वृत्तान्तरं साधितं तच्च स्थूलमेव लघुवृत्तबृहद्वृत्तयोरन्तरस्यानियतत्वात्तत्साधनाशक्यत्वात् । एवं चन्द्रग्रहणेऽपि सितवृत्तस्थाने स्थितिकर्णवृत्तं ग्राह्यग्राहकगतं प्रकल्प्योक्तरीत्यैव तत्रापि दृग्वृत्तस्थितिकर्णवृत्तयोगजकोणः संसाध्यः । एवं रविग्रहणेपि ज्ञेयम् । तत्वविवेककारेण तु लघुवृत्तबृहद्वृत्तान्तरद्वयं प्रसाध्य तयोः संस्काराद्ग्रहणद्वयेऽपि दृग्वलनानयनं विषमत्रिभुजगणितानभिज्ञतयैव कृतमिति प्रतीयत इत्यलम् ।

अथान्यदुदाहरणम् । याम्योत्तरवृत्ते खस्वस्तिकध्रुवान्तरं लम्बांशा एकभुजः । ध्रुवसूत्रे रवितः सौम्यध्रुवावधि द्युज्याचापांशा द्वितीयभुजः । दृग्वृत्ते खस्वस्तिकाद्रविपर्यन्तं नतांशास्तृतीयभुज इदं विषमत्रिभुजमत्र खस्वस्तिकान्नवत्यंशान्तरिते क्षितिजे दृग्वृत्तयाम्योत्तरवृत्तान्तरं दिगंशकोटिमितं स खस्वस्तिकगतकोणो द्युज्याचापांशभुजसंमुखोऽस्ति । एवं ध्रुवान्नवत्यंशान्तरिते विषुवद्वृत्ते याम्योत्तरवृत्तध्रुवसूत्रान्तरं नतकालः सच ध्रुवगतकोणो नतांशभुजसंमुखस्तथा रवितो नवत्यंशान्तरिते त्रिज्यावृत्ते ध्रुवसूत्रदृग्वृत्तान्तरे रविगतकोणो लम्बांशभुजसंमुखोऽस्ति । अत्र भुजद्वयैककोणज्ञाने शेषकोणज्ञानम् । यथा द्युज्यया दिगंशकोटिज्या तदा दृग्ज्यया केति नतकालज्या तथा द्युज्यया दिगंशकोटिज्या तदा लम्बज्यया केति रविगतकोणज्या । एवं दृग्ज्यया नतकालज्या तदा द्युज्यया केति दिगंशकोटिज्या तथा दृग्ज्यया नतकालज्या तदा लम्बज्यया केति रविगतकोणज्या । एवं लम्बज्यया रविगतकोणज्या तदा दृग्ज्यया केति नतकालज्या तथा लम्बज्यया रविगतकोणज्या तदा द्युज्यया केति दिगंशकोटिज्या लभ्यत इति । अथ कोणद्वयैकभुजतः शेषभुजज्ञानमाह । यदि दिगंशकोटिज्यया द्युज्या तदा नतकालज्यया केति दृग्ज्या तथा दिगंशकोटिज्यया द्युज्या तदा रविगतकोणज्यया केति लम्बज्या । एवं रविगतकोणज्यया लम्बज्या तदा दिगंशकोटिज्यया केति द्युज्या तथा रविगतकोणज्यज्या लम्बज्या तदा नतकालज्यया केति दृग्ज्या सिध्यति । अत्रानुपाते प्रमाणतत्फले तथेच्छातत्फले च संमुखगते त्रिभुजे बोद्धव्ये । अथ भुजद्वयतन्मध्यगकोणज्ञाने तृतीयभुजानयनं पूर्वोक्तसूत्रेण प्रतिपाद्यते । यथा नतांशलम्बांशौ भुजौ तदन्तर्गतः कोणो दिगंशकोटिमित एते ज्ञातास्तदा कोणकोटिज्या दिगंशज्या सा भुजजीवाभ्यां

लम्बज्यादृग्ज्याभ्यां हता त्रिज्यावर्गभक्ता फलमेकम् $\frac{\text{दि}\cdot\text{ल}\cdot\text{दृ}\,1}{\text{त्रि}\cdot\text{त्रि}\,1}$ भुजकोटि-

ज्ययोरक्षज्याशङ्कुमितयोर्घातस्त्रिज्याभक्तोऽन्यफलम् $\frac{\text{अ}\cdot\text{शं}\,1}{\text{त्रि}\,1}$ अत्र दिगंशानां

सौम्यत्वे ज्ञातकोणो नवत्यल्पस्तत्र फलयोर्योग एव क्रान्तिज्या तृतीयभुजकोटिज्यारूपा सिद्धा । एवं दिगंशानां याम्यत्वे याम्योत्तरवृत्तदृग्वृत्तान्तरकोणस्य नवत्यधिकत्वात् प्रथमफलमृणं तत्रान्यफलस्य योगे क्रियमाणे धनर्णयोरन्तरमेव योग इति युक्त्या फलान्तरमेव क्रान्तिज्या भवति । अत्रोत्तरगोले यावच्छङ्कुतलोनाग्रामितो भुजस्तावदुत्तरभुजत्वाद्दिगंशानां सौम्यत्वं ततः सम-

वृत्तप्रवेशादुपरि शङ्कुतलादग्राया हीनत्वाद्याम्यभुजो दिगंशा अपि याम्यास्तत्र दिगंशकोटिरूपकोणो नवत्यधिकः । अत्रान्त्यफलात् प्रथमफलं शुद्धं तदा क्रान्तिज्या स्यात् । एवमुत्तरगोल एव याम्यगोले तु शङ्कुतलाग्रायोगस्य याम्यभुजत्वात् तत्र दिगंशानां याम्यत्वात् कोणस्य नवत्यधिकत्वात् प्रथमफला दृणाद्द्वितीयफलं शुद्धं शेषमृणं क्रान्तिज्या ततस्तच्चापोननवत्यंशास्तृतीयभुजमानमृणं तदूनभार्द्धांशा एव तृतीयभुजमानं धनं तेन कृतचापं नवतियुतं तृतीयो भुजः सौम्यध्रुवरव्यन्तरे भवति अत्रोक्तक्रियया दिग्ज्यापलभाहुणे त्रिज्याकृते च बाहुकोटिज्ये इत्यादिभास्करोक्तं पद्यमुपपन्नं भवति । अपस्तितियोज्ञनलवानां नतांशत्वात् तज्ज्याकोटिज्ययोर्दृग्ज्याशङ्कुरूपयोः स्वीकाराद्तज्ज्यालम्बज्यात्रिज्यास्थाने पलभाद्वादशपलकर्णग्रहणाच्चाज्ञातपुरपलांशा एव क्रान्त्यंशाः सिद्धा इति ।

अथैवं लम्बांशद्युजाचापांशभुजयोर्ज्ञाने तन्मध्यगकोणनतकालज्ञाने च नतांशानयनम् ।

यथा कोणकोटिज्या सूत्राभिधा लम्बज्याद्युज्यागुणा त्रिज्यावर्गभक्ता प्रथमफलम् । $\frac{\text{सू}\cdot\text{ल}\cdot\text{द्यु}\ 1}{\text{त्रि}\cdot\text{त्रि}\ 1}$ भुजकोटिज्ययोरक्षज्याक्रान्तिज्ययोर्घातस्त्रिज्याभक्तो द्वितीयफलम् । $\frac{\text{अ}\cdot\text{क्रा}\ 1}{\text{त्रि}\ 1}$ अत्र याम्योत्तरवृत्तध्रुवसूत्रान्तरगतकोणस्य क्षितिजादुपरि नतकालभागस्य नवत्यल्पतैव गोलद्वये तेन सौम्यगोले फलयोर्योग एव याम्यगोले तु द्युज्याचापस्य सौम्यध्रुवावधि नवत्यधिकत्वात् फलान्तरमेव । अयं शङ्कुस्तच्चापमुन्नतांशास्तत्कोटिर्नतांशा इति अत्रोक्तक्रिया सिद्धान्तरीत्यापि सिध्यति । तथाहि । नतकालकोटिज्या सूत्रसंज्ञा सा द्युज्यागुणा त्रिज्याभक्ता जाता कला $\frac{\text{सू}\cdot\text{द्यु}\ 1}{\text{त्रि}\ 1}$ त्रिज्याकर्णे लम्बज्या कोटिस्तदा कलाकर्णे केति यष्टिः $\frac{\text{सू}\cdot\text{द्यु}\cdot\text{ल}\ 1}{\text{त्रि}\cdot\text{त्रि}\ 1}$ प्रथमफलस्वरूपेयम् । अथ त्रिज्याकर्णेऽक्षज्या भुजस्तदा क्रान्तिज्याकर्णे क इत्युन्मण्डलशङ्कुः $\frac{\text{अ}\cdot\text{क्रा}\ 1}{\text{त्रि}\ 1}$ द्वितीयफलरूपोऽयमनयोः सौम्यगोले योगो याम्येऽन्तरं शङ्कुरितिप्रसिद्धमेव । एवं द्युज्याचापांशनतांशयोर्ज्ञाने तन्मध्यगकोणस्य रविलग्नस्यावगमेऽन्नतांशास्तत्कोटिर्लम्बांशा इति तृतीयभुजज्ञानम् । यथा रविगतकोणकोटिज्या द्युज्यादृग्ज्या-

भ्यां हत्वा त्रिज्यावर्गभक्ता फलं प्रथमं तथा भुज्यकोटिज्ययोः क्रान्तिज्याशङ्कुमितयोर्घातस्त्रिज्याभक्तोऽन्यफलं द्वयोर्योगः सौम्यगोले याम्यगोलेऽन्तरं द्युज्या चापस्य नवत्यधिकत्वात् । एवमक्षज्या जाता तच्चापकोटिर्लम्बभागा इति सिद्धम् । अत्र क्षितिजादुपरि रविगतकोणो नवत्यल्प एवेति ज्ञेयम् । अत्र भुजद्वयतदन्तर्गतकोणज्ञाने सति कोणस्य नवत्यंशाधिकत्वे प्रथमफलमृणं तथैकभुजस्य नवत्यंशाधिकत्वे द्वितीयफलमृणमेवं फलयोरन्तरे क्रियमाणे यद्यवशेषमृणं तदा शेषचापं नवतियुतं तृतीयभुजमानमिति सर्वत्रज्ञेयम् ।

अथ भुजत्रयज्ञाने कोणज्ञानं यथा । लम्बांशनतांशौ भुजौ द्युज्याचापांशा भूमिरत्र भूकोटिजीवा त्रिगुणाहतेनेतिपद्येन भूकोटिजीवा क्रान्तिज्या सा त्रिज्यागुणा भुजकोटिज्ययोरक्षज्याशङ्कुमितयोर्घातेन हीना·क्रा त्रि १ अशं १ त्रिज्यागुणा लम्बज्यादृग्ज्याघातभक्ता जाता दिग्ज्या $\frac{\text{क्रा · त्रि · त्रि १ अ · शं · त्रि १}}{\text{ल · दृ १}}$ इयं भूसंमुखस्य कोणस्य दिगंशकोटिरूपस्य कोटिज्या सिद्धा । अत्र याम्यगोले भूकोटिज्याया ऋणत्वात् सा त्रिज्यागुणा ऋणगतैव तस्याः भुजकोटिज्ययोर्घातस्य संशोध्यमानत्वाद्योग एव बीजक्रियया सिद्धा । अत्रेयं सिद्धान्तरीत्यापि सिद्ध्यति । यथा लम्बज्याकोटौ त्रिज्या कर्णस्तदा क्रान्तिज्याकोटौ क इत्यग्रा $\frac{\text{क्रा · त्रि १}}{\text{ल १}}$ पुनर्लम्बज्याकोटावक्षज्या भुजस्तदा शङ्कुकोटौ क इति शङ्कुतलं क्षितिजादुपरि याम्यमेव । अग्रा तु सौम्यगोले सौम्या याम्यगोले याम्येति द्वयोरेकदिक्त्वे योगो भिन्नदिश्यन्तरं जातो भुजः । अथ दृग्ज्याकर्णे चेदयं भुजस्तदा त्रिज्याकर्णे को भुज इति दिग्ज्या पूर्वलिखितस्वरूपैवेति । अत्र दिग्ज्याचापोननवत्यंशा एव भूसंमुखकोणमानं सौम्यभुजे । याम्यभुजे तु दिगंशनवतियोगः कोणमानं शेषस्य ऋणत्वात् । अथ लम्बांशद्युज्याचापांशौ भुजौ नतांशा भूमिरत्र भूकोटिजीवा शङ्कुमिता त्रिज्यागुणा भुजकोटिज्ययोरक्षज्याक्रान्तिज्ययोर्घातेन हीना द्युज्या चापरूपभुजस्य नवत्यल्पत्वे तथा नवत्यधिकत्वे युक्तैव । तत्कोटिज्याया ऋणत्वात् । एवं जाता त्रिज्यागुणा लम्बज्याद्युज्याघातेन भक्ता भूसंमुखकोणस्य नतकालस्य कोटिज्या $\frac{\text{शं · त्रि १}}{\text{ल · द्यु १}}$ — अ · क्रा · त्रि १ इयमपि पूर्वरीत्या सिध्यति । लम्बज्याकोटौ त्रिज्याकर्णस्तदा शङ्कुकोटौ क इति हृतिः पुनर्लम्बज्याकोट्यावक्षज्या भुजस्तदा क्रान्तिज्याकोटौ क इति कुज्या । द्वयोरुत्तरगोलेऽन्तरं याम्यगोले योगः कला

स

त्रि · शं १ त्र · क्रा १
लं १ इयं त्रिज्यागुणा द्युज्याभक्ता सूत्रसंज्ञा । तच्चापकोटिर्नतकालः स्यात् । एवं द्युज्याचापांशनतांशौ भुजौ लम्बांशा भूमिस्तदा भूकोटिजीवाद्गज्या सा त्रिज्यागुणा क्रान्तिज्याशङ्कुघातेन हीना युता वा त्रिज्यागुणा द्युज्यादृग्ज्याघातभक्ता फलचापकोटिरेव रविगतकोण एवंसर्वत्र ।

अथ विशेषः । यत्र भुजकोटिज्याघातो भूकोटिज्यायास्त्रिज्यागुणाया अल्पत्वान्न शुध्यति तत्र विपरीतशोधनाच्छेषमृणं त्रिज्यागुणं भुजज्याघातभक्तं फलमृणमेव । तच्चापं नवतियुतं भूसंमुखकोणमानम् । फलचापेननवत्यंशानां भार्द्धांश १८० शोधनादेवं सिद्धमिति । अथ वा भुजत्रयेभ्यो भुजाधारयोगार्धमूनं भुजाभ्यामितिसूत्रेण भूसंमुखकोणार्धमानं तद्द्विगुणं कोणमानं तथैवं भूबाहुयोगदलमत्र पर इति सूत्रेण भूसंमुखकोणार्धकोटिमानं सिद्ध्यतीति । अथैवं कोणत्रयेभ्यो भुजत्रयज्ञानं भूकोटिजीवा त्रिगुणाहतोनेतिसूत्रेणैव परं यत्रोना तत्र युता कार्येति विशेषः । शेषं पूर्ववदेव ।

अथ कोणयोस्तल्लग्नभुजस्य च ज्ञाने शेषभुजज्ञानम् । अत्र कोणौ भुजौ कल्प्यौ तल्लग्नभुजस्तु कल्पितभुजान्तर्गतकोणः कल्प्यः । कोणत्रयसंबद्धत्रिभुजे तथा दर्शनात् । अतः कोणकोटिज्यका ज्ञातबाह्वोर्ज्याभ्यां हता हृतेति सूत्रेण तृतीयभुजकोटिज्या साध्या । तत्रापि स्वस्वकोणोनभार्धांशतुल्यैर्भुजैरिति सूत्रेण कोणद्वयभुजानां भार्धांशशुद्धानां वशेन शेषचापस्य धनर्णताज्ञानं विधेयम् । एवं तच्चापकोटिरेव तृतीयभुजः प्रकृते ज्ञातभुजसंमुखः कोणो ज्ञातस्तज्ज्यया यदि ज्ञातभुजज्या तदा ज्ञातकोणज्याभ्यां केति पृथक्पृथक् तत्संमुखभुजजीवे स्यातामिति ।

अथ वा ।

कोणान्तरार्धकोटिज्यानिघ्नी लग्नभुजार्धभा ।
कोणयोगार्धकोटिज्याभक्ता भासुफलाद्धनुः ॥
बाह्वोर्योगदलं ज्ञातं संलग्नभुजखण्डभा ।
कोणान्तरार्धज्यानिघ्नी कोणयोगार्धजीवया ॥
भक्ता फलस्य यच्चापं भासुदोरन्तरार्धकम् ।
तयोरन्तरयोगाभ्यां भुजौ शेषौ प्रकीर्तितौ ॥

इति सूत्रेण भुजयोर्ज्ञानं संभवतीति ।

अथ द्वयोर्भुजयोस्तदेकसंमुखकोणस्य च ज्ञाने तृतीयभुजानयनम् ।

कोणज्या लग्नदोर्ज्याघ्नी त्रिज्याप्ता लम्बशिञ्जिनी ।
भुजसंबन्धिकोटिज्ये त्रिज्याघ्न्यौ लम्बजातया ॥
कोटिज्यया हृते लब्ध्योश्चापयोरन्तरं युतिः ।
तृतीयभुजरूपा स्याद्विषमत्रिभुजाभिधे ॥

इति पूर्वोक्तेन यथा लम्बांशद्युज्याचापांशभुजयोस्तया दिगंशकोटिरूपकोणस्य च ज्ञाने नतांशानयनम् । दिगंशकोटिज्या लम्बज्यागुणा त्रिज्याभक्ता तच्चापं लम्बः स च दृग्वृत्तपृष्ठकेन्द्रप्रोते ध्रुवगते वृत्ते ध्रुवाद्दृग्वृत्तावधि सिद्धस्तत्कोटेः परसंज्ञा तत्वविवेके कृतास्ति । अथ भुजयोः कोटिज्ये क्रान्त्यक्षज्ये त्रिज्यागुणिते परज्याभक्ते लब्धयोश्चापकोटी आबाधे भवतस्तयोरन्तर्लम्बे योगो बहिर्लम्बेऽन्तरं नतांशाः स्युः । एतेन दिगंशकोटिज्यकया विनिघ्नी लम्बांशजीवा त्रिभजीवयाप्तेत्यादि तत्वविवेकोक्तमुपपन्नम् ।

अथ द्युज्याचापांशनतांशभुजयोस्तदेकसंमुखस्य दिगंशकोटिकोणस्य ज्ञाने च लम्बांशानयनम् । अत्र दिगंशकोटिज्या दृग्ज्यागुणा त्रिज्याभक्ता तच्चापं याम्योत्तरवृत्तपृष्ठकेन्द्रप्रोते रविगते फलवृत्तसंज्ञे रवितो याम्योत्तरवृत्तावधि लम्बस्तत्कोटिज्या हारसंज्ञा साध्या । अथ भुजयोः कोटिज्ये क्रान्तिज्याशङ्कू त्रिज्यागुणितौ लम्बकोटिज्याभक्तौ फलयोश्चापे तत्कोटी लम्बादुभयत आबाधे स्तस्तयोः संस्काराल्लम्बांशरूपभुजः स्यात् । एतेन क्रान्तिज्याकर्णवधादित्यादि भास्करोक्तं पद्यमुपपन्नं कर्तुं शक्यत इति । तथा

अथेष्टकालापमबाहुशङ्कून्
ज्ञात्वा पलांशान् प्रवदाशु तत्र ।
क्लिश्यन्ति बीजक्रियया वृथैव
स्वस्वाभिमानाद्बहुगोलविज्ञाः ॥

इति प्रश्नोत्तरमपि सिद्धं फलाख्यवृत्तीयनतांशकानां या कोटिजीवा हरसंज्ञकः स्यादितिरीत्या तत्कृतप्रश्ने हरसाधने गौरवमेव ग्रहस्थानाच्छङ्कुः कोटिः शङ्कुमूलपूर्वापरसूत्रान्तरं भुजः ग्रहात् पूर्वापरसूत्रावधि हारः कर्ण इति जात्यत्रैत्रत्वाच्छङ्कुभुजवर्गयोगमूलस्यैव हरत्वात् ।

अथ लम्बांशनतांशभुजयोस्तदेकसंमुखकोणस्य नतकालस्य ज्ञाने द्युज्याचापांशानयनं यथा । नतासुज्या लम्बज्यागुणा त्रिज्याभक्ता फलचापं ध्रुव-

सूत्रपृष्ठकेन्द्रप्रोते खस्वस्तिकगते लम्बस्तत्कोटिज्या च साध्या । अथ भुजयोः कोटिज्ये अग्रज्याशङ्कू त्रिज्यागुणितौ लम्बकोटिज्याभक्तौ लब्धचापयोः कोटी तदाबाधे तयोः संस्काराद् द्युज्याचापांशाः स एव तृतीयभुजस्तत्कोटिः क्रान्तिभागा इति । एतेन

प्रविदितनरमानाज्ज्ञातनम्रासुमानात्
स्वपललवविदच ब्रूहि मे क्रान्तिजीवाम् ।

इतिप्रश्नोत्तरं सिद्धम् । अत्र तत्त्वविवेककारेणाव्यक्तरीत्या प्रोक्तप्रश्नोत्तरं कृतं तच्च गौरवप्रसक्तमेव । क्रान्तिज्याकर्णवधादितिसूत्रवत् तस्यापि बीजक्रियाजनितक्लेशो ज्ञात एवेति ।

अथान्योदाहरणम् । याम्योत्तरवृत्ते खस्वस्तिकनाडीवृत्तान्तरं पलांशा एकभुजः । दृग्वृत्ते खस्वस्तिकरव्यन्तरे नतांशा द्वितीयभुजः याम्योत्तरवृत्तनाडीवृत्तसंपाताद्रविपर्यन्तं तृतीयो भुजः । अत्रापि सर्वं ज्ञेयम् ।

अथान्योदाहरणम् । क्षितिजे पूर्वस्वस्तिकाल्लग्नावधि लग्नाग्राचापमेकभुजः क्रान्तिवृत्ते नाडीवृत्ताल्लग्नावधि सायनलग्नभागा द्वितीयभुजः । विषुवद्वृत्ते पूर्वस्वस्तिकात् क्रान्तिवृत्तावधि लग्नोदयांशा भूमिरूपतृतीयभुजः । अत्र लग्नक्रान्तिर्लम्बः । लग्नचरांशविषुवांशरूपे आबाधे भवतः ।

अथान्योदाहरणम् । याम्योत्तरवृत्ते खस्वस्तिकध्रुवान्तरं लम्बांशा एकभुजः । अयनवृत्ते ध्रुवकदम्बान्तरं जिनांशा द्वितीयभुजः । दृक्क्षेपवृत्ते कदम्बखस्वस्तिकान्तरं वित्रिभोन्नतांशास्तृतीयभुजः । अत्र ध्रुवगतकोणो दशमलग्नविषुवांशकोट्यंशास्तदवगमे लम्बांशपरक्रान्त्यंशयोर्ज्ञाने कोणकोटिज्यका ज्ञातबाह्वोर्ज्याभ्यां गुणा तत इति सूत्रेण दृक्क्षेपः सिध्यति । तच्चापं वित्रिभलग्ननतांशास्तत्कोटिज्या दृग्गतिरिति । अथ वित्रिभोन्नतांशज्यया दशमविषुवांशकोटिज्या लभ्यते तदा लम्बांशज्यया केति तच्चापं कदम्बगतकोणः स च क्रान्तिवृत्तेऽयनवृत्तदृक्क्षेपवृत्तान्तररूपोऽथ वा नाडीवृत्तलग्नान्तररूपः । अत्र खस्वस्तिकगतकोणो लग्नाग्रामितः सोऽप्यनुपातेन साध्य इति । अयनवृत्ते ध्रुवकदम्बान्तरं परक्रान्तिमितमेकभुजः । याम्योत्तरवृत्ते ध्रुवसमचिह्नान्तरमक्षांशा द्वितीयभुजः । समवृत्तक्रान्तिवृत्तसंपाताच्चवत्यंशवृत्ते समचिह्नकदम्बान्तरं समवृत्तक्रान्तिवृत्तान्तरतुल्यं तृतीयभुजः । अत्रापि ध्रुवगतकोणो दशमलग्नविषुवांशकोट्यंशास्तत्कोणात् परक्रान्तिपलांशाभ्यां भुजाभ्यां च

कोणकोटिज्यका ज्ञातबाह्वोर्ज्याभ्यां हतेति सूत्रेण तृतीयभुजकोटिज्या तच्चा-कोटिस्तृतीयभुजः स्यात् ।

अथान्यः । ग्रहकदम्बान्तरं कदम्बसूत्रे नवत्यंशा एकभुजः । समचिह्नक-दम्बान्तरं द्वितीयभुजः । ग्रहसमचिह्नान्तरमुपवृत्तव्यासार्धचापं तृतीयभुजः । अत्र ग्रहगतः कोणः स्पष्टवलनरूपः । अत्र भुजत्रयात् कोणज्ञानमन्यदपि-चिन्त्यम् । अत्रोपवृत्तव्यासार्धसाधनं यथा

नतकालगुणो द्युगुणेनहत-
स्त्रिगुणेन हृतोऽस्य नरस्य तथा ।
कृतियोगपदं गदितं नितरा-
मुपवृत्तजविस्तृतिखण्डमितम् ॥

ग्रहस्थानाच्छङ्कुः कोटिः शङ्कुमूलादुपवृत्तगर्भकेन्द्रावधि क्षुरात्रवृत्तीयनत-ज्यामिता भुजः । ग्रहादुपवृत्तकेन्द्रावधि कर्ण इति जात्यक्षेत्रत्वाद्भुजकोटि-वर्गयोगपदं कर्ण इत्युपपन्नम् ।

अथान्योदाहरणम् । बिम्बध्रुवान्तरं स्पष्टद्युज्याचापांशा एकभुजः । ध्रुव-समचिह्नान्तरमक्षांशा द्वितीयभुजः । बिम्बसमचिह्नान्तरं बिम्बोपवृत्तव्यासार्ध-चापमितं तृतीयभुजः । अत्र बिम्बगतः कोणो बिम्बीयाक्षवलनरूपः । ध्रुव-गतकोणो बिम्बीयनतकालरूपः । समचिह्नगतकोणो बिम्बीयसमवृत्तनतांश-मितोऽत्रापि सर्वं साध्यम् ।

अथान्योदाहरणम् । बिम्बसमसूत्रे बिम्बात् समचिह्नावध्येकभुजः । सम-चिह्नकदम्बान्तरं द्वितीयभुजः । कदम्बबिम्बान्तरं शरकोटिमितं तृतीयभुजः । अत्र बिम्बगतकोणो बिम्बीयस्पष्टवलनरूपः । अत्राप्युक्तमनुक्तं सर्वं योज-नीयम् ।

अथ पूर्वोक्तानां कतिपयसूत्राणामुदाहरणप्रदर्शनार्थं त्रिभुजमेकं कल्पितं तत्र आ,वा,सा वर्णद्योतिताः कोणास्तथा तत्संमुखा अ, व, स भुजाः कल्पि-ताः । यथा अभुजो भागाद्यः ६८।२०।२५ वभुजो भागाद्यः ५२।१८।१५ अनयोरन्तर्गतः साकोणो ११७।१२।२० भागाद्यः ।

अत्र शेषकोणयोर्ज्ञानार्थं सूत्रम् ।

कोणार्धकोटिच्छायाघ्नी भुजान्तरदलोद्भवा ।
कोटिज्या बाहुयोगार्धकोटिज्यामितिभाजिता ॥

लब्धस्य भासु यच्चापं तत्कोणयुतिखण्डकम् ।
कोणार्धकोटिच्छायाघ्नी भुजान्तरदलज्यका ॥
भुजयोगार्धजीवाप्ता तच्चापं भासु कोणयोः ।
अन्तरार्धं च तद्योगान्तरात् कोणमिती मते ॥

प्रकृते भुजयोरन्तरार्धम् ८।१।१५ योगदलम् ६०।१९।२० कोणार्धम् ५८।३६।१० अस्यकोटिः ३१।२३।५० छाया २०९८।३२ भुजान्तरदलकोटिज्यया ३४०४।२२ गुणिता भुजयोगार्धकोटिज्यया १७०२।१० भक्ता फलस्य ४१९७।४ छायाखण्डैश्चापम् ५०।४०।२८ जातं कोणयोगार्धम् । एवं ज्ञातकोणदल-कोटिच्छाया २०९८।३२ भुजान्तरदलज्यया ४७९।३२ गुणिता भुजयोगदलज्य-या २९८६।५४ भक्ता फलस्य ३३६।५४ छायासुचापम् ५।३५।४७ इदं कोणा-न्तरार्धमस्य कोणयुतिदलस्य ५०।४०।२८ योगान्तराज्जातौ । आ ५६।१६।१५ वा ४५।४।४१ के.णौ । अत्र बृहद्भुजसंमुखो बृहत्कोणस्तथा लघुभुज-संमुखो लघुकोण इति बोध्यम् । अथ शेषभुजज्ञानं पूर्वज्ञातावयवेभ्यो यथा कोणः ११७।१२।२० भार्धलवेभ्यः १८० शोधितः ६२।४७।४० एतदूना नव-तिभागा जाता कोणकोटिभागाः २७।१२।२० एषां ज्या १५७१।४५ भुजयो-र्ज्याभ्यां ३१९५।८।२७२०।१६ हता १३६६१०४५४०८।१३ त्रिज्यावर्गेण ११८-१९८४४ भक्ता लब्धमृणम् ११५५।४६ कोणस्य नवत्यधिकत्वेन तत्कोटिज्याया ऋणत्वात् । अथ भुजकोटिभागयो २१।३९।३५॥३७।४१।४५ जीवे १२६८।३६॥२१०२।५ अनयोर्घातस्त्रिज्याभक्तो द्वितीयफलम् ७७५।३९ द्वयोःफलयोर्ध-नर्णयोरन्तरमेवेति शेषमृणम् । ३८०।७ अस्य चापमृणम् ६।२०।४४ एतदूना नवत्यंशाः ८३।३९।१६ ऋणत्वाद्भार्धांशेभ्यः १८० शोधिताः सभुजः ९६।२०।४४। अथ वा पूर्वागतचापं ६।२०।४४ नवतियुतं स एव सभुजः ९६।२०।४४ एवं कोणस्य नवत्यल्पत्वे भुजयोरपि तथात्वे फलयोर्योगः कार्यस्तच्चापको-टिस्तृतीयभुजः स्यात् । यथा अभुजः ७०।१४।२० वभुजः ४९।२४।१० सा-कोणः ३८।२६।४८ अत्रोक्तवज्जातः सभुजः ३८।४६।१० एवं कोणस्य नव-त्यधिकत्वे तथैकभुजस्य तथात्वे फलयोर्योग ऋणमेव । तच्चापं नवतियुतं तृतीयभुजः स्यात् । यथा बभुजः १४४।३७।१५ सभुजः ६०।४।५४ अ.कोणः १२९।५।२८ फलद्वययोगचापं ४५।४९।२० नवतियुतम् अभुजः १३५।४९।२० एवं कोणस्य नवत्यल्पत्वे तथैकभुजस्य नवतिभागाधिकत्वे प्रथमफलं धनं द्वितीयफलमृणं तत्रान्तरस्य धनत्वे तच्चापकोटिस्तृतीयभुजः स्यात् । यदि-

शेषमृणम् । द्वितीयफलाधिकत्वे तत्र शेषचापं नवतियुतं तृतीयभुजः स्यात् । यथा बाकोणः ४५।४।४१ सभुजः ९६।२०।४४ अभुजः ६८।२०।२५ अत्र जातो बभुजः ५२।१८।१५ अत्र भुजद्वयतदन्तर्गतकोणज्ञाने कोणस्य नवत्यधिकत्वे कोणकोटिज्यका भुजद्वयज्याभ्यां गुणिता त्रिज्यावर्गभक्ता फलं प्रथममृणं भवति । यत्रैकभुजो नवत्यधिकस्तत्र भुजकोटिज्ययोर्घातस्त्रिज्याभक्तो द्वितीयफलमृणं तदन्यत्रफले धने एव । एवं धनयोर्योगस्य धनत्वं तथा ऋणयोर्योगस्य ऋणत्वमेव । एवं धनर्णयोः फलयोरन्तरं धनाधिकत्वे धनमृणाधिकत्वे ऋणम् । अत्र धनस्य चापं नवतिशुद्धमृणस्य चापं नवतियुतं तृतीयभुज इति पर्यवसन्नम् ।

अथ भुजत्रयात् कोणज्ञानं यथा अभुजः ७०।१४।२० बभुजः ४९।२४।१० सभुजः ३८।४६।१० भुजाधारयोगार्धमूनं भुजाभ्यामितिसूत्रेण सर्वभुजयोग १५८।२४।४० दलम् ७९।१२।२० इदं द्विधा ब,स भुजाभ्यां हीनं शेषम् २९।४८।१०॥ ४०।२६।१० अनयोर्जीवे १७०८।४१॥ २२२९।४७ द्वयोर्घातः ३८०९-९९३।३७ त्रिज्यावर्गेण ११८१८८४४ गुणितः ४५०३३५३०१८९९९५।४८ बभुजज्या २६१०।२२ सभुजज्या २१५२।४६ घातेन ५६१९५१० भक्तः ८०१३७८२ तन्मूलस्य २८३० चापं ५५।२५।३८ कोणार्धमानमिदम् । द्विगुणं आकोणमानम् ११०।५१।१६ अत्र यद्भुजज्याघातेन भागो हृतस्तद्भुजान्तर्गतकोणमानं भवति तदतिरिक्तभुजस्य कोणसंमुखस्य भूमित्वकल्पनात् कोणलग्नयोरेव भुजत्वकल्पनाच्च ।

अथैवं सर्वभुजयोगार्धम् ७९।१२।२० एकत्र अभुजेन ७०।१४।२० हीनम् ८।५८।० परत्र सभुजेन ३८।४६।१० हीनम् ४०।२६।१० शेषयोर्ज्याघातस्त्रिज्यावर्गगुणः अ स भुजयोर्ज्याघातेन भक्तः फलमूलचापं द्विगुणं बाकोणमानम् ४८।५६।४ एवं सर्वभुजयोगदले अबभुजाभ्यां हीनं शेषयोरुक्तवत् कृते साकोणमानम् ३८।२६।४८ ।

अथ भूकोटिजीवा इतिसूत्रेणापि प्रदर्श्यते । यथा अभुजो भू ७०।१४।२० स्तत्कोटिज्या ११६२।२० त्रिज्या ३४३८ गुणा ३९९६१०२ ब,सभुजयोः कोटिज्ययोः २२३७।८॥ २६८०।२५ घातेन ५९९६४४९।२८ हीना न भवतीति विपरीतशोधने शेषमृणम् २०००३४७ इदं त्रिज्यया ३४३८ गुणितं ६८७७१९२९८६ ब,सभुजज्ययोर्घातेन ५६१९५१० भक्तं लब्धम् १२२४ अस्य चापमृणम् २०।५१।१६ अतो नवतियुतं आकोणमानम् ११०।५१।१६ एवं यत्र भूकोटिज्या

त्रिज्यागुणा भुजद्वयकोटिज्याघातेनाधिका तत्र शेषं त्रिज्यागुणं भुजद्वयज्याघातभक्तं लब्धचापोननवत्यंशा भूसंमुखकोणमानमिति । अथ यत्र नवत्यधिका भूमिस्तत्कोटिज्या ऋणात्मिका त्रिज्यागुणिता तस्या भुजद्वयकोटिज्याघातः शोध्य इत्यत्र ऋणयोर्योग एव त्रिज्यागुणितो भुजद्वयज्याघातभक्तः फलचापमृणमेव । अस्य नवत्यंशतः शोध्यत्वात् संशोध्यमानमृणं स्वं भवतीति फलचापं नवतियुतमिति सिद्धम् । अथवा भूकोटिज्या त्रिज्यागुणिता धनगतैव भुजकोटिज्याघात ऋणं तत्र संशोध्यमानमिदं धनं जातं धनयोर्योगादस्य सिद्धचापोननवत्यंशा एव कोणमानं ज्ञेयम् । अथ कोणत्रयाद्भुजज्ञानं यथा। आकोणः १२९ । ५ । २८ बाकोणः १४२ । १२ । ४२ साकोणः १०५ । ८ । १० एषां योगदलम् १८८ । १३ । १० एकत्र यथास्थितं परत्र आकोणेनोनम् ५९ । ७ । ४२ द्वयोः कोटिभागा एकस्य ८१ । ४६ । ५० परस्य ३० । ५२ । १८ अनयोः क्रमेण जीवे ३४०२ । ३५ ॥ १७६४ । ४ तयोर्घातः ६००२३८३ । ५० त्रिज्यावर्गे ११८-१९८४४ गुणः बाकोणसाकोणज्ययो २१०६ । ३३ ॥ ३३१८ । ४० घातेन ६९९०९३७ भक्तः १०१४४२२५ तन्मूलस्य ३१८५ चापं ६७ । ५४ । ४० द्विगुणं अभुजमानम् १३५ । ४९ । २० एवं सर्वकोणयोगदलमेकत्र यथास्थितं परत्र बाकोणहीनं द्वयोः कोटिज्याघातस्त्रिज्यावर्गगुणः आकोणसाकोणज्ययोर्घातेन भक्तः फलमूलचापं द्विगुणं जातं बभुजमानम् १४४ । ३७ । १५ एवं सभुजमानम् ६० । ४ । ५४ ।

अथान्यथोच्यते । स्वस्वकोणोनभार्द्धांशतुल्यैर्भुजैरितिसूत्रेण जाताः आ ५० । ५४ । ३२ बा ३७ । ४७ । १८ सा ७४ । ५१ । ५० एषां योगस्य १६३ । ३३ । ४० दलम् ८१ । ४६ । ५० बा, साकोणाभ्यां हीनं ४३ । ५९ । ३२ ॥ ६ । ५५ । ० अनयोर्ज्ये २३८८, ४१४ द्वयोर्घातः ९८८६३२ त्रित्यावर्गगुणितः ११६८५४७६०-१३४०८ अयं बाकोणसाकोणज्ययोर्घातेन ६९९०९३७ भक्तो लब्धम् १६७१५१८ तन्मूल १२९२ चापं २२ । ५ । २० द्विगुणं ४४ । १० । ४० भार्धांशेभ्यः १८० शोधितम् । अभुजः १३५ । ४९ । २० एवं बभुजमानम् १४४ । ३७ । १५ सभुजमानम् ६० । ४ । ५४ अथ भूकोटिजीवा त्रिगुणाहतोना इति सूत्रेणापि प्रदर्श्यते । आकोणोभूः १२९ । ५ । २८ अस्य कोटिज्या ऋणम् । २१६७ । ४९ इयं त्रिज्यागुणा ऋणमेव ७४५२९५३ । ४२ बाकोणकोटिज्या २७१६ । ५४ साकोणकोटिज्या ८९७ । ४१ घातेन २४३८९१५ पूर्वानीतं युतं कार्यं तत्र धनर्णयोरन्तरमेवेति शेषमृणम् ५०१४०३७ । ५२ इदं त्रिज्या ३४३८ गुणितं १७२३८२६२१८५ । ३६ कोणद्वयज्याघातेन ६९९०९३७ भक्तम् २४६६ अस्य चापं ४५ । ४९ । २०

शेषस्यर्णत्वादिदमृणमतो नवतियुतं अभुजः १३५ । ४९ । २० एवं बभुजः सिद्धः । १४४ । ३७ । १५ अथ सभुजानयनं यथा । साकोणो भूः १०५ । ८ । १० तत्कोटिज्या ८९७ । ४१ त्रिज्यागुणा ३०८६२३५ । १८ इदमृणं तथा आबाकोणयोः कोटिज्ययो २१६७ । ४९ ॥ २७१६ । ५४ र्णयोर्घातो धनमेव ५८८९७४१ । ६ अनयोरन्तरमेव योग इति शेषम् २८०३५०५ । ४८ धनमेव त्रिज्यागुणितं ९६३८४५२९४० इदं आकोणज्या २६६८ । २० बाकोणज्या २१०६ । ३३ घातेन ५६२०९७७ भक्तं फलम् १७१४ अस्य चापम् । २९ । ५५ । ६ अस्य कोटिः सभुजः ६० । ४ । ५४ एवमत्र भूकोटिज्यात्रिज्याघातः प्रथमसंज्ञः कोणकोटिज्याघातो द्वितीयसंज्ञस्तत्र भुवो नवत्यल्पाधिकत्वे प्रथमं धनमृणं तथा शेषकोणयोर्नवत्यल्पतायां द्वितीयं धनं नवत्यधिकतायां च धनमेव । तत्रैककोणो नवत्यधिकः परो नवत्यधिकस्तत्र द्वितीयमृणं ततः प्रथमद्वितीययोर्बीजरीत्या योगं कृत्वा त्रिज्यागुणनं कोणद्वयज्याघातेनापहृत्य फलचापं धनमृणं क्रमतो नवतौ हीनं युतं भूसंमुखभुज इति सिद्धम् ।

भूकोटिजीवा त्रिगुणाहताढ्या
घातेन कोणोद्भवकोटिमौर्व्योः ।
त्रिज्यागुणा कोणगुणद्वयाप्ता
ज्या साच भूसंमुखबाहुकोटेः ॥

कोणकेषु भुजसंमुखो मही
कोणकौ तदितरौ प्रकल्पितौ ।
कोणभूमियुतिखण्डकं परो
भूमिहीनपरकोटिशिञ्जिनी ॥

संगुणा परजकोटिजीवया
त्रिज्यकाकृतिगुणा च भाजिता ।
कोणजातगुणघातकैः पदं
भूमिसंमुखभुजार्धशिञ्जिनी ॥

द्विघोनः परः कोणकाभ्यां च तत्
कोटिजीवाहतिस्त्रिज्यकावर्गनिघ्नी ।

हृता कोणजीवाभिघातेन मूलं
ज्यका कोणसंलग्नबाह्वर्धकोटे: ॥

एवं कोणत्रयज्ञाने भुजकोटिज्याज्ञानं तथा भुजार्धज्याकोटिज्यासाधनमुक्तम् ।

अथ भूमितल्लग्नकोणज्ञाने शेषभुजयोर्ज्ञानं प्रदर्श्यते ।

कोणान्तरार्धकोटिज्यानिघ्नी लग्नभुजार्धभा ।
कोणयोगार्धकोटिज्याभक्ता भासु फलाद्धनु: ॥
बाह्वोर्योगदलं ज्ञातं संलग्नभुजखण्डभा ।
कोणान्तरार्धज्यानिघ्नी कोणयोगार्धजीवया ॥
भक्ता फलस्य यच्चापं भासुदोरन्तरार्धकम् ।
तयोरन्तरयोगाभ्यां भुजौ शेषौ प्रकीर्तितौ ॥

अथैभ्य एव ज्ञातभुजसंमुखकोणानयनम् ।

कोणाभ्यामूनभार्धांशौ भुजौ कल्प्यौ तथा भुज: ।
खाष्टभूभागत: शुद्ध: कल्प्यो दोर्मध्यकोणक: ॥
अतस्तृतीयबाहुर्य: सिद्ध: स्याच्छेषकोणक: ।
आधारसंमुखस्तत्र धनर्णव्यत्ययान्मत: ॥

यथा। बा ४५ । ४ । ५१ साकोणौ ११७। १२ । २० । अभुजो ६८ । २० । २५ ज्ञातस्तत्रभुजार्धं ३४ । १० । १२ छाया २३३३ । ५८ इयं कोणान्तरार्धं ३६ । ३ । ४४ कोटिज्यया २७७९ । १० हता ६४८६४८२ । २१ कोणयोगार्धं ८१ । ८ । ३५ कोटिज्यया ५२९ । १९ भक्ता फलस्य १२२५४ । २६ छायासु चापम् ७४ । ९ । २९ एवं भुजार्धच्छाया २३३३ । ५८ कोणान्तरार्धज्या २०२३ । ४८ हता ४७२३४८१ । ४४ कोणयोगार्धज्यया ३३९७ भक्ता फलस्य १३९० छायासु चापम् २२ । १ १४ एते भुजयोर्योगान्तरदले सिद्धे । ततश्चापयोर्योग: सभुज: ९६ । २० । ४४ अन्तरं बभुज: ५२ । १८ । १५ अत्रापि बृहल्लघुकोणसंमुखौ क्रमेण बृहल्लघुभुजौ जातौ । एवं सर्वत्र । अथ कोणज्ञानं यथा बा ४५ । ४ । ५१ सा ११७ । १२ । २० कोणौ । अभुज: ६८ । २० । २५ । एते भार्धलवत: शुद्धा: बा १३४ । ५५ । ९ सा ६२ । ४७ । ४० अ १११ । ३९ । ३५ अत्र कोणौ भुजौ कल्प्यौ तथा भुजस्तन्मध्यगतकोण: कल्प्य-

स्तत्र कोणकोटिज्यका ज्ञातबाहुज्याभ्यां हता हृतेति सूत्रेण कोणकोटिज्यका ऋणम् । १२६८ । ५३ भुजद्वयज्याभ्यां २४३४ । २५ ॥ ३०५७ । ३४ गुणिता ९४४४७९५०९९ । ५२ त्रिज्यावर्गं ११८१९८४४ भक्ता प्रथमफलमृणम् ७९९ । ४ अथ भुजद्वयकोटिज्ययो २४२७ । ४० ॥ १५७१ । ४५ घातः ३८१५६८५ त्रिज्या-भक्तो द्वितीयफलम् ११०९ । ५१ इदमृणांकल्पितैकभुजस्य कोणस्य वा १३४ । ५५ । ९ कोटिज्याया ऋणत्वात् । फलयोर्योग ऋणम् १९०८ । ५५ अस्य चा-पम् ३३ । ४३ । ४५ इदं धनमेव धनर्णव्यत्ययान्मत इत्युक्तत्वात् । अतोऽनेन हीना नवत्यंशा जातो भुजः स एव । आकोणः ५६ । १६ । १५ ।

अथान्योदाहरणं यथा । बा ४८ । ५६ । ४ सा ३८ । २६ । ४८ कोणौ । अभुजः ७० । १४ । २० एतैरूना भद्धलांशा १८० जाताः । बा १३१ । ३ । ५६ सा १४१ । ३३ । १२ अ १०९ । ४५ । ४० । अत्र कल्पितमध्यकोण १०९ । ४५ । ४० कोटिज्या ऋणम् ११६२ । २० इयं कल्पितभुजज्ययो २५९२ । ४ ॥ २१३७ । २६ घातेन ५५४०-८०१ । ४२ हता ६४४०२५८५०९ । ५८ त्रिज्यावर्गभक्ता प्रथमफलमृणम् । ५४४ । ५२ । अथ कल्पितभुजकोटिज्ययो २२५८ । २७ । २६९२ । २९ घाते ६०८०८३९ त्रिज्या ३४३८ भक्ते द्वितीयफलं धनम् १७६८ । ४३ बा १३१ । ३ । ५६ सा १४१ । ३३ । १२ कोटिज्ययोर्ऋणयोर्घातस्य धनत्वात् । अत्र फलयोरन्तरमेव योग इति जातं धनम् १२२३ । ५१ अस्य चापं २० । ५१ । १६ धनत्वादृणं कल्पितम् । अतो नव-तियुतं आकोणमानम् ११० । ५१ । १६ एवं सर्वत्र ।

अथ भुजयोस्तत्संमुखकोणयोश्च ज्ञाने तृतीयभुजज्ञानम् ।

कोणयोगार्धकोटिज्यया संगुणा
बाहुयोगार्धजा भा विभक्ता ततः ।
कोणविश्लेषखण्डस्य कोटिज्यया
कोणसंलग्नबाह्वर्धजा भा भवेत् ॥

एवं तृतीयकोणज्ञानम् ।

कोणयोगार्धकोटिद्युतिः संगुणा
बाहुविश्लेषखण्डस्य कोटिज्यया ।
बाहुयोगार्धकोटिज्यया भाजिता
सैव दोर्मध्यकोणार्धजा भा मता ॥

अत्रोदाहरणम् । यथा अभुजः ५०।४५।२० बभुजः ६९।१२।४० आकोण ४४।२२।१० अभुजज्यया आकोणज्या लभ्यते तदा बभुजज्यया केति तच्चापं बाकोणः ५७।३४।५१। अत्र आकोणो नवत्यल्पः । बभुजोऽपि नवत्यल्पः । अभुजो बभुजादल्पस्ततो वक्ष्यमाणरीत्या बाकोणस्य द्विविधमानं संभवतीति शिष्टो बाकोणो भार्धांशाच्छुद्धो जातः १२२।२५।८ अयमपि बाकोणः संभवति । अथ आकोण ४४।२२।१० बाकोण ५७।३४।५१ योगदलम् ५०। ५८।३०। अस्य कोटिच्छाया २७८६।३३ अ,बभुजान्तरार्धं ९।१३।४० कोटिज्यया ३३९३।२४ हता ९४५५८९८।४६ भुजयोगार्धं ५९।५९।० कोटिज्यया १७१९।५१ भक्ता फलस्य ५४९७।३६ च्छायासु चापं ५७।५८।५५ द्विगुणं जातं साकोणमानम् ११५।५७।५०। एवं कोणयोगार्धं ५०।५८।३० कोटिज्यया २१६४।४५ भुजयोगार्धं ५९।५९।० च्छाया ५९५०।५४ गुणिता १२८८२२१०। ४६ कोणान्तरार्धं ६।३६।२० कोटिज्यया ३४१५ भक्ता फलस्य ३७७२।११ भासु चापं ४७।३९।८ द्विगुणं जातं सभुजमानम् ९५।१८।१६ । अथ यदि बाकोणस्य द्वितीयं मानं तदा सभुजस्य साकोणस्य च द्वितीयं मानं संपद्यते । यथा । आकोणः ४४।२२।१० बाकोणः १२२।२५।८ अनयोर्योगार्धं ८३।२३।३९ कोटिज्यया ३९५।२९ भुजयोगार्धं ५९।५९।० भा ५९५०।५४ गुणिता जाता २३५३४८१।४६ कोणान्तरार्धं ३९।१।२९ कोटिज्यया २६७०। ५२ भक्ता फलस्य ८८२ च्छायासु चापं १४।२२।३२ द्विगुणं सभुजस्य द्वितीयमानम् २८।४५।६ ।

अथ कोणसाधनमाह आकोण ४४।२२।१० बाकोण १२२।२५।८ योगार्धं ८३।२३।३९ कोटिच्छाया ३९८।१० भुजान्तरार्धं ९।१३।४० कोटिज्यया ३३९३।२४ हता १३५११३८।१६ भुजयोगार्धं ५९।५९ कोटिज्यया १७१९।२० भक्ता फलस्य ७८५ च्छायासु चापं १२।५२।१५ द्विगुणं जातं साकोणस्य द्वितीयमानम् २५।४४।३१ एवं सर्वत्र ।

आबासात्रिभुजे आकोणो नवत्यल्पस्तथा बभुजोऽपि तादृशः अभुजादधिकस्तत्र साबिन्दोर्बाबाचापे कृते साबाचापे अभुजतुल्ये जाते तदा आबासात्रिभुजमन्यदप्युत्पन्नं तत्र बाकोणः ५७।३४।५१ बाकोणः १२२।२५।८ एतौ साबाचापलग्नौ समीपगावेव। अत्र साकोणस्य मानम् ११५।५७।५०॥ २५। ४४।३१ द्विविधं, तथा सभुजस्य मानम् ९५।१८।१६॥ २८।४५।५ द्विविधं गोले प्रत्यक्षमेवेति ।

अथ भुजद्वये तदेकसंमुखकोणे च ज्ञाते शेषद्वैविध्यं वैकविधत्वं क्वचित् खिलत्वमिति सर्वं निरूप्यते ।

यथा बभुजो नवत्यल्पः । अभुजोबभुजादल्पः । आकोणो नवत्यल्पस्तदा बाकोणो द्विविधः स्यात् । अत्र यदि अभुजो बभुजतुल्यस्तदैकमानमेवेति ।

यदि अभुजो बभुजादधिकः । तत्र अ,बभुजयोगो भदलांशेभ्यो १८० न्यूनः । आकोणो नवत्यल्पः । बभुजो नवत्यल्पस्तत्रैकमानम् ।

यदि अभुजो बभुजादधिकः । अ,बभुजयोगः खाष्टकुभाग १८० तुल्योऽथवाधिकस्तेभ्य १८० एव तत्रासंभवः । आकोणस्य नवत्यल्पत्व एवेति ।

यदि आकोणो नवत्यल्पो बभुजो नवतितुल्यः । आकोणो बाकोणान्न्यूनः । तदा द्विविधमानम् । यदि आ,बा·कोणौ तुल्यौ । अथवा आकोणो बाकोणादधिकस्तत्रासंभव एवेति ।

यदि आकोणो नवत्यल्पो बभुजो नवत्यधिकः । अभुजो बभुजान्न्यूनः । अ,बभुजयोगः खाष्टकुभागेभ्यो १८० न्यूनस्तदा द्विविधमानम् ।

यदि अ,बभुजयोगः खाष्टकुभागतुल्यः अथवा तेभ्यो १८० धिकः । अभुजो बभुजान्न्यूनस्तदैकमानम् ।

यदि अ,बभुजौ तुल्यौ । अथवा आकोणो बाकोणादधिकस्तत्रासंभवः । अत्र पूर्वोक्तेषु आकोणो नवत्यल्प एव ।

अथ आकोणस्य नवत्यधिकत्वे प्रदर्श्यंते ।

यदि अभुजो बभुजान्न्यूनः । अथवा अ,बभुजौ तुल्यौ तत्रासंभवः ।

यदि अभुजो बभुजादधिकः । अथवा अ,बभुजयोगः खाष्टकुभाग १८० तुल्यः । अथवा तेभ्यो १८० न्यूनस्तत्रैकमानम् ।

यदि अभुजो बभुजादधिकः । अ,बभुजयोगः खाष्टभूभागेभ्योऽधिकस्तत्र द्विविधमानम् । अत्रोभयत्र बभुजस्य नवत्यल्पत्वमेव ।

यदि बभुजो नवत्यंशमितः । अभुजः बभुजान्न्यूनः । अथवा अ,बभुजौ तुल्यौ तत्रासंभवः ।

यदि अभुजो बभुजादधिकस्तदा द्विविधमानम् ।

यदि अभुजो बभुजादल्पः । अ,बभुजयोगः खाष्टकुभागाधिकस्तत्रैकमानम् । बभुजस्य नवत्यधिकत्वे ।

एवं अभुजो बभुजादल्पः । अ,बभुजयोगः खाष्टकुभागतुल्योऽथ वा तेभ्यो १८० न्यूनः । बभुजस्तु नवत्यधिकोऽस्ति तत्रासंभवः ।

यदि अ,बभुजौ तुल्यौ नवत्यधिकौ बभुजः । अत्रैकमानम् । यदि अभुजो बभुजादधिकः बभुजो नवत्यधिकस्तत्रमानद्वयम् । अत्रोक्तेषु आकोणो नवत्यधिक एवेति ।

अथ आकोणस्य नवतितुल्यतायां प्रदर्श्यते ।

यदि अभुजो बभुजादल्पः । अथवा अभुजतुल्यो बभुजस्तत्रासंभवः । बभुजस्य नवत्यल्पतायाम् ।

यदि अभुजो बभुजादधिकः । अ,बभुजयोगः खाष्टकुभागादल्पः । बभुजो नवत्यल्पस्तत्रासंभवः ।

यदि अभुजो बभुजादधिकः अ,बभुजयोगः खाष्टकुभागतुल्यस्तेभ्यो १८० धिको वा तत्रासंभवः । बभुजो नवत्यंशाल्पः स्यात् तदैवेति ।

यदि अभुजो बभुजादल्पोऽथवाधिकः । बभुजो नवतितुल्यस्तत्रासंभवः ।

यदि अभुजो बभुजतुल्यस्तत्रानन्तमानम् ।

यदि अभुजो बभुजादधिकः । अब,भुजयोगः खाष्टकुभागाधिकः । बभुजो नवत्यधिकस्तत्रैकमानम् ।

यदि अभुजो बभुजादल्पः । अ,बभुजयोगः खाष्टकुभागैस्तुल्यस्तेभ्या न्यूनो वा तत्रासंभवः ।

यदि अ,बभुजौ तुल्यौ अथवा अभुजो बभुजादधिकस्तत्रासंभवः । अत्रोक्तेषु आकोणो नवतितुल्य एव ।

एवमेकग्रन्थोक्तं लिखितमथान्यग्रन्थोक्तं लाघवेनैव प्रदर्श्यते । यथा अ,बभुजौ तत्संमुखौ आ,बाकोणौ च तत्र यदि आ,बाकोणयोगः खाष्टकुभागाधिकस्तदा अ,बभुजयोगोऽपि तेभ्यो १८० ऽधिक एव । तत्र बभुजो नवत्यल्पस्तदा अभुजो नवत्यधिकस्तदैकमानम् । यदि बभुजो नवत्यधिकस्तत्र निश्चयो नास्ति ।

यदि आ,बाकोणयोगः खाष्टकुभागाल्पस्तदा अ,बभुजयोगोऽपि तेभ्यो १८० ऽल्प एव । बभुजो नवत्यधिकस्तदा अभुजः नवत्यल्पस्तत्रैकमानम् । यदि बभुजो नवत्यल्पस्तत्र निश्चयो नास्ति ।

यदि आ,बाकोणयोगः खाष्टभू १८० मितस्तदा अ,बभुजयोगोऽपि तेभ्य- १८० स्तुल्य एव । तत्र बभुजोनखाष्टकुभागतुल्यः अभुज इति ।

अथ अ,बभुजयोगः खाष्टकुभागेभ्योऽधिकस्तुल्यो न्यूनश्च तदा आ,बाकोणयोगोऽपि तेभ्यो १८० धिकस्तुल्यो न्यूनः क्रमादस्ति । अतः बाकोणोनखाष्ट-

कुलवेभ्यः आकोणः अधिकः तुल्यः न्यूनः क्रमादस्ति । अत्र अ,बभुजयोगः खाष्टकुभागाधिकः वा नवत्यल्पस्तदा आकोणः नवत्यंशाल्पः । अत्रैकमानम् ।

यदि अ,बभुजयोगः खाष्टकुभागादल्पः बाकोणः नवतिभागाधिकः तदा आकोणः नवतिन्यूनः । अत्रैकमानम् ।

यदि अ,बभुजयोगः खाष्टकुभागमितस्तदा आकोणः बाकोणोनखाष्टकुभागसंमित इति ।

अत्र सर्वत्र वासना गोलविदां सुगमैवेति किं लिखनविस्तरेण ।

इति गोलप्रकाशः ॥

गङ्गागण्डकिसंगमे हरिहरक्षेत्रं क्षितौ विश्रुतं
तस्मात् क्रोशयुगान्तरे सुरनदीतीरे परे दक्षिणे ।
ख्याते पाटलिपुत्रसंज्ञनगरे विद्वज्जनैर्मण्डिते
ज्योतिर्दर्शनसर्वदर्शनयशा मान्यो वदान्यो विदाम् ॥ १ ॥

श्रीशम्भुनाथः सुकृतैकगाथः
कृपैकपाथः पतिरीशनाथः ।
अभूद्द्विजेन्द्रः सुचकोरचन्द्रः
क्षिताबुपेन्द्रस्मरणे वितन्द्रः ॥ २ ॥

तदङ्गजः सर्वविदा समान-
स्त्रिस्कन्धपारंगमताभिमानः ।
चकास्ति शिष्यादिविराजमानः
श्रीजीवनाथः कविलब्धमानः ॥ ३ ॥

नीलाम्बराख्योऽकृत तत्कनिष्ठ-
स्तल्लब्धबोधः परमैकनिष्ठः ।
गोलप्रकाशाभिधमाशुबोधं
निरस्तमन्देहमनोनुरोधम् ॥ ४ ॥

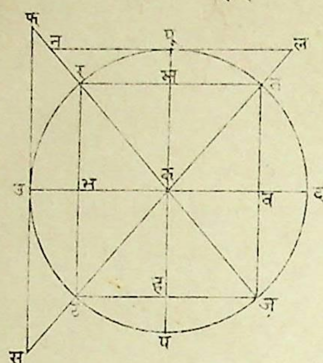
यद्गोलपाण्डित्यविशेषरङ्गे
सिद्धान्तकर्तुः पटुताविभङ्गः ।
संभूषयन् शङ्करराजधानीं
विद्याप्रदाता जगतामिदानीम् ॥ १ ॥

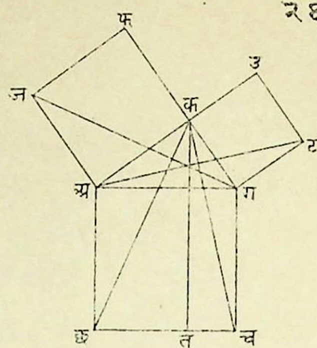
श्रीबापुदेवः सुधियो मुदे वः
संशोधयामास स यत्नपूर्वम् ।
गोलप्रकाशं चिनवाद्रिभूमिः १७९३
समे च मुद्रायितवान् शकाब्दे ॥ २ ॥

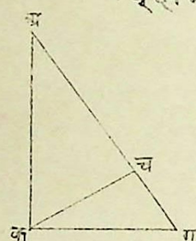
ग्रन्थनिर्मातृशोधितपुस्तकानुरूपमुद्रासंपादनादिकार्यं क्षीरसागरोपनामक-श्रीयुतपण्डितरामकृष्णशर्मणाकारि ।

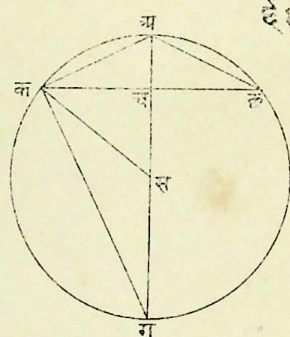
इति शिवम् ।

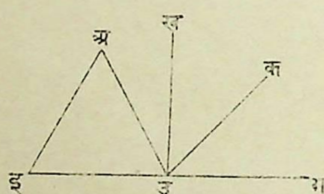


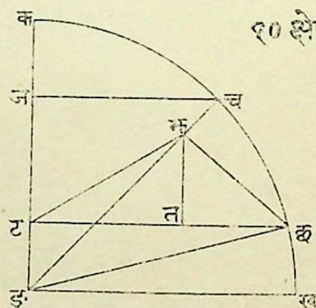

१ क्षे०
फ
न
ल
र
क
उ
द
स
प

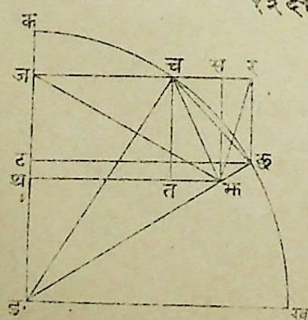

२ क्षे०
फ
उ
ज
क
ट
अ
ग
छ
त
च

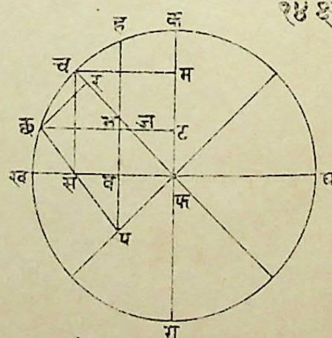

५ क्षे०
अ
च
क
ग

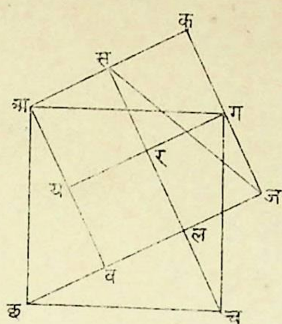

६ क्षे०
अ
क
स
ग

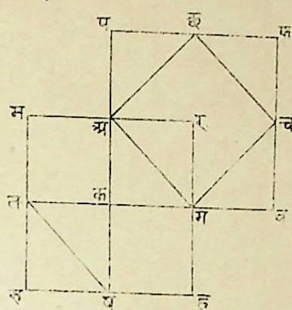

९ क्षे०
अ
क
इ
उ

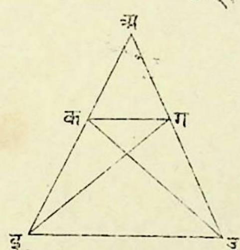

१० क्षे०
क
ज
ट
त
ङ
ख

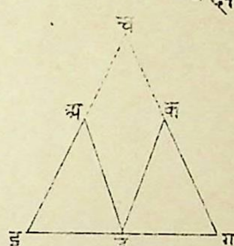

१२ क्षे०
क
ज
च
ट
त
ङ
ख

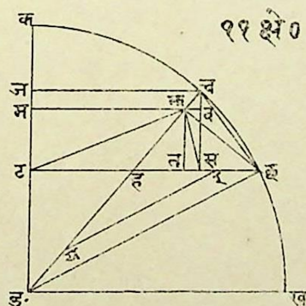

१४ क्षे०
क
च
म
ट
ख
फ
प
ग

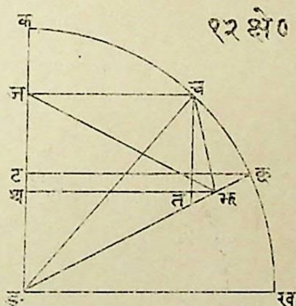

३ क्षे०
क
स
अ
ग
र
ज
ल
व
छ
द

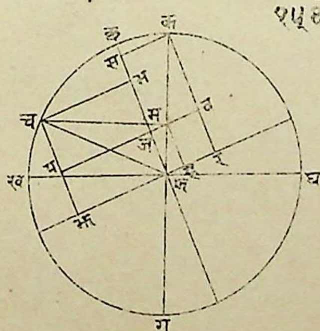

४ क्षे०
प
छ
फ
म
अ
च
त
क
ग

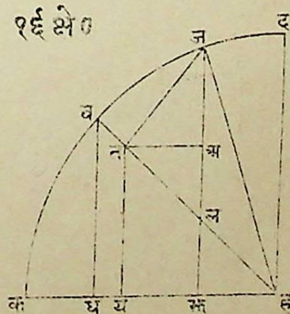

७ क्षे०
अ
क
ग
इ
उ


८ क्षे०
च
अ
क
इ
उ
ग

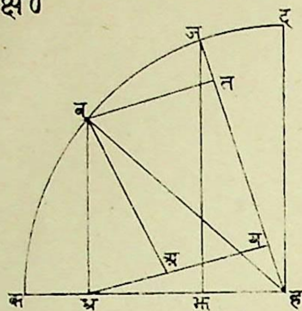

११ क्षे०
क
ज
भ
च
व
ट
त
स
छ
ङ
ख


१२ क्षे०
क
ज
च
ट
त
छ
ङ
ख

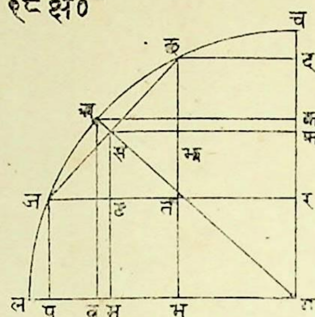

१५ क्षे०
क
च
ख
घ
ग


१६ क्षे०
ज
द
व
क
घ
ह

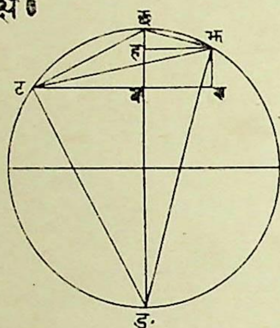
१७ क्षे०



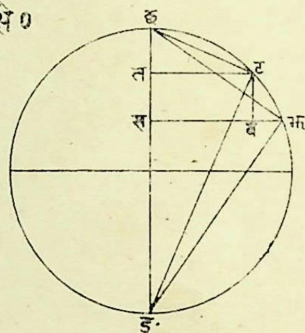
१८ क्षे०



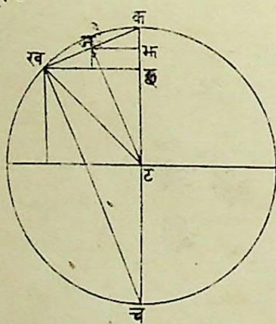
२१ क्षे०



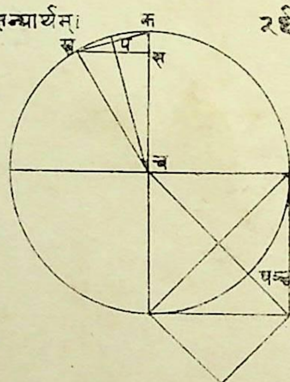
२२ क्षे०



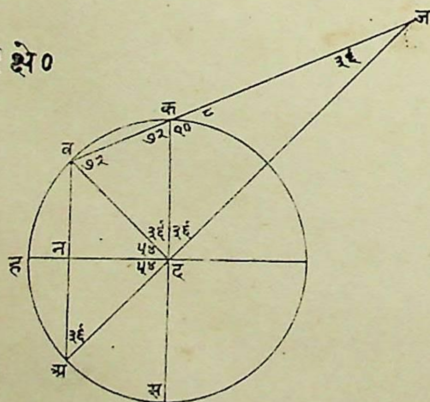
२५ क्षे०



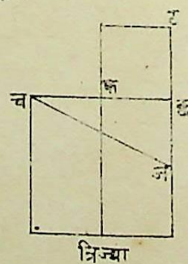
२६ क्षे०

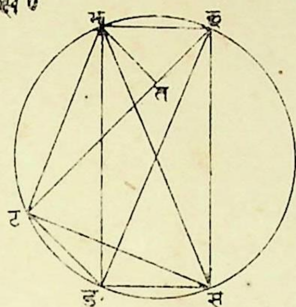


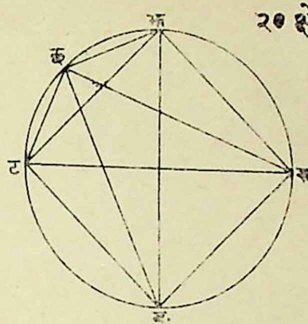
२९ क्षे०

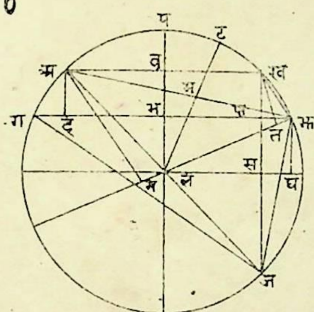


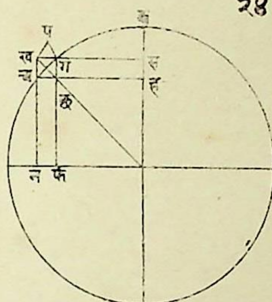
३० क्षे०

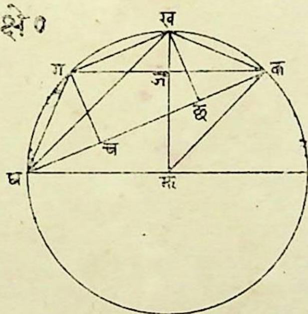


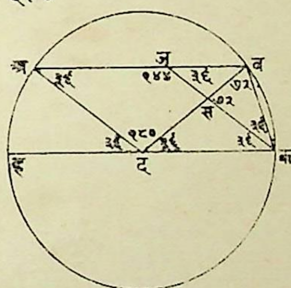

१९ क्षे०
अ
छ
त
ट
ड
स

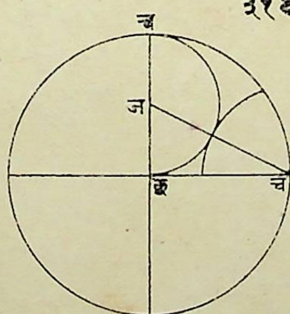

२० क्षे०
अ
छ
ट
स
ड

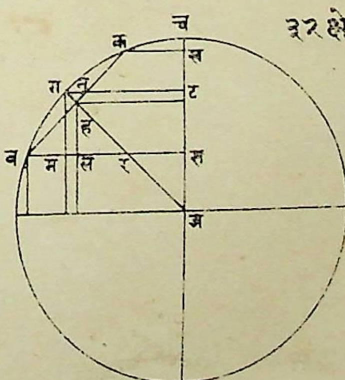

२३ क्षे०
प
ट
अ
ग
द
भ
त
स
घ
ज


२४ क्षे०
प
ख
ग
ह
छ
न
फ

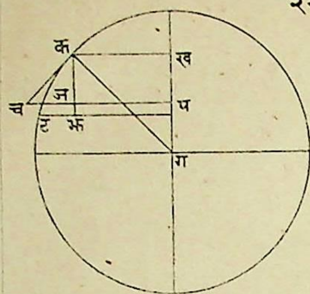

२७ क्षे०
ख
ग
क
ज
छ
च
घ


२८ क्षे०
अ
ज
व
१४४
३६
७२
स
१८०
द
क

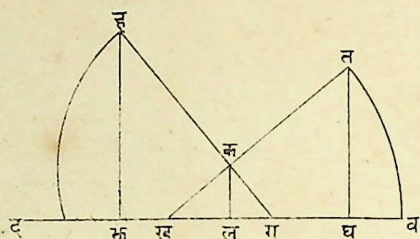

३१ क्षे०
ज
छ
च


३२ क्षे०
च
क
स
ग
त
ट
ह
व
म
ल
र
अ

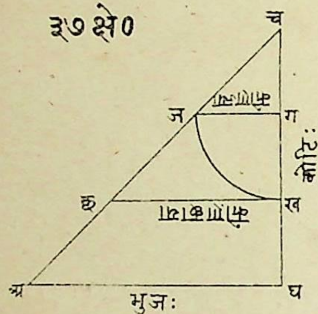
३३ क्षे०



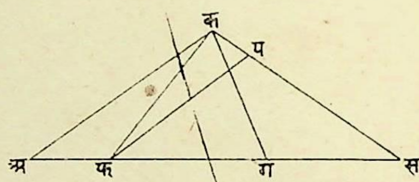
३४ क्षे०



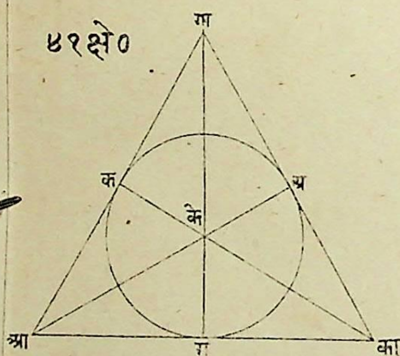
३७ क्षे०



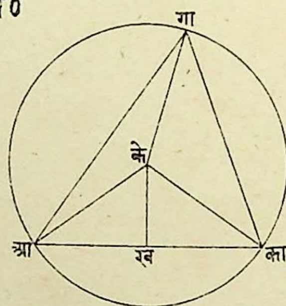
३८ क्षे०



४१ क्षे०

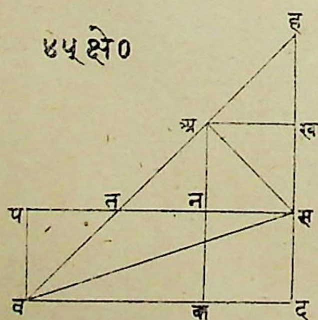


४२ क्षे०

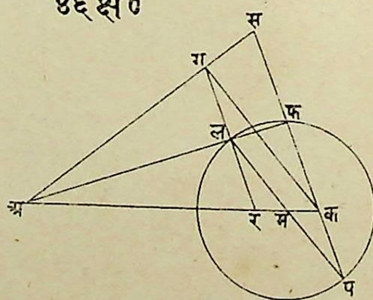


४

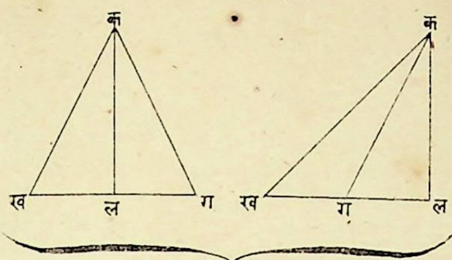
४५ क्षे०



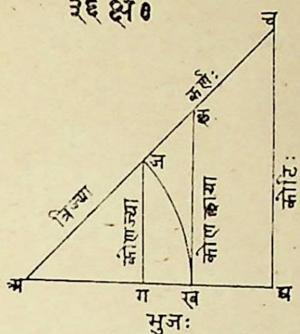
४६ क्षे०



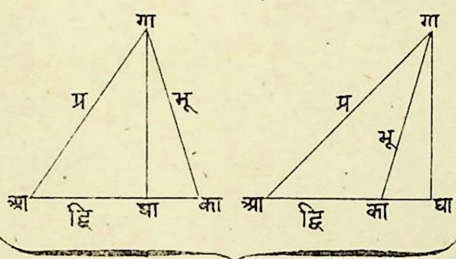
३५ क्षे०



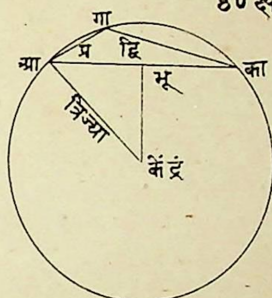
३६ क्षे०



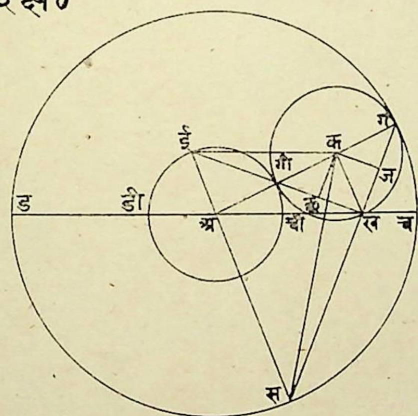
३९ क्षे०



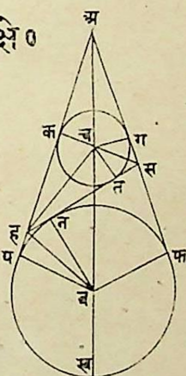
४० क्षे०



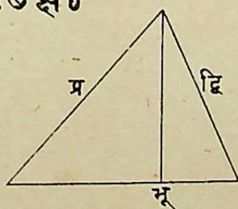
४३ क्षे०



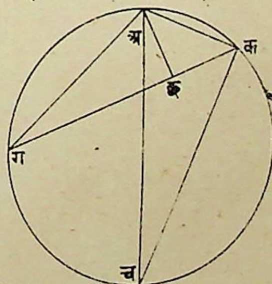
४४ क्षे०



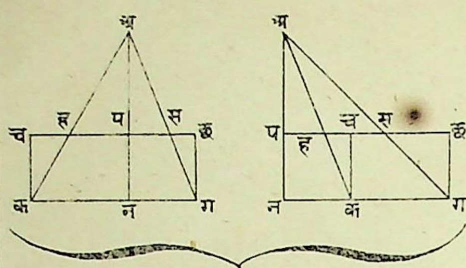
४७ क्षे०



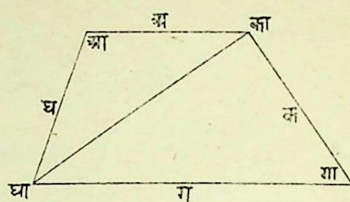
४८ क्षे०



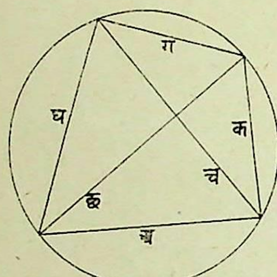
५९ क्षे०



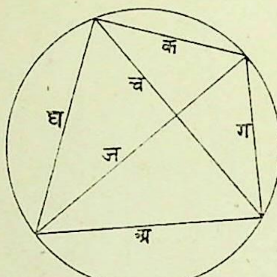
५० क्षे०



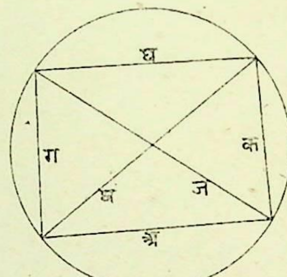
५३ क्षे०



प्रथमम्

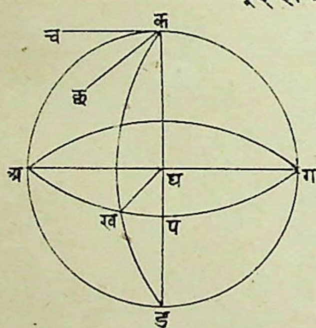


द्वितीयम्

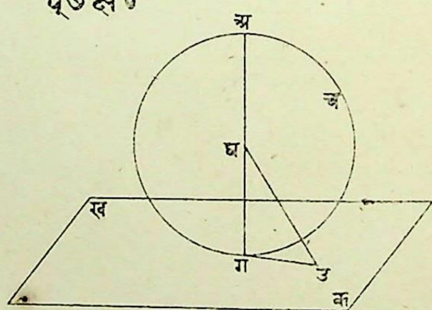


तृतीयम्

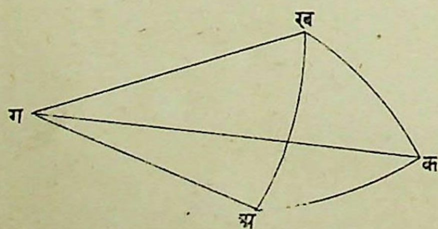
५६ क्षे०



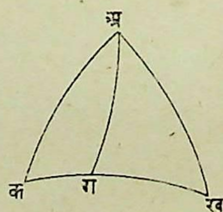
५७ क्षे०



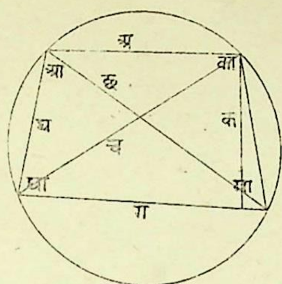
६० क्षे०



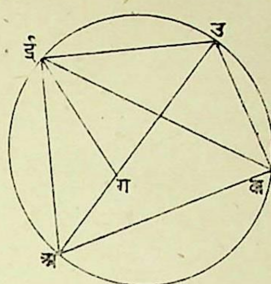
६१ क्षे०



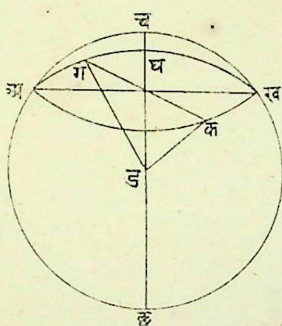
५१ क्षे०



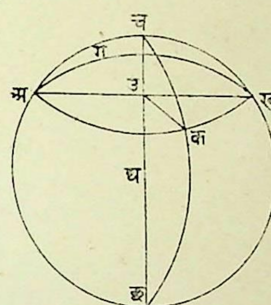
५२ क्षे०



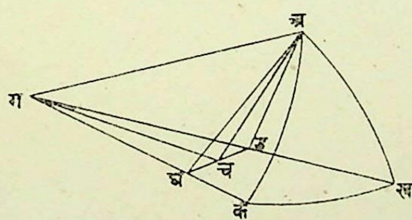
५४ क्षे०



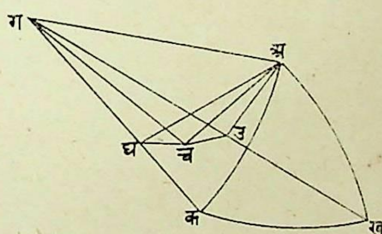
५५ क्षे०



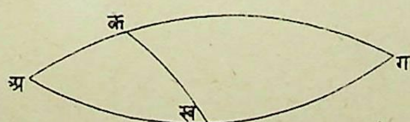
५८ क्षे०



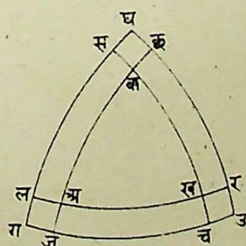
५९ क्षे०



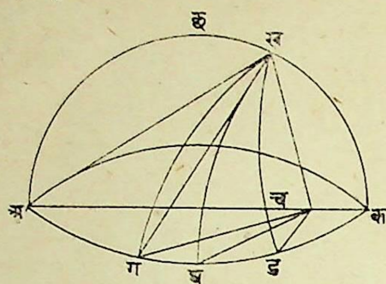
६२ क्षे०



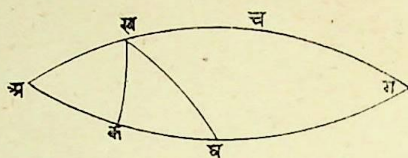
६३ क्षे०



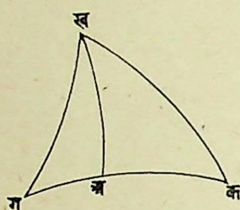
६४ क्षे०



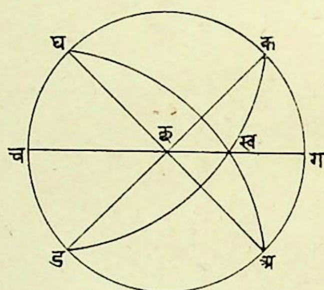
६५ क्षे०



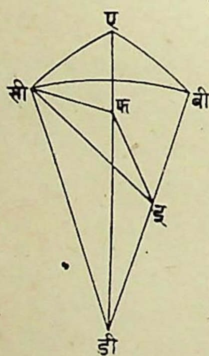
६८ क्षे०



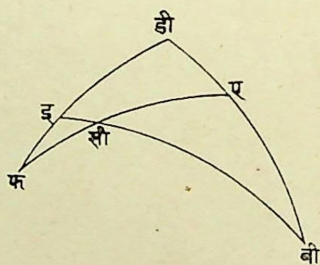
६९ क्षे०



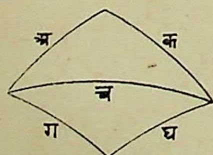
७२ क्षे०



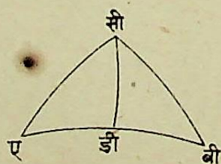
७३ क्षे०



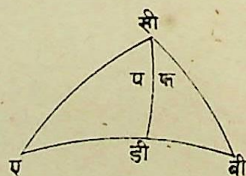
७६ क्षे०



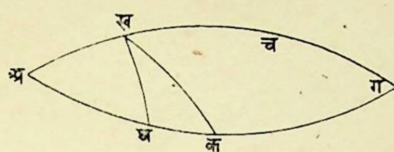
७७ क्षे०



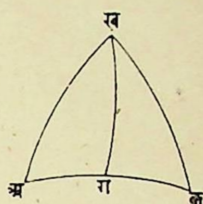
७८ क्षे०



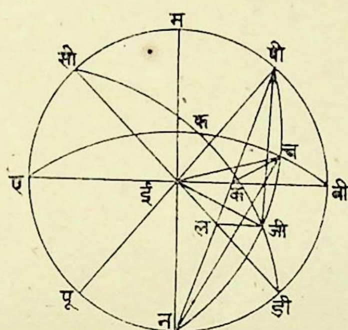
६६ क्षे०



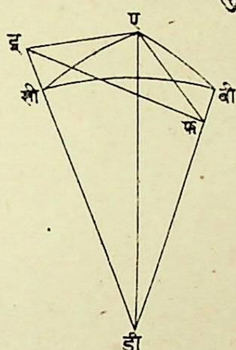
६७ क्षे०



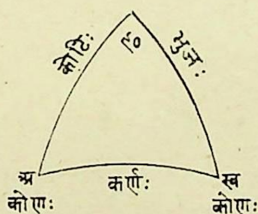
७० क्षे०



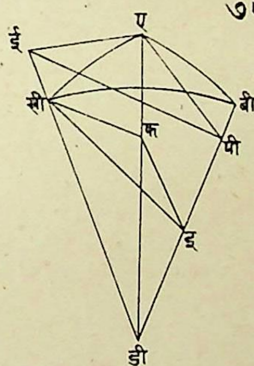
७१ क्षे०



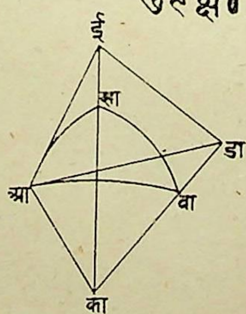
७४ क्षे०



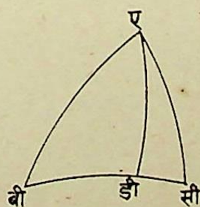
७५ क्षे०



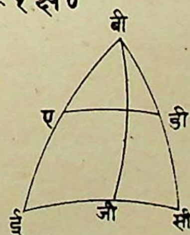
७९ क्षे०

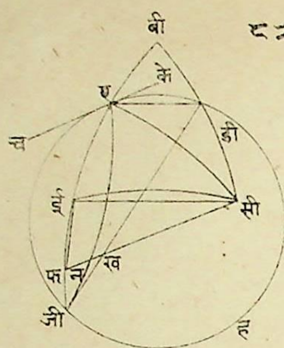


८० क्षे०

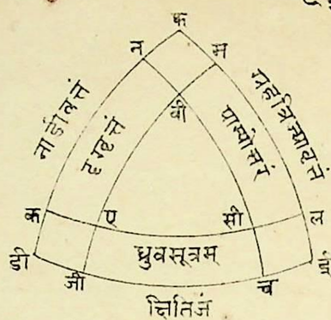


८१ क्षे०

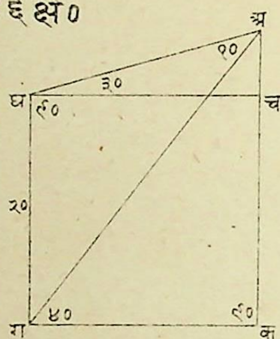




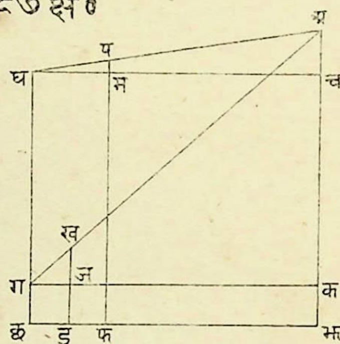
८२ क्षे०



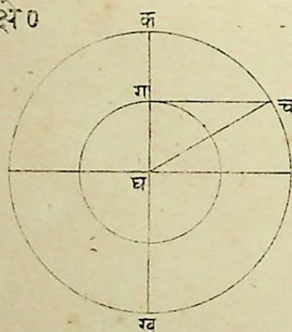
८३ क्षे०



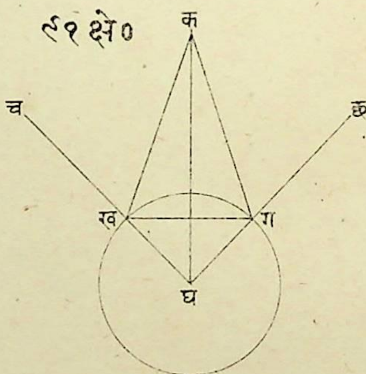
८६ क्षे०



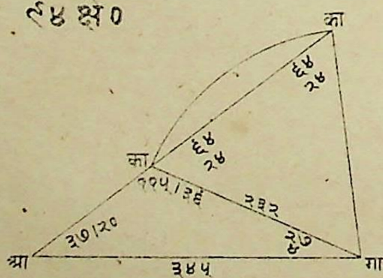
८७ क्षे०



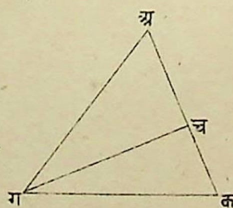
९० क्षे०



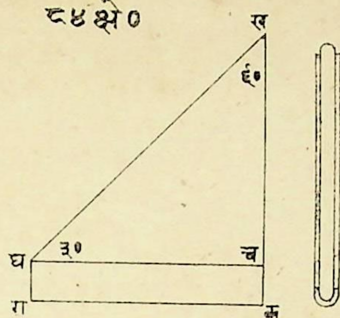
९१ क्षे०

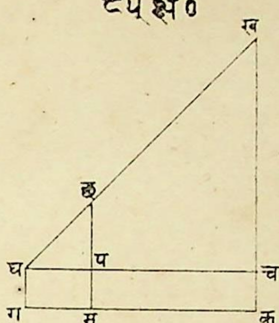


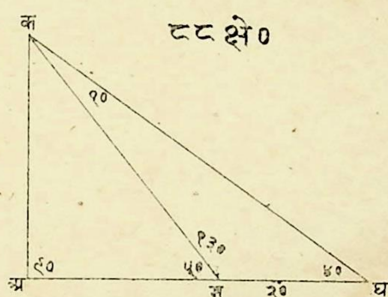
९४ क्षे०

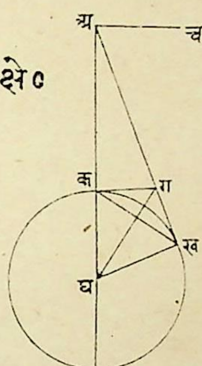


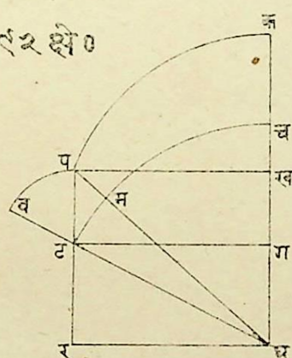
९५ क्षे०

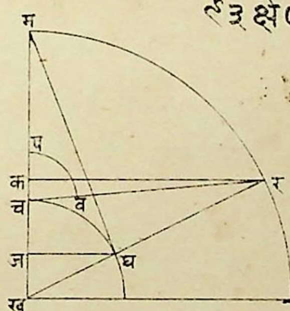

८४ क्षे०
ख
६०
घ
३०
च
ग
क

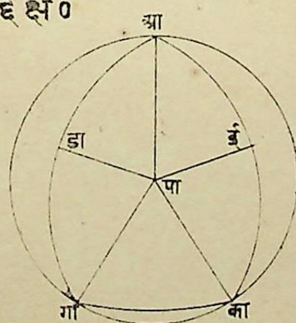

८५ क्षे०
ख
छ
घ
प
च
ग
म
क

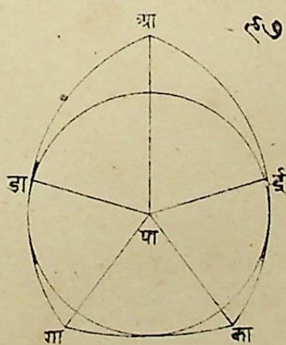

क
८८ क्षे०
१०
१३०
९०
५६
४०
अ
म
२०
घ


अ
च
८९ क्षे०
क
ग
ख
घ


९२ क्षे०
क
च
प
ख
व
म
ट
ग
र
घ


म
९३ क्षे०
प
क
र
च
व
ज
घ
ख


९६ क्षे०
आ
डा
ई
पा
गा
का


आ
९७ क्षे०
डा
ई
पा
गा
का